

LUOJI BEILUN YANJIU YINLUN

逻辑悖论研究引论

（修订本）

张建军 著

 人 民 出 版 社

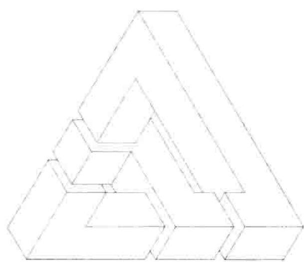


逻辑悖论研究引论（修订本）


ISBN 978-7-01-012804-7
9 787010 128047 >

定价：56.00元

LUOJI BEILUN YANJIU YINLUN



逻辑悖论研究引论

（修订本）

张建军 著

 人 民 出 版 社

责任编辑:李之美

图书在版编目(CIP)数据

逻辑悖论研究引论(修订本)/张建军 著. -北京:人民出版社,2014.2
ISBN 978-7-01-012804-7

Ⅰ.①逻… Ⅱ.①张… Ⅲ.①数理逻辑-悖论-研究 Ⅳ.①O144.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 266674 号

逻辑悖论研究引论
LUOJI BEILUN YANJIU YINLUN
(修 订 本)

张建军 著

人民出版社 出版发行
(100706 北京市东城区隆福寺街 99 号)

北京瑞古冠中印刷厂印刷 新华书店经销

2014 年 2 月第 1 版 2014 年 2 月北京第 1 次印刷
开本:710 毫米×1000 毫米 1/16 印张:23.5
字数:350 千字

ISBN 978-7-01-012804-7 定价:56.00 元

邮购地址 100706 北京市东城区隆福寺街 99 号
人民东方图书销售中心 电话 (010)65250042 65289539

修订本前言

本书是拙著《逻辑悖论研究引论》(2002年5月作为“南京大学学术文库”之一,由南京大学出版社出版)的修订本。本书初版得到了学界和广大读者的关注与好评,曾获得教育部、江苏省和中国逻辑学会的优秀成果奖励。尤其令我深感荣幸的是,本书被《中国人文社会科学图书学术影响力报告》(中国社会科学出版社2012年版)遴选为哲学领域“最有影响的国内学术著作”之一(共48部)。尽管我知道这主要缘自逻辑悖论这一历久弥新的千古谜题本身的吸引力,但书被读者重视,总是令著者最为高兴的事。这促使我把多次提上日程但因故搁置的本书修订事宜勉力完成,并经人民出版社惠予采用,将此修订本呈现在读者面前。

如“初版前言”所述,逻辑悖论研究曾是我长期学术思考与研讨的重心,但在本书问世后,我的学术研究中心逐步转移到系统建构“逻辑行动主义方法论”及逻辑的社会文化功能研究,除本修订本附录A和两篇英文论文,以及应邀主持完成《逻辑学大辞典》(上海辞书出版社2004年版,2010年修订本)“悖论”分部的撰写与修订工作外,没有再公开发表关于逻辑悖论的专题研究成果。但悖论研究工作并没有中断,这主要体现在指导研究生在本书成果的基础上做了一系列深化与拓广

性工作。在我十余年来指导的30名博士研究生中,以悖论研究或直接相关课题作为学位论文选题的占一半有余,其中在已完成的19篇博士学位论文中占10篇。计有:顿新国(现任南京大学教授)的《归纳悖论研究》(2005年,修订本由人民出版社2012年出版)、李秀敏(现任上海对外经贸大学副教授)的《亚相容逻辑的历史考察和哲学审思》(2005年)、王习胜(现任安徽师范大学教授)的《逻辑悖论与科学理论创新》(2006年,大幅增订本《泛悖论与科学理论创新机制研究》由北京师范大学出版社2013年出版)、夏素敏(现任中国社会科学院副研究员)的《道义悖论研究》(2006年,修订本《道义悖论研究初探》由中国社会科学出版社2011年出版)、贾国恒(现任华东师范大学副教授)的《情境语义学及其解悖方案研究》(2007年,论文前半部分的大幅增订本《情境语义学研究》由中国社会科学出版社2012年出版)、陈晓华(现任湘潭大学副教授)的《逻辑全能问题研究》(2008年)、付敏(现任澳门科技大学助理教授)的《"真矛盾论"与悖论:普利斯特亚相容解悖方案研究》(2009年)、李莉(现任湖北大学副教授)的《合理行动悖论研究》(2010年)、雒自新(现任西安交通大学师资博士后)的《认知悖论研究》(2010年)、朱敏(即将赴澳门科技大学任教)的《集合论公理的选择与证立研究》(2013年)。硕士学位论文则有:刘叶涛的《克里普克逻辑哲学思想研究》(2002年)、冯艳的《"否定"是什么:对逻辑"否定"的历史考察》(2003年)、蔡亦骅的《非自指悖论及相关哲学问题》(2004年)、付敏的《从悖论中拯救真理模式——从塔尔斯基到菲尔德》(2005年)、刘伟的《模糊悖论和语义悖论的统一性研究》(2007年)、付玉成的《蒯因悖论思想研究》(2008年)以及Mitchell Lazerus(美国留学生)的《蕴涵怪论与归纳问题》(2013年)等。这些研究使本书的理论与方法得到了持续的检验,既在不同程度上确证了初版前言中所谓"坚冰已经打破,航道已经开通"的断言,也在深化与拓广研究中提出了许多新的待研究课题。我在本书初版及本修订本附录A中关于"集合论悖论与语义悖论问题实际上已经了结,当代逻辑悖论研究重心应转移到语用悖论及

一般方法论上来”的论断，看来需要重新考量。就集合论悖论而言，由连续统假设在 ZFC 等标准集合论公理系统中独立性的证明而引发的集合论新公理选择与辩护问题之长期研讨，已为公理化集合论解悖方案提出了许多需要回答的新问题；而在语义悖论研究方面，在解悖中具有本书所谓优势地位的语境敏感进路，由于其“革命性”哲学负载在学界仍处于长期争论之中，短期内看来难以达成共识；基于经典命题观的语境迟钝进路尚有许多新的有重要意义的发挥，而亚相容逻辑进路也产生着日益广泛的影响；语境迟钝进路和亚相容逻辑进路也都在致力于解决语用悖论及广义逻辑悖论所提出的一系列问题，显示了其顽强的生命力。因此，与其因为基于与语境敏感进路的哲学共鸣而断言“了结”，不如就各方共同关心的问题展开求同存异的长期“对话”，在竞争中不断扩大共识。本书就公理化集合论和语境敏感进路优势地位的论证，或可继续为这种对话与研讨提供参考。依据我目前的认识，尽管上述学位论文的系列讨论进一步提供了本书基本观点的许多新的理据，但在逻辑悖论研究上一些根本共识的达成，尚有赖于经过后现代思潮洗礼而逐步形成的“情境实在论”、“悖境辩证法”和“逻辑行动主义方法论”的系统建构及其解题功能的发挥。这也是出版这个修订本更为重要的动力。

正因为本书初版得到较多关注与讨论，本次修订采取了一种保守方法，即正文中只修订文字与符号的错漏之处，实质性的修正与增补均置于“修订本注”之中。唯一的例外是正文中均将“合理行为悖论”直接改称为“合理行动悖论”。这是因为，我国心理学与心智哲学界将 behaviorism 一词译为“行为主义”已成比较固定的通译，再将 act 或 action 译为“行为”容易产生不应有的混淆，采用张家龙先生所主张的“合理行动悖论”的称谓显然是更为适当的。关于行为与行动的关键区分的讨论可参阅拙文《逻辑行动主义方法论构图》(载《学术月刊》2008 年第 8 期)。[顺便指出，我国语言哲学研究中关于 speech act(action) 的通行译法“言语行为”，也极易产生类似混淆。考虑到语言哲学与心

智哲学新近进展的密切关联,刘叶涛教授在塞尔的名著《意向性:论心灵哲学》中译本(上海人民出版社 2007 年版)中已采用了“言语行动”的译法,避免了这种混淆。这种清楚的分辨,对于逻辑悖论研究也是至关重要的。]

本书得到读者欢迎,或许得益于其所采用的“形式化成果的非形式化阐释”的写作方式,但正像德福林(情境语义学解悖方案的倡导者之一)在力图向广大读者评述当今七大数学难题来龙去脉的《千年难题》一书中所说,“无论我怎样努力,本书都不可能成为一本简易读物。这些千年难题是当今世界未解决的数学问题中最困难、最重要的问题;全世界最优秀的数学头脑已花费了大量的时间和精力来寻求答案,然而都未有结果”。不过,德福林也再三强调,在解决这些问题的过程中所形成的一系列理论与方法,已发挥了多方面重要功能,付出努力让更多的人了解这些难题的由来并有所领会,“所有的努力都是值得的”(见该书中译本,上海人民出版社 2012 年版,“序言”第 9 页)。逻辑悖论研究的情况与之类似。读者若通过阅读这本《逻辑悖论研究引论》,不但了解到问题的来龙去脉,而且有志于走到悖论研究某个层面的学术前沿提供学术“增量”,或需进一步做一些基本理论与基础文献的把握与研究工作,故本书在有关参考文献的推介方面下了较大的功夫。从近十余年来的发展情况看,本书初版前言中对几部英文核心文献的推荐迄今仍未过时,或应再增加初版参考文献中的[31]和本修订本“新近参考文献”中的[1]、[4]、[13]和[27]。具有与本书类似“引论”性质的新近文献[8]和[24]也很值得一读,感兴趣的读者可就此展开比较研究。“新近参考文献”限于我视域所及,而且与初版一样仅限于书目而不含单篇论文(重要的单篇论文已基本为一些文集性书目收录,而且在当今网络时代,有关的重要研究论文是不难检索到的)。其中所列中文书目范围相对宽泛一些,包含一些向读者推荐阅读的与本书议题相关的读本,由此可提供研究悖论问题的一些新的视角与理论工具。英文书目则主要限于有关逻辑悖论研究的专题研究文献。值得在此特别指出的

是，近年来著名逻辑学家盖贝（Dov M. Gabbay）以其在国际学界的威望和卓越的组织能力，牵头主编了由许多国际知名学者加盟参编、多家出版社合作出版的两套大型系列丛书：一套是18卷本《哲学逻辑手册》（*Handbook of Philosophical Logic*）第2版（由20世纪80年代影响广泛的第1版4卷本大幅扩充而来，从2001年起至今已出版17卷；这里"哲学逻辑"是广义的，实际上是"哲学相关"的当代逻辑与逻辑哲学研究的全景展示）；另一套是11卷本《逻辑史手册》（*Handbook of the History of Logic*）（自2004年起至2012年出齐）。这种功德无量的工作为研究提供了很大便利，其中也比较充分地显示了悖论研究的历史状况、研究价值及其多维关联，许多卷册也有逻辑悖论的各层面专题研究，但本书未再开列在新近参考文献之中。

在国内研究进展方面，还有一些专题博士学位论文值得向大家推荐，如王建芳的《语义悖论与情境语义学：情境语义学解悖方案研究》（南开大学2002年，修订本由中国社会科学出版社2009年出版）、熊明的《塔尔斯基定理与真理论悖论》（中山大学2009年）、陈明益的《含混性研究》（华中科技大学2013年，系模糊悖论的专题研究）等。王建芳教授最近发表的《中国近三十年逻辑悖论研究的主要特点与趋势》一文，比较全面地概述了国内学界在悖论研究三个不同层面的研究进展，经她同意作为本书附录之一供读者参阅。此外，附录B是著名逻辑学家和哲学家欣迪卡（J.Hintikka）教授主编的《哲学文献》（法国）杂志刊登的本书英文述介，可为读者提供本书一些关键术语的英文对照。

本书初版前言中提及的由严格意义的逻辑悖论向"归纳悖论"、"模糊悖论"和"道义悖论"研究拓广的课题，构成近年悖论研究发展的一种重要趋向。在我看来，这种研究首先是运用逻辑悖论的"三要素"考察这三大类"悖论"中是否有严格意义的"哲学悖论"，继而考察这样的悖论是否可塑述为符合本书导言中所阐明之标准的"狭义逻辑悖论"，从而可在这种拓广性工作中发挥以往逻辑悖论研究的启发作用。根据顿新国教授和夏素敏博士的研究，在归纳悖论系列和道义悖论系列中，经

过三要素精确塑述的凯伯格彩票悖论和反义务命令悖论分别具有最高程度的悖论度,以本书关于语用悖论的标准衡量,它们已从哲学悖论转化为严格意义的语用悖论。这实际上提出了由哲学悖论向狭义逻辑悖论的转化问题,由是观之,以往的语义悖论、认知悖论和合理行动悖论也都经历了这样的转化过程。而本书初版参考文献[31]所开拓的模糊悖论与语义悖论的统一性研究,也可由此视角加以重新审视。王习胜教授近来通过悖论三要素的拓广性研究提出了独特的“泛悖论”概念,涵盖“纯粹理性领域的泛悖论”和“实践理性领域的泛悖论”(本书附录A提出的“行动悖境”可置于后者之中),并由此与伦理学领域的“道德悖论”研究相贯通,作出了具有开拓性和前瞻性的工作。受此启发,本书所谓“广义逻辑悖论”也可称之为与“行动悖境”相并列的“置信悖境”,对二者关系的处理,即构成待建构的“悖境辩证法”的核心内容。我认为,由这个新的视角关注以行动理论为核心的中国传统哲学,或可为今后的悖论研究提供新的丰厚理论资源,这也构成东西方思想交流的一个新的平台。而本书关于“悖论的语用学概念”、“语用悖论”及“行动悖境”的界说与分辨,或可为这样的研究提供基本的理论起点,谨提请读者予以特别关注。

在本书修订工作完成之际,非常高兴地收到陈波教授的预告:他经过近十年工作终告竣工的《悖论:思维的魔方》一书,也将于近期面世。据他介绍,该书尽可能对“悖论”做最广义的理解,把大家通常叫作“悖论”的东西分类型地搜罗其中,条件是:它们有意思,对人类理智构成挑战,可以引发思考,启迪智慧。这将是迄今为止对“悖论”搜罗最全、阐释最清晰的一本中文书。同时,该书也力求成为既“好读”又“好看”的畅销书。我深信其所言,并希望该书与以“狭义逻辑悖论”研究为重心的拙著以及上面列举的悖论研究著作一起,共同推动这一千古迷题在中华大地焕发蓬勃生机。

本书修订工作得到许多师友的多年关心。中国社会科学院张家龙研究员和杜国平研究员、中山大学鞠实儿教授和熊明辉教授、北京大学

陈波教授、清华大学王路教授、中国人民大学余俊伟教授、南开大学任晓明教授、武汉大学桂起权教授、浙江大学黄华新教授和李恒威教授、中南财经政法大学张斌峰教授、阳明大学王文方教授、台湾大学彭孟尧教授、澳大利亚墨尔本大学 G. Priest 教授、美国德克萨斯大学奥斯汀分校 R. C. Koons 教授、挪威奥斯陆大学 O. Asheim 教授等提供了诸多具体帮助。南京大学逻辑学科各位老师和历届研究生都提供了许多宝贵意见。对本书文字与内容的修订,各届使用本书的研究生均贡献良多,其中贾国恒博士曾综合列出数十条修订意见。2012 级博士生张亮使用 LaTeX 软件重新打印了全书文稿,在读博士生王洪光、侯旎、罗龙祥、丁晓军、王淑庆、赵楠楠等帮助校对了部分文稿和清样,在职博士后郝旭东也帮助校读了修订本全书。人民出版社陈亚明编审和李之美责编等提供了热情帮助与精心编校。谨此表达深切谢忱!

张建军

2013 年 8 月于南京

初版前言

本书是教育部人文社会科学研究基金项目“悖论研究”的主要成果，也是国家社科基金项目“认知逻辑与认知悖论研究”和南京大学“985工程”学科建设重点项目“现代西方哲学思潮研究”的成果之一。

逻辑悖论研究是当代逻辑哲学与科学方法论研究的前沿课题，也是涉及许多学科领域的交叉性、边缘性课题，其重要研究价值已成为学界共识。基于对该项研究的必要性和重要性的认识，自20世纪80年代初以来，笔者一直将其作为学术思考与探讨的重心。本书可以说是多年研究心得的一次阶段性总结。

20世纪是西方逻辑发展史上的第三次高潮期，同时也是逻辑悖论研究的第三次高潮期。其中，从1901年罗素悖论的出现到30年代初哥德尔不完全性定理和塔尔斯基形式语言真理理论的确立，从1975年克里普克《真理论论纲》一文发表至今，又先后形成当代逻辑悖论研究的两次“高潮中的高潮”。然而，逻辑悖论研究也是当代学术界最为“纷乱”的领域，20世纪后期的发展尤其如此。“文献众多但散乱，重复而又缺乏关联”，这是荷兰学者维斯塞尔在著名的《哲学逻辑手册》第四卷(1989年出版)中面对当代悖论研究发出的感叹，而且是仅就语义悖论而言。这种局面的形成，一方面与当代西方学界流派纷呈、各领风骚的

大背景相关;另一方面则是由于悖论问题多层面研究价值的逐步显现,引起了愈来愈多不同领域学者的关注和探讨。多年的研究实践使笔者愈益深切地感到,要把握逻辑悖论研究今后的发展方向,充分发挥其应有作用,迫切需要对当代逻辑悖论研究的"成就与问题"予以系统梳理与把握,弄清多种不同种类研究在系统化、整体化的"逻辑悖论研究"中所处的不同层面、地位及其相互关系。但由于上述令人望而生畏的"纷乱"局面,使得很少有人涉足这项似乎不可能完成的工作。近年获得的两项研究结果,为笔者从事这项工作提供了有利条件:其一是经过多年对当代西方语义悖论研究成就的集中考察与探讨,得出了在纷繁复杂的研究状况背后,有一条"回归自然语言,在语形、语义和语用的统一中深化和拓展悖论研究"的主动脉的基本结论;其二,更为重要的是,获得了关于严格意义的"逻辑悖论"实际上是一个语用学概念的明确指认,从而得到了基于悖论的语用要素的新型分类理论。笔者发现,由此加之对 RZH(罗素—策墨罗—哈克)解悖标准的系统而全面的阐释,可使"纷乱"的逻辑悖论研究(不但包括三类狭义逻辑悖论,即集合论—语形悖论、语义悖论、语用悖论研究,而且包括哲学悖论和具体理论悖论研究;不但包括各种具体的解悖方案研究,而且包括悖论与解悖方案的哲学与方法论研究)逐次纳入一种井然的秩序之中,其成就可居于不同层面相互为用、相得益彰,其发展脉络可得到明晰显现,其问题及问题的症结所在可得到准确把握,其发展方向可予以明确昭示。本书力图把这些结果比较完整地展现在读者面前。

本书的写作方式颇费思忖。作为一部专题逻辑思想史和逻辑哲学研究著作,其形式技术层面是难以回避的;但若写成一部仅以逻辑与数学专业人员为读者对象的高度形式化的著作,又与许多学科特别是人文学科的众多学者了解当代悖论研究成果的迫切需求相抵触。受塔尔斯基的名篇《真理的语义学概念和语义学的基础》及其产生的广泛影响的启发,本书在总体上采用了与之类似的"形式化成果的非形式化阐释"的写作方式,把形式语言的使用尽量减少到最低限度。除个别章节

外，本书在总体上并不预设读者具有现代逻辑与数学基础的专门知识，但如果具备这样的知识基础，会对阅读本书有很大的帮助；若要对书中涉及的一些问题进行深入的学术探讨，则应以系统把握问题所涉及的相关基础知识为必要条件，而本书对有关问题所涉知识领域有明确的说明或显示。因此，本书适合多层次、多方面关心逻辑悖论问题的读者阅读与研究。

“澄清概念，分清层次，清理矛盾，严格推证”，是笔者在多年学术研究中形成的治学风格上的基本诉求，本书便是这一诉求的一次集中体现。“逻辑悖论研究三个不同层面”的划分，构成全书论述的枢纽性线索，这是要提请读者予以特别关注的。即使那些不喜欢分析风格，而更愿用思辨的方式甚至“诗意”的眼光来对待悖论问题的学者，似乎也难以否认解悖方案的形式技术层面的研究与哲学和方法论层面的研究之区分的必要与重要。只有真正严格地把问题的不同层面区别开来，才能真正严格地研究不同层面之间的相互关联，这是20世纪逻辑学与分析哲学的发展带给我们的基本经验。毋庸讳言，书中对当代逻辑悖论研究发展史的梳理必然渗透着笔者的哲学观点，特别是贯穿全书的一种“逻辑保守主义”观念，以及运用我所理解的马克思主义辩证哲学为公理化集合论方案和情境语义学方案所作的哲学辩护(这种辩护使我得出了“说谎者悖论”这一千古难题实际上已经了结，当代逻辑悖论研究重心应转移到语用悖论和一般方法论研究上来的结论)，或可受到较多的质疑。然而，书中在论述当代逻辑悖论发展史的过程中所着力进行的一系列澄清性工作，并不以这些哲学观点为前提。这些澄清性工作有些是针对西方学界仍在流行的一些模糊或错误的认识，更多的则是针对国内学界悖论研究中所存在的问题。就狭义逻辑悖论而言，国内学界在集合论—语形悖论研究方面取得了较丰富的成果，但仍然存在一些亟待解决的问题，如对于在悖论研究中起着极其关键作用的哥德尔自指定理不应有的忽视，对罗素的“恶性循环原则”的误视等；在语义悖论研究方面，国内学界的研究仍处于十分薄弱的状态：关于塔尔斯

基经典解悖方案拒斥自指的理解仍十分流行，对“语境敏感方案”这种已经充分地显示出其生机与活力的解悖方案仍非常陌生；而语用悖论研究在国内更几近空白。就逻辑悖论的哲学与方法论研究而言，与西方学界类似，国内学界的研究亦多是在未能明确区分严格悖论和非严格悖论的条件下展开的，因而难以避免一系列层面混淆。笔者期望，本书中有关澄清与疏浚的努力，能够推动国内研究现状的改观与进一步发展。

我在《矛盾与悖论新论》一书“后记”中曾说，由于过去学习与研究中形成的知识背景，自己在致力于现代逻辑与逻辑哲学研究的过程中，有两个始终不能摆脱的“思想情结”——“辩证法情结”和“科学方法论情结”，这在本书特别是在第五章中也得到了突出的体现。但本书行文始终注意尽力使用分析风格的语言阐释辩证哲学思想。正是当代逻辑悖论研究的发展特别是情境语义学方案的出现昭示出，一种建立在现代逻辑充分发展基础上的分析风格的辩证法或辩证逻辑建构是完全可能的。在我们确认辩证哲学对于逻辑悖论研究重要启发价值的同时，应特别提请读者关注逻辑悖论研究对于辩证哲学的当代发展所可能产生的巨大作用。

本书采取以狭义逻辑悖论研究为重心的论述方式，有关哲学悖论和具体理论悖论的研究只列举个别实例加以说明，未涉及在学界争议颇多的“归纳悖论”、“模糊悖论”和“道义悖论”等问题，这些“悖论”经过塑述是否可归入严格意义的“逻辑悖论”，通过“三要素”标准的严格分析并不难以确定。就逻辑悖论的系统性、整体性把握而言，自我感觉本书所体现出的工作可谓“坚冰已经打破，航道已经开通”，但究竟是否如此，尚需学界同仁予以评判。

本书在阐述当代西方逻辑悖论研究历史发展的过程中，对我国学者的某些相关贡献也给予了特别的关注。但由于本书性质与宗旨所限，书中对某些成果特别是某些欠缺现代逻辑背景的成果未加评述，这并不意味着否认这些成果所可能具有的启发价值；本书采用非形式化

的写作方式，正是试图让更多的人了解当代逻辑悖论研究的前沿进展，建立更广泛的对话途径。此外，同样限于本书宗旨，未能反映国内学者通过“辩证逻辑形式化”的途径解决悖论的尝试，对此方向感兴趣的读者，可参看(初版)参考文献[147]、[148]、[115]等。

本书以“引论”命名，一来是因为这可以比较恰当地反映本书的性质，二来亦可借此表达笔者以本书促进更多更好的相关研究成果问世的强烈愿望。本书后列参考书目包含了处于当代逻辑悖论研究前沿的主要文献，其中英文文献[4]、[16]、[25]、[30]可视为狭义逻辑悖论研究的必读文献，而文献[24]、[36]、[41]、[43]等对于悖论的哲学与方法论研究有极重要的启发价值，文献[10]则是迄今为止资料最丰富的一部悖论研究工具书，它们均为本书的工作提供了重要的基础。如果本书能够起到使读者到达当代逻辑悖论研究学术前沿的桥梁作用，则笔者将感到莫大的欣慰。

根据“南京大学学术文库”评审专家的意见，为更有利于读者阅读，本书在交付印行之前，进一步扩充了有关背景资料的介绍，其中(主要在第二章)使用了10年前出版的拙著《科学的难题——悖论》中的一些资料，但在叙述框架上作了较大的改变，比如不再采用通常的“基础大战”框架，这种使用征得了原专有版权所有者浙江科技出版社的同意；项目研究的一些阶段性成果曾收入1998年由河北教育出版社出版的论文集《矛盾与悖论新论》，使之得到了学界及时评论，对本书写作起了重要作用。谨在此表达对两家出版社和曾勇新社长、王亚民社长的深切谢意！

自从1981年在恩师沙青教授、徐元瑛教授的指导下撰写《悖论初探》一文以来，我在学术研究之路上所获得的帮助是无法计数的，借此机会，谨以“集合”的表达方式，对中国逻辑学会和我所隶属的全国科学逻辑专业委员会、辩证逻辑专业委员会、现代逻辑联合专业委员会以及江苏省逻辑学会的诸位学界前辈和同仁，对海内外、学界内外、工作单位内外所有师友和我的学生多年来的关爱与支持，表示深深的感谢之

情！本书的写作也得到了中国人民大学黄顺基教授主持的国家社科基金项目"逻辑与知识创新"课题组的帮助；南京大学莫绍揆教授、郁慕镛教授、郑毓信教授，武汉大学桂起权教授，上海大学蒋星耀教授，台湾大学刘福增教授，美国堪萨斯大学张驰博士等为本书写作提供了重要的参考资料；南京大学哲学系杜国平博士阅读了本书第一、二章并提出了修改意见；博士研究生杨渝玲、李树军，硕士研究生刘叶涛、蔡亦骅等同学帮助校阅了本书清样，亦在此一并致谢！同时还要感谢责任编辑黄继东先生的精心审校和南京大学出版社同仁为本书付出的辛勤劳动！

本书被列入"南京大学学术文库"并在百年校庆之际出版，我感到非常高兴与荣幸。浸润于百年积淀形成的诚朴而厚重的校风与学风之中，波澜不惊地潜心从事自己所热爱的教师职业和学术事业，深感能够循志励行、从容求索之幸运。在此愿摘抄美籍华裔著名逻辑学家、计算机科学家王浩先生为其著作《哥德尔》中译本所作序言中的一段话，献给百岁南大，并与本书所有相识或不相识的读者共勉：

> 虽然哥德尔处在另一时代，别一环境，而且他专深的研究难免让常人觉得高不可攀，但是希望在学术上有所作为者仍然可以由特殊意会一般，汲取到某些有益的教训，作出适合自己的选择。很可能，正因为唯利是图之风盛极一时，想寻找经久稳固的寄托的人们会更执著地追求长远的理想，珍重内在的价值，脚踏实地，为中国和世界文化的发展做一点无负祖先、有功后代的贡献。

张建军

2001年12月

目　录

第一章　导　论

逻辑悖论不仅是目前国内外逻辑学和哲学界的一个热门话题，而且在十分广泛的学术领域引起关注和讨论。但由于问题本身的复杂性和对现代逻辑理论之理解和掌握程度的差异，在有关逻辑悖论的一系列基本问题上还存在许多学术歧见，同时也经常见到一些严重的误视与错解。本章试图从悖论研究的历史实际出发，系统阐述严格意义上逻辑悖论的界说与分类，揭示逻辑悖论的一般特征；进而通过 RZH 解悖标准的研讨，说明逻辑悖论研究的三个不同层面。

第一节　逻辑悖论的构成

美国著名哲学家和逻辑学家克里普克（S. Kripke）于 1975 年发表的《真理论论纲》一文，是当代逻辑悖论研究最重要的文献之一。该文是以谈论《圣经・新约》的两个问题开头的：

> 自从彼拉多（Pilate）（向耶稣）提问“什么是真理”（《约翰福音》18:38）以来，所有对该问题正确答案的寻求，都被另一个同样出现在新约圣书中的众所周知的问题所困扰：如致提多（Titus）的使徒书作者保罗（Paul）所说（《提多书》1:12），一个克里特先知

(“克里特人自己的一个先知”)断言“克里特人总是说谎者”,而如果(像使徒所说)“这个见证是真的”对克里特人所说的其他所有话都成立,那就会出现这样的情形:克里特先知的这句话为真当且仅当其为假。对真理概念的任何处理都必须设法对付这个悖论。①

《圣经·新约》中使徒保罗致提多信中的原话是:“克里特人自己的一个先知说:‘克里特人总是说谎者,是懒惰贪食的恶兽。’这个见证是真的。”(“One of them, a prophet of their own, said, ‘Cretans are always liars, evil beasts, lazy gluttons.’ This testimony is true.”)显然,保罗自己没有意识到这里存在什么悖论。但该问题在《圣经》中的存在无疑促进了西方人对悖论问题的兴趣。

据考证,保罗所说的克里特先知是公元前6世纪希腊传奇式人物伊壁门尼德(Epimennides),故克里普克所述悖论又称为“伊壁门尼德悖论”。伊壁门尼德悖论之推导的仔细辨析,对于弄清逻辑悖论的特征有重要意义。首先需要澄清推导中所使用的一些基本概念。如克里普克所说,这里有两种不同的“真”:“真诚”之真和“真实”之真,相应地也有两种不同的假。“说谎(假话)”的通常含义指涉“非诚”之假,但逻辑学家更加关心“非实”之假。在两种解释下伊壁门尼德悖论皆可构成,但切不可将两者混为一谈。此外,这里的“说谎者”须释为“所做陈述皆假之人”。由此请考虑,伊壁门尼德的断言“克里特岛人总是说谎者”(简记为 K)是真是假?显而易见,依据伊壁门尼德本人也是克里特岛人的经验事实,从 K 本身即可推出:“伊壁门尼德也是说谎者。”再依据“说谎者”的前述规定,可得:

① S. Kripke, “Outline of a Theory of Truth”, *Journal of Philosophy*, Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, Oxford University Press, 1984, p.53.(克里普克此文已由刘叶涛译为中文,载陈波、韩林合主编:《逻辑与语言:分析哲学经典文选》,东方出版社2005年版。——修订本注)

(1)如果假设 K 为真,可推出 K 为假。

那么,能否由假设 K 为假可推论其为真呢?稍加分析不难看出,单从 K 本身和伊壁门尼德是克里特人的经验事实,尚无法作出这样的推论。但若增加假定只有伊壁门尼德一个人是克里特人并且 K 是他说过的唯一一句话,或者假定其他克里特人的确都是说谎者(这正是克里普克所谓"对克里特人所说的其他所有话成立"之意),则亦可获得:

(2)如果假设 K 为假,可推出 K 为真。

由(1)(2)两式相结合,即可得到:

(3)K 真,当且仅当,K 假。

任何形如(3)的形式,被称为"矛盾等价式"或"矛盾互推式"。

显而易见,上述推导中的两个"假定"并不是经验事实,因而矛盾等价式的后一半并不能真正建立起来;而前一半之由真推假,恰可视为伊壁门尼德断言必假的一个证明。亚里士多德(Aristotle)还曾正确地指出,如果不把"说谎者"定义为"所说的每一句话皆假之人",前一半也是推不出的;而一旦作出这样的定义,则该推导只不过是矛盾律之作用的又一例证,犹如他在《形而上学》中对"一切言论皆假"的分析一样。然而公元前4世纪,麦加拉学派的欧布里德(Eubulides)发现,对导出悖论来说,上述的经验事实因素可以消去。欧布里德把问题表述为:

如果某人说他正在说谎,那么他说的话是真还是假?

欧布里德问题经常被重述为:

"我现在说的这句话是谎话",这句话是否可赋真值?

若假设它为真,则据其语义,可得它为假;而若假设它为假,其语义又恰好"是其所是",又可得它为真,因而由此可以完全建立起矛盾等价式,而且此处矛盾等价式的建立不依赖任何经验事实。这就是历史上说谎者悖论的由来。

"我现在说的这句话是谎话",通称"说谎者语句"。现代悖论研究中一般将之表述为:"本语句是假的",或者使用语句名称符号刻画为:

$$L:L \text{ 是假的。}$$

这种表述消除了原句中的人称和时间索引词,同时也避免了"谎话"的语用歧义,从而使得悖论的构造更为简单明了。

我们之所以详细叙述这个众所周知的悖论的由来,旨在全面展示严格意义的逻辑悖论的构成要素。首先,可以建立矛盾等价式,是逻辑悖论的形式特征。亚里士多德指出"一切言论皆假"自相矛盾,古印度学者认为"一切言皆妄"自语相违,我国先秦典籍《墨经》中说"以言为尽悖,悖,说在其言",都是说由一个语句的真可推出其假,但反之不然。因而这些推导都不能建立矛盾等价式,可名之为"半截子悖论"。我认为,中国和印度古代典籍中只有半截子悖论而没有可构成矛盾等价式的逻辑悖论出现,是一个值得深思的文化现象。①

在经典二值逻辑中,一个语句的真假关系可对应于两个相互矛盾的语句 p 与 $\neg p$(非 p)之间的关系。以↔表示"当且仅当",则矛盾等价式的一般形式可记为:

$$p \leftrightarrow \neg p$$

之所以用"可以建立矛盾等价式"的表述,是因为矛盾等价式在悖论的

---

① 参见张建军:《严格悖论为什么没有在先秦哲学典籍中出现》,载《哲学研究》("澳门 97 中国名辩学与方法论研讨会"专辑),1998 年。

实际语言表述中未必出现。逻辑悖论的另一种典型的表述形式是：在同一背景知识下，既逻辑地推出 p，又逻辑地推出 $\neg p$。据此使用归谬推理，可以很容易地建立矛盾等价式。

此处"在同一背景知识下"的限制是极其关键的，这涉及逻辑悖论的第二个构成要素：公认正确的背景知识。以上关于"伊壁门尼德悖论"的表述中也构成了矛盾等价式，但是其推导中使用的两个假定并不是为人们所公认的，因而这个矛盾等价式并不成其为严格意义上的逻辑悖论。实际上，若没有一定的背景知识的参与，单从语句 p 本身绝不可能逻辑地推出 $\neg p$，从 $\neg p$ 也绝不可能推出 p。著名逻辑学家和哲学家塔尔斯基(A. Tarski)曾对此进行了深入细致的分析，揭示了人们在推导说谎者悖论的过程中不自觉地使用的"公共信念"。他指出，人们在推导中所依赖的关于语句的真值的直觉观念遵循如下模式：

x 是真的，当且仅当 p

这个模式被称为"(T)模式"。其中，x 是语句 p 的名称。若用引号式"p"表示 p 的名称，则这个模式更为直观。例如：

"雪是白的"是真的，当且仅当，雪是白的。

"地球绕太阳转"是真的，当且仅当，地球绕太阳转。

除此之外，要严格导出说谎者悖论，尚需如下两条：

1. 语言的"语义封闭性"。

即"悖论在其中构成的语言不仅包含了这种语言的表达式，也包含了这些表达式的名称，同时还包含了诸如指谓这种语言中的语句的词项'真的'这样的语义学词项；我们还假定所有决定这个词项适当使用的语句都能在自然语言中得到断定"。塔尔斯基指出，我们平时所使用的日常自然语言，就是具有语义封闭性的语言。

2. 经典逻辑“通常的逻辑定律是有效的”。[①]

与“伊壁门尼德悖论”相类似,一些“经验事实”陈述也会出现在严格悖论所由以导出的背景知识之中。近来逻辑学家发现,只要确认陈述句可以作为真值载体(无论是作为本体性载体还是导出载体)和说谎者语句是合乎语法的陈述句这一毋庸置疑的经验事实,便可取代塔尔斯基对语义封闭性的复杂规定而逻辑地推出矛盾等价式。[②]

逻辑悖论的第三个构成要素,是其所依据的背景知识和矛盾等价式之间的无误推导。塔尔斯基曾对说谎者语句的推导做了严密的逻辑刻画。令符号 L 为如下语句的缩写:

本页本行中的语句是假的。

依据明显的经验事实可以确定(用双引号表示语句名称):

“L 是假的”等于 L。

据(T)模式知:

“L 是假的”是真的,当且仅当,L 是假的。

两式相合,可得(据同一替换定理):

L 是真的,当且仅当,L 是假的。

在前述语义封闭的背景知识下,这个推导可以经受经典逻辑的严格检验,是无懈可击的。

---

① A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,肖阳译,载涂纪亮主编:《语言哲学名著选辑》,三联书店 1988 年版,第 255 页。

② Cf. R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, pp.2—3.

总之,“公认正确的背景知识”、“严密无误的逻辑推导”、“可以建立矛盾等价式”,是构成严格意义逻辑悖论必不可少的三要素。由此我们可以得到如下定义:

> 逻辑悖论指谓这样一种理论事实或状况,在某些公认正确的背景知识之下,可以合乎逻辑地建立两个矛盾语句相互推出的矛盾等价式。①

悖论作为一种理论事实或理论状况,是由三要素共同决定的。“理论事实或理论状况”的含义有两个方面:其一,悖论并不存在于纯客观对象世界,而是存在或内蕴于人类已有信念系统之中;其二,悖论是一种系统性存在物,任何孤立的语句本身都不可能构成悖论。

掌握逻辑悖论的完整含义,有助于弄清楚如下两个重要区别:1. 悖论与悖论性语句之别;2. 悖论与悖论的拟化形式之别。

学界经常有人把前述说谎者语句直接指认为说谎者悖论,这显然是不适当的。在悖论建构中可以作为矛盾等价式前件或后件出现的语句,只能称为“悖论性语句”,而不可视为悖论本身。

学界也经常有人错误地把说谎者语句 L 之类的悖论性语句视为悖论赖以推出的“前提”,这是需要特别纠正的。因为悖论所据以推导的前提,在悖论建构中隶属于“公认正确的背景知识”要素;而 L 之类的悖论性语句,只是在悖论推导过程中所使用的假设,在我们得到 $L \leftrightarrow \neg L$ 型矛盾等价式时,这个假设已被消去。换言之,矛盾等价式的得出并不以悖论性语句为“前提”。

“悖论的拟化形式”指谓具有悖论的结构特征,但其推导所依据的前提

① 该定义与国内外通行定义的比较研究,参见张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》,河北教育出版社 1998 年版,第 104—109 页;亦可参见赵总宽主编:《逻辑学百年》,北京出版社 1999 年版,第 368—373 页。(更进一步的讨论请参见本修订本的附录 A 和附录 C。——修订本注)

或假定并非"公认正确的背景知识"的情况。① 加入两个"假定"之一才可构成的"伊壁门尼德悖论",就是一个典型的拟化形式。而著名的"理发师悖论"是另一个典型个例。这是罗素(B. Russell)于 1918 年在《(大)数学原理》"再版前言"中,作为"罗素悖论"(详后)的"通俗版"而引入的:

> 一个村子的某理发师(规定)给而且只给任何不给自己刮胡子的村民刮胡子。谁给该理发师刮胡子?②

现将问题的论域限制为该村村民集合,且已知该理发师也是一个村民。那么,假设该理发师不给自己刮胡子,依照规定可推出他必须给自己刮胡子;而假设他给自己刮胡子,依照规定又可推出他不能给自己刮胡子,从而可以建构一矛盾等价式。然而,建构该矛盾等价式所本质依据的假设(即上述规定),在任何意义都不是"公认正确的背景知识"。由它推出矛盾等价式,只是这个规定不合理的一个证明而已。或如奎因(W. V. Quine)1962 年所说,这只能构成具有"规定"属性的"理发师"不可能存在的一个归谬法证明。③

罗素在引入这个"通俗版"时并没有说明它和严格悖论的根本区别,以致后来在许多文献中把它当作一个严格悖论对待,在国内学界这种现象仍普遍存在。的确,拟化形式虽不是严格意义上的逻辑悖论,但它们的构造也有重要价值,可以用来启发解决悖论的思路与方法,以往的研究实践已充分

---

① "悖论的拟化形式"(Imitation of Paradox)是笔者于 1990 年引入的一个称谓(参见张建军:《科学的难题——悖论》,浙江科学技术出版社 1990 年版,第 13 页),以替代西方某些学者所使用的"伪悖论"(Pseudo-Paradox)的称谓。显然,由本书所界说的逻辑悖论三要素看,用"伪悖论"或"佯悖"去指谓那些违反"严密无误的逻辑推导"的要求而内含逻辑错误的"悖论"是更为适当的。同时,"拟化形式"的称谓对这种拟悖论现象之重要研究价值的体现,也是"伪悖论"称谓所不具备的。

② A. N. Whitehead and B. Russell, *Principia Mathematica*, Cambridge University Press, 1925, p.60.

③ Cf. W. V. Quine, "Paradox", *Scientific American*, Vol. 206(1962). Reprinted in *The Way of Paradox and Other Essays*, Harvard University Press, 1966, p.12.

表明了这一点。但拟化形式与严格悖论的区别又是十分重要的,绝不可混为一谈。这在本书的讨论中可以得到充分的显示。①

在逻辑悖论的三个构成要素中,"严密无误的逻辑推导"和"可以建立矛盾等价式"可从逻辑语形学和语义学获得解释,唯有"公认正确的背景知识"是一个涉及认知主体并且具有一定模糊性的语用学概念。这个概念的模糊性源于逻辑悖论本质上的相对性。"公认"总是为某一领域的认知共同体所公认,因而任一悖论都相对于一定领域的认知共同体而言。既可如说谎者悖论那样相对于日常进行合理思维的普遍性认知共同体,也可以是某个相对特定学科领域的科学家共同体;其中的"背景知识"既可以是人们公认的明晰知识,也可以是认知共同体不自觉使用的公共预设。尽管这个一般概念是模糊的,但落实到每个具体的悖论的构造,其由以导出的背景知识,是

---

① 笔者认为,关于"拟化形式"的上述讨论可以圆满解决我国两位著名逻辑学家莫绍揆先生和朱梧槚先生的一场争论。针对莫先生在多篇著述中把伊壁门尼德问题直接指认为"悖论"的观点,朱先生指出,仅从"凡克里提人都说谎"绝不能构成悖论,它和欧布里德"说谎者"的区别并非莫先生所说悖论性明显与不明显之分,而是"是与不是悖论之别"。(参见《数学研究与评论》1982 年第 4 期,第 188 页)莫先生在答辩中说,只要有"克里提人别的话全是谎话"的假设,则指认伊壁门尼德问题为悖论问题就无可厚非,而且对理解说谎者悖论的"历史进程"非常有益。(《数学研究与评论》1983 年第 4 期,第 131 页)而朱先生又指出,有无此假设恰好是一个重要的问题,不提此假设而直接指认伊壁门尼德语句导致悖论无论如何都是不正确的。(《数学研究与评论》1985 年第 1 期,第 155 页)而从本书的界说看,无论是伊壁门尼德问题的原始形式(一个典型的"半截子悖论"),还是适当引入假设之后的形式(一个典型的"拟化形式"),都不是严格意义的逻辑悖论。朱先生正确指出并强调的是"半截子悖论"与严格悖论的区分,而莫先生在答辩中所强调的实质是悖论的拟化形式的研究价值。在莫先生新近发表的《悖论》一文中有如下表述:"埃氏(即伊壁门尼德)是克里提人,他说:'所有的克里提人均说谎'。单就这句话而论得不出悖论,但埃氏说这句话的背景是:除他这句话外克里提人别的话都是谎话。我们承认这个背景并问:他这句话是真还是假? ……无论这句话为真为假,我们都陷于矛盾。"(载李志才主编:《方法论全书 I》,南京大学出版社 2000 年版,第 565 页)莫先生这里虽仍未明确指明上述"背景"的性质,但显而易见,如果我们弄清楚半截子悖论、悖论的拟化形式和严格意义的悖论的分界,在这个问题上完全可以达成共识。[克里普克之所以亦将"伊壁门尼德悖论"直接指认为严格悖论,是因为他将之理解为一个"由于经验事实的不利出现"所使然的悖论,即一个"砝码悖论"(详见本书第三章)。即他把"克里提人其他所有断言皆假",作为一个可设想的经验假定,这种经验假定可在特定的论域为真。但由此不能否定"伊壁门尼德悖论"的原始形式是一个拟化形式。——修订本注]

能够以与特定认知领域相适应的严格性,明确而非含混地予以揭示的。正是由第一要素所决定,本书所界说的“逻辑悖论”既不是纯语形学概念,也不只是语义学概念,而是一个包容语形、语义因素的语用学概念。

明确指认正确界说的“逻辑悖论”实质上是一个逻辑语用学概念,对于逻辑悖论研究的意义是不言而喻的。但长期以来,国内外学界对此并无明确的认知。尽管本书所使用的逻辑悖论定义笔者已使用了十年,[①]而该定义所界说的实际上就是一个语用学概念,但“悖论是一个语用学概念”的明确观念,是近来在研究“预设”问题的过程中才领悟到的。在弗雷格—斯特劳森研究传统中,“预设”仅被作为一个语义学概念,这种处理陷入了种种难以摆脱的困境。20 世纪 70 年代初,美国学者斯塔纳克(R. C. Stalnaker)等人提出,预设实际上是一种语用学现象,应从语用学角度界说“预设”概念,并由此解决了以往长期不能解决的一系列问题。经过多年发展,这种“语用学转向”的价值已得到充分体现。[②] 由此我联想到,如果我们能够明确指认悖论是一种语用现象,从语用学角度界说“悖论”概念,是否会起到类似的作用呢?近期的研究使我确信,答案应是十分肯定的。

弄清“逻辑悖论”是一个语用学概念,可以引导我们把逻辑语用学研究所取得的一系列成果运用到悖论研究中来,某些问题甚至能收到迎刃而解之效。比如,当代语用学对于“共有知识”(mutual knowledge 或 common ground)和“语用推理”的研究,对于我们正确把握逻辑悖论的背景知识要素和逻辑推论要素,评估和建构各种解悖方案,都有重要的借鉴价值。

明确“逻辑悖论”概念的语用学性质,可以对悖论特征的另一种简单刻画有新的认识。香港学者黄展骥曾一再论证,应当用“(逻辑)矛盾被证明”

---

① 该定义最早使用出现在 1991 年 12 月笔者提交首届全国科学逻辑讨论会的论文《悖论的逻辑与方法论问题》之中。此前笔者使用的定义是:“悖论就是从某些公认正确的背景知识中逻辑地推导出来的两个相互矛盾的命题的等价式。”该定义在表述上把悖论归结为矛盾等价式有欠妥当,但亦本质地包含了“公认正确的背景知识”这一语用要素。

② 参见周礼全主编:《逻辑——正确思维和成功交际的理论》,人民出版社 1994 年版,第 453—479 页。

作为严格悖论(他称之为“典型悖论”)之特征的最简刻画,[1]国内外学界也有一些类似的提法。陈波明确反对这种表述,认为“在任何情况下,我们都不能说已经证明了一个矛盾,因为(逻辑)矛盾按其本性来说就是不能被证明的东西,‘证明’一词的意义自动排除了证明矛盾这种说法”[2]。出于同样的考虑,我也曾认为“矛盾被证明”的说法自语相违,并提出必须将该说法中的“证明”弱化为“从公认正确的背景知识推出”。现在看来,这种看法乃源于没有分清“证明”的语义学概念和语用学概念之故。若从语用学的角度考察,实际的认知主体所做的任何证明,哪怕是极其严格的证明,只能从认知主体确信其为真的前提出发,而不可能确保这些前提必定为真。实际上,能够为某一认知共同体所承认的证明,都是从该共同体所公认的前提经严格推导建立起来的。因此,从逻辑语用学的观点看,“矛盾被证明”的确可以作为严格悖论的简要而恰当的特征刻画。由该问题的讨论可见,即使我们所使用的“悖论”概念实际上就是一个语用学概念(陈波亦基本赞同三要素说),若没有其语用学性质的明确指认,仍会使研究走入误区。

尽管在“矛盾被证明”问题上有如上匡正,但我仍不能赞同黄展骥等学者弃置矛盾等价式用法的主张。由矛盾命题互推而建构的矛盾等价式,能够在形式上即可显示出逻辑悖论与普通的逻辑矛盾的差别,这是“矛盾被证明”所没有的功用。两种等价的表述各具特色,相得益彰,没有必要用一个排斥另一个。至于不少学者关于应把“得出两个矛盾命题”和“矛盾等价式”均纳入悖论界说的主张,从方便悖论识别的角度看是有道理的,但是就揭示逻辑悖论的特征而言,我认为本书定义中“可以(能够)建立矛盾等价式”的提法已经足够。当然,如能就悖论的语用学性质达成一致,其形式特征表述上的分歧已属于次要问题。[3]

---

① 参见黄展骥:《评张、孙的悖论战》,《公教报》(香港)1991 年 5 月 16 日、25 日,收入高家方主编:《逻辑与谬误研究》,吉林大学出版社 1991 年版。

② 陈波:《逻辑哲学导论》,中国人民大学出版社 2000 年版,第 255 页。

③ 这里需要进一步明确的是,将“p 当且仅当$\neg p$”($p\leftrightarrow\neg p$)作为矛盾等价式的代表,需以承认塔尔斯基型经典语义学为前提。在某些非经典语义学中,推出两命题实质等值并不意味着“能够互推”。因而,矛盾语句(命题)在特定背景知识之下能够“互推”,才是逻辑悖论的根本形式特征。——修订本注

第二节　逻辑悖论的类型

逻辑悖论的语用学性质的确认，亦可帮助我们在国内外学界歧见颇多的悖论分型问题上获得新的认识。语用学概念的外延划分，必诉诸其中所包含的语用学因素，若以本书的“逻辑悖论”定义为据，则必以“公认正确的背景知识”之不同，作为划分逻辑悖论不同类型的标准。下面我们就运用这个标准，通过如下历史评述来认识与把握悖论的不同类型。

在 20 世纪悖论研究史上，第一个有影响的逻辑悖论分类理论，是英国数学家和哲学家莱姆塞(F. Ramsey)在试图解决以罗素悖论为代表的集合论悖论的过程中给出的。1901 年罗素在德国数学家康托尔(G. Cantor)创立的素朴集合论中发现了一个简单而重要的悖论，引发了数学史上第三次基础理论“危机”。这是因为素朴集合论已被当时的数学界普遍公认为整个数学大厦的基础。由于素朴集合论可用纯逻辑语言表达与刻画，这场“危机”也被归之于逻辑基础理论。悖论在科学理论基底部分出现使罗素等人认识到，古希腊和中世纪哲学家们对说谎者之类悖论的探讨，绝不是无谓的文字游戏，而是关乎人类思维基础的重大问题。因此，罗素提出了一种旨在一揽子解决集合论悖论和以往提出的说谎者型悖论的方案——分支类型论。但这个方案在形式技术和哲学说明方面都受到了众多批评。正是通过对分支类型论的批判性审视，莱姆塞认识到，集合论悖论与说谎者型悖论虽然有雷同的逻辑构造，但在其由以导出的基本命题(即我们所谓“背景知识”要素)的可表达性上有重大的差别：集合论的基本原则可用纯粹的逻辑语形语言表达，而说谎者型悖论由以导出的基本原则，必定在本质上涉及“真”“假”等有关语言的意义、命名与断定，即语言与对象的关系方面的内容，因而这是两种不同性质的悖论。①

罗素悖论的建构只涉及集合论三个最基本概念“集合”、“元素”和“属

① Cf. F. P. Ramsey, “The Foundations of Mathematics”, Reprinted in D. H. Mellor, ed., *Foundations*, Humanities Press, 1978, pp.58—100.

于”。任一集合的元素“属于”该集合，是集合论中的一项基本关系（本书将使用通用符号∈表示元素与集合的“属于”关系）。根据素朴集合论的一个造集原则，任一集合都可作为元素属于一个新集合；而根据另一个造集原则，任一特征性质都可定义一集合（通称“概括原则”）。由此可把所有的集合分为两类：一类是不属于自身的集合，如人的集合本身不是一个人，因而不能作为自身的一个元素，这种集合被称为“非自属集”；另一类是属于自身的集合，如非人事物的集合本身就是非人事物，因而可以作为自身的一个元素，这种集合称为“自属集”。① 从上述基本原则看，这种分类是充分适当无可怀疑的。然而，如果我们同时承认这些基本原则，则必可从上述分类推出矛盾。

罗素本人曾把其推导过程简洁地刻画如下（罗素通常把“集合”称为“类”）：

> 令 ω 作为所有不是自身元素的类的类，那么，无论类 x 可能是什么，“x 是 ω”与“x 不是 x”是等值的。因此，给出 x 的值 ω，则“ω 是 ω”与“ω 不是 ω”等值。②

如果我们把“不是自身元素的类的类”即“非自属集之集”称为“罗素集”，则上述推导所得到的矛盾等价式可表示为：

---

① 即使从素朴集合论的观点看，“非自属集”也应是绝大多数集合的性质，因而“非自属集”又称“平常集”，“自属集”又称“非常集”。我们可以举出的非常集的例子诸如“大全集”（所有集合的集合），“负集”（不具有某属性的事物之集），“不只 n 个元素的集之集”，“无限集之集”及“抽象客体集”等。需要指出的是，迄今在我国学界仍未加批判地广为流传的观点，认为在素朴集合论看来，“一切概念所组成的集合”或“所有观念的集合”是非常集（此说源于 M. 克莱因：《古今数学思想》第四册，上海科技出版社 1981 年版，第 291 页），是一个存在典型的语义层次混淆的观点。因为以所有概念为元素所组成的集合本身并不是一个概念。该例典型地说明了注意仔细辨析概念、分清层次之必要，而这对于逻辑悖论的研究是尤为重要的。

② B. 罗素：《以类型论为基础的数理逻辑》，苑莉均译，载《逻辑与知识》，商务印书馆 1996 年版，第 72 页。

罗素集是自属集,当且仅当,罗素集是非自属集。

矛盾等价式的建立意味着其支语句的真假可以互推,但罗素悖论的建构进程中始终没有用真值概念。正如罗素本人指出,仅使用刻画性质与关系的逻辑语形语言,便可使该悖论得以重塑。由于集合可用特征性质定义,则"元素属于集合"可转化为"个体具有某性质"的表述,"集合的集合"可转化为"性质的性质"的表述,可分别符号化为 Fa、GF 等。如此,所有性质亦可分为两类:自有性质(如性质"可理解的"本身也是可理解的)和非自有性质(如性质"诚实"本身并不具有诚实性)。现问:非自有性质本身是自有的还是非自有的?结论:它是自有的,当且仅当,它是非自有的。该悖论还可用如下二阶逻辑(因这里约束变项不是"个体变项",而是"性质变项")纯形式构造"一步即成":

$$(1)\ \forall X(P(X)\leftrightarrow\neg X(X))$$
$$(2)\ P(P)\leftrightarrow\neg P(P)$$

(1)刻画了非自有性质的特征,即"对于所有性质 X,X 有 P 性质,当且仅当,X 不自有"。(2)则使用全称限定规则即得到矛盾等价式。

作为罗素悖论直接转化物的性质悖论的纯语形构造说明,莱姆塞的悖论分类是有充分根据的。后来的研究实践也证明,在不涉及说谎者型悖论的情况下,集合论悖论可以得到相对独立的解决。

莱姆塞把集合论悖论称为"逻辑悖论",把说谎者型悖论称为"认识论悖论"。莱姆塞意义上的"逻辑悖论"是该词的最狭义用法,这种用法与本书所使用的"逻辑悖论"的根本差异在于:莱姆塞命名中的"逻辑"主要指谓悖论所据以推导的背景知识的"逻辑性",即集合论语言可以转化为纯粹的逻辑语形语言;而本书命名中的"逻辑"主要指谓悖论推导过程中的"逻辑性",这是"逻辑悖论"一词的广义用法。由于集合论语言可以转化为高阶逻辑语言,故莱姆塞意义上的逻辑悖论时常被明确指认为高阶逻辑悖论,更多地则被称为"集合论—语形悖论"或"语形悖论"。语形悖论无疑是广义逻辑悖论

的一种最严格的形态。[①]

莱姆塞所指谓的“认识论悖论”现通称“语义悖论”，以是否在“背景知识”之所指层面本质地使用语义概念而与语形悖论划界。由上述三要素说视之，是否本质地使用了语义概念完全取决于背景知识要素，而不决定于另外两要素。

除说谎者悖论及其各种变体之外，人们还为“可定义”、“描述”、“满足”等一系列语义概念构造了类似的严格悖论，形成一个丰富多彩的语义悖论群落。其中“理查德悖论”就是在罗素悖论公布于世之后不久，法国的一个中学教师理查德(J. Richard)于1905年发现并公布的一个关于“可定义性”概念的悖论：兹令 E 是可用有限个文字定义的十进位小数组成的集合，并令它的元素均被序化为第1个、第2个、第3个等等；再令 N 代表这样一个小数，如果在 E 中的第 n 个小数的第 n 位数是 m，则 N 中的第 n 位数或是 $m+1$(当 $m\neq 9$ 时)，或是0(当 $m=9$ 时)。这样，N 就不同于 E 中的每一个元素，但它却已经被有限个文字定义出来了。因此，在集合和可定义性的通常意义下可得：

N 是 E 的元素，当且仅当，N 不是 E 的元素。

理查德悖论是除说谎者悖论之外被讨论最多的语义悖论之一，人们后来又给出了它的各种变形。下面是与哥德尔(K. Gödel)的不完全性定理密切相关的一种变形，它与上面的悖论实质相同，但构造过程更类似于罗素悖论。自然数的任一性质均可用有限长的语句加以定义[②]，令所有这样的语

① “语形悖论”之“语形”不能作纯粹的无释义的“语形”理解，而需作“逻辑语形语言”的理解，其前提之释义(即本书所谓背景知识之“所指层面”)只需涉及“个体”、“性质”、“关系”等逻辑本体范畴，而不含有语义学范畴。“集合”与“性质”之间的“转换”，涉及一系列深刻的哲学问题，需进一步审视。请参见本书第五章第一、二节的有关探讨。——修订本注

② 余俊伟教授曾来函指出，因为自然数的性质应有不可数多个，而有限长的语句显然只有可数多个，故此处应当改为“自然数的某些性质可用有限长的语句加以定义”，但这并不影响该悖论的构造。这个意见是正确的。——修订本注

句均被序化并加以编号。再令用来编号的数本身也是自然数,从而可以考虑每个编号数自身是否具有由它所编号的性质的问题。如果一个作为编号数的自然数自身不具有由它所编号的性质,则称它为“理查德数”,比如说,关于奇数的定义被编在第10号,则10便是一个理查德数;如果某个作为编号的自然数恰好也具有由它所编号的性质,则称该数为“非理查德数”,比如将素数的定义编在第17号,则17便属于非理查德数。如此,是否理查德数,也属于可用有限长的语句来描述的自然数性质之列。兹问,“是理查德数”这个性质的编号数N是不是理查德数?容易见得:

N 是理查德数,当且仅当,*N* 不是理查德数。

由于这两个悖论在其背景知识所指层面本质地使用了“可定义”、“描述”这样的语义词项,因此它们均被归入语义悖论。两个悖论各有特色,在后面的讨论中,我们将分别称为理查德I和理查德II。

在诸多语义悖论发现与研讨的过程中,美国逻辑学家蒙塔古(R. Montague)和卡普兰(D. Kaplan)于20世纪60年代初发现的“知道者悖论”,引起了人们广泛关注。知道者悖论所依据的“背景知识”是知识论或认知逻辑的如下三条原理模式:

(*A*)$Ks(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow p$

(*B*)$Ks(\ulcorner K(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow p \urcorner)$(或可缩写成 $Ks(\ulcorner A \urcorner)$)

(*C*)$(I(\ulcorner p \urcorner, \ulcorner q \urcorner) \wedge Ks(\ulcorner p \urcorner)) \rightarrow Ks(\ulcorner q \urcorner)$

其中 Ks 是“知道”谓词(s 代表任一特定认知主体),p、q 是任一语句变项,“$\ulcorner \urcorner$”式代表语句名称,I 是“推出”谓词,逻辑联接词→、∧(联言符)解释如常。则原则(*A*)是说,如果“认知主体知道 p”为真,则 p 为真;原则(*B*)是说,认知主体知道原则(*A*);原则(*C*)是所谓“知识的演绎闭合原则”,它是说,如果认知主体知道 p,而又由 p 合乎逻辑地推出 q,则该主体知道 q。

原则(A)为柏拉图经典知识定义所蕴涵，只要注意区分真知与伪知，便是普遍可接受的[①]；原则(B)(C)也是有初级理性思维能力的认知主体即可满足的。由此请思考如下语句 N(通称“知道者语句”)：认知主体知道 N 是假的(即 $Ks(\ulcorner\neg N\urcorner)$，该语句之可构造，即 $N\leftrightarrow Ks(\ulcorner\neg N\urcorner)$之成立，由本书所要重点阐释的哥德尔自指定理保证)。上述原理模式可作如下代入：

$(A^*)Ks(\ulcorner\neg N\urcorner)\rightarrow\neg N$

$(B^*)Ks(\ulcorner A^*\urcorner)$

$(C^*)I(\ulcorner A^*\urcorner,\ulcorner\neg N\urcorner)\wedge Ks((\ulcorner A^*\urcorner)\rightarrow Ks(\ulcorner\neg N\urcorner))$

由此可做如下推导：($\vdash$ 为定理符或推出符)

(1) $\vdash N\rightarrow Ks(\neg N)$　　(据 N 的定义)

(2) $A^*\vdash N\rightarrow\neg N$　　(据 A^*、(1)，三段论)

(3) $A^*\vdash\neg N$　　((2)归谬法)

(4) $\vdash I(\ulcorner A^*\urcorner,\ulcorner\neg N\urcorner)$　　(据(3))

(5) $C^*\vdash Ks(\ulcorner A\urcorner)\rightarrow Ks(\ulcorner\neg N\urcorner)$　　(C^*、(4)分离)

(6) $\vdash Ks(\ulcorner\neg N\urcorner)$　　(B^*、(5)分离)

(7) $B^*\wedge C^*\vdash N$　　(据 N 的定义和(6))

(3)(7)矛盾。该推导很容易重塑为 N 与 $\neg N$ 间的矛盾等价式。显

① 正是依据原则(A)，孔斯(R. C. Koons)教授曾在访学交流中，对我的悖论定义中“公认正确的背景知识”的表述提出疑义，因为从真正的知识合乎逻辑地推出矛盾，是“逻辑地”不可能的。我对此给出的解释是，定义中的“背景知识”一词所使用的是现代科学哲学和科学逻辑中的一个常用术语，即指特定领域认知共同体的“公共信念”。故悖论第一要素之重心在于“公认”一词，公认为知识的东西未必是真正的知识。明确这一点，对于理解悖论的语用学性质及由此决定的悖论的相对性、根本性和可解性，都是非常重要的。请参见本修订本附录 A 对此所做的说明。——修订本注

然,知道者语句 N 是说谎者悖论的认知变形。

知道者悖论所据以导出的"背景知识"中本质地包含了语义概念,依照莱姆塞型二分法,自然应属于语义悖论。但是,知道者悖论与说谎者悖论之间有一个重要差别,即"知道"是所谓表达"态度"的谓词,本质地涉及认知主体与语句意义之间的关系。也就是说,该悖论由以建立的背景知识在其所指层面即已本质地涉及语用因素。后来的研究表明,仿照知道者悖论的构造,可为"相信"、"断定"、"认为"等一系列态度词构造类似的悖论。至 20 世纪 70 年代末,美国哲学家伯奇(T. Burge)主张将关于态度谓词的悖论从语义悖论中独立出来,称之为"认知悖论",得到了学界广泛采纳。①

不难见得,在背景知识之所指层面本质地涉及语用因素的悖论,绝不会仅限于认知悖论。近来随着博弈论经济学和公共选择理论的发展,关于合理选择行动理论的逻辑与认识论研究得到了很大的发展,同时也发现了关于"合理选择"或"合理行动"概念的一系列悖论,而这些悖论由以导出的背景知识也是一些能为初级理性思考所普遍认可的基本原则。与语形悖论和语义悖论相应,我们把认知悖论和合理选择或合理行动悖论,以及所有本质地涉及理性主体的严格悖论统称为"语用悖论"。

需要注意的是,不能把"语用悖论"与逻辑悖论的语用学概念混为一谈,正如不能把"语用预设"与预设的语用学概念相混淆。符合三要素标准的任何严格意义的逻辑悖论的出现都是一种语用现象,而语用悖论则只是逻辑悖论的一个子类。

如上所界说的集合论—语形悖论、语义悖论和语用悖论,就是 20 世纪西方逻辑学与逻辑哲学界在"逻辑悖论"名义下所研究的主要对象。这些悖论的共同特点是:其由以导出的背景知识都是日常进行合理思维的理性主体所能普遍承认的公共信念或预设;而且均可通过现代逻辑语形学、语义学与语用学的研究,得到严格的塑述与刻画,其推导可达到无懈可击的逻辑严格性。

显然,符合三要素要求的逻辑悖论亦非限于上列三类。若把"公认正确

① Cf. T. Burge,"Buridan and Epistemic Paradox",*Philosophical Studies*,Vol. 34(1978).

的背景知识"的视域从日常合理思维转移到哲学思维和具体科学思维,我们即可进一步引入"哲学悖论"和"具体理论悖论"(为讨论方便,我们将语形、语义、语用悖论统称"狭义逻辑悖论")。

哲学悖论的典型代表是著名的"芝诺悖论",但需按前述严格悖论的基本特征予以重新认识与把握。芝诺悖论以其有关"运动"的悖论最为重要,尽管芝诺(Zeno)本人的著作未能流传下来,但其论证比较完整地保留在亚里士多德的《物理学》之中:

> 芝诺关于运动的论证(这些论证给那些研究这些问题的人造成了困难)有四。第一个("二分法")说:运动不存在。理由是:位移事物在达到目的地之前必须先抵达一半处。
>
> 第二个是所谓"阿克琉斯"论证。这个论证的意思是说:一个跑得最快的人永远追不上一个跑得最慢的人。因为追赶的人必须首先跑到被追的人跑的出发点,因此跑得慢的人必然永远领先。
>
> 第三个论证("飞箭不动")是说:任何事物,当它是在一个和自己大小相同的空间里时(没有越出它),它是静止着,如果位移的事物总是在"现在"里占有这样一个空间,那么飞着的箭是不动的。
>
> 第四个是关于运动场上运动物体的论证("运动场"):跑道上有两排物体,大小相同,数目相同,一排从终点排到中间点。另一排从中间点排到起点,它们以相同的速度作相反的运动,芝诺认为这里可以说明:一半时间和整个时间相等。①

亚里士多德所说的四个"论证",后人普遍地称之为四个"悖论",迄今亦然。但用前述严格悖论的特征衡量,任何一个单独的论证都不能满足三要素,充其量只能视之为"半截子悖论"。但是,若把四个论证作为一个统一体考察,却会得出十分不同的结论。

芝诺论证中的"运动"显然等同于"位移",第一、三论证针对单一个体的

---

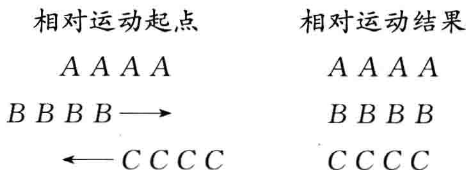
① 亚里士多德:《物理学》,张竹明译,商务印书馆1962年版,第190—193页。

位移而言，第二、四论证针对个体间的相对位移而言。亚里士多德把四个论证视为对位移的分别的、直接的反驳，这个认识似是而非。四个论证都是所谓归谬论证，其荒谬结论都是为日常合理思维主体不能接受的。问题在于，推出这些荒谬结论的前提是否就是一个孤立的"运动存在"？仔细分析芝诺的论证不难发现，"二分法"和"阿克琉斯"中荒谬结论的得出，不仅需要前提"运动存在"，而且需要前提"时空无限可分"，其结构可表示为如下形式：

$$p \wedge q \vDash r$$

由 r 的荒谬性所归谬的不是 p，而是 $p \wedge q$ 这个联言句，该联言句的否定等于选言句 $\neg p \vee \neg q$(并非运动存在或并非时空无限可分)，故若承认运动存在，则前两个论证就可视为对"时空无限可分"的归谬。

与"时空无限可分"矛盾的命题是"时空具有最小不可分单位"①，而后者是"飞箭不动"和"运动场"论证推出荒谬结论的前提。"飞箭不动"以之为前提是显然的，"运动场"则需要再做分析。德国学者柏内特在上述表述中增加了一列静止物体，从而使"运动场"的推导更易理解，可图示如下：



只有将这里的 A、B、C 物体均视为最小不可分单位，并且其一步位移

① 更严格地说，若使这里所说两命题的"矛盾关系"成立，还需增加亚里士多德所给出的前提："如果时间和(空间)量中无论哪一个是无限的，那么另一个就也会是无限的。并且，一个在哪方面无限，另一个也在这方面无限。……如果时间在延伸和分小这两方面都无限，那么量也就在这两个方面都无限。"(《物理学》，第 106 页)不过，即使将时、空与有限、无限分开组合，悖论同样可以产生，只不过要复杂一些罢了。另外需要注意的是，芝诺和亚里士多德所使用的"无限"都是"潜无限"，在当时没有也不可能产生明确的"实无限"概念。

可度量一个最小不可分的时间单位，“一半时间和整个时间相等”的荒谬结论才可严格得出。

不难见得，在承认“运动存在”的前提下，可以逻辑地建立如下矛盾等价式：

时空无限可分，当且仅当，时空有最小不可分单位。

上述分析表明，仿照亚里士多德的先例，通常把芝诺对“运动”的反驳视为四个独立的论证分别加以考察和解决的方法，并未真正理解芝诺论证的“悖论”实质。只有把芝诺的四个论证作为统一整体来把握，才能充分明了芝诺的论证在人类思想史上的地位和作用。① 依前述悖论的相对性来看，芝诺论证相对于芝诺本人及埃利亚学派并不构成悖论。因为“运动存在”的前提正是他们所要极力否定的东西。但对于所有承认运动（哪怕是简单位移）的真实性的哲学家共同体和日常合理思维认知主体而言，这都是一个货真价实的严格悖论。尽管历代哲学家和科学家（特别是数学家）中都有人宣称已彻底解决了芝诺悖论，但经过对各种论据的批判，芝诺悖论又总是以新的形式得到重构。② 本书第五章所阐释的对角线方法的研究表明，当代逻辑悖论研究中出现的许多问题，在一定意义上仍是芝诺问题的翻版。

芝诺悖论的构造提供了一般哲学悖论的范型。康德（I. Kant）提出的四个“二律背反”是哲学悖论的另一范型。在芝诺的四个论证共同构成单一

① 据笔者所知，尽管以往国内外学术界有众多学者对芝诺“运动”疑难所依据的前提进行过精湛的分析，但由于受亚里士多德陈述模式的制约，在拙作《科学的难题——悖论》之前，尚无人明确阐明芝诺的四个“论证”构成一个而不是通常所说的四个悖论。运用三要素标准所获得的这个结果，对于逻辑悖论研究特别是其哲学研究的意义，在本书中已有较充分的体现。由是观之，美国学者侯世达（D. R. Hofstader）说芝诺是“悖论的发明者”（《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异壁之大成》，郭维德等译，商务印书馆 1996 年版，第 37 页），是一个正确的论断，但侯世达仍然分开讲四个“运动悖论”，从而也就不能为该论断作出真正的论证。

② Cf. A. Grunbuam, *Modern Science and Zeno's Paradox*, Wesleyan University Press, 1967 and W. C. Salmon, *Space, Time and Motion: An Philosophical Introduction*, University of Minnesota Press, 1980.

运动悖论的意义上,康德的前两个"二律背反"可视为芝诺悖论的一种变型:

> 第一背反:
>
> 正题:世界在时间中有一个起头,在空间方面也是有界限的。
>
> 反题:世界没有起头,在空间中没有界限;它在时间和空间两方面都是无限的。
>
> 第二背反:
>
> 正题:在世界中每一个组合的实体都是由单纯的部分("单子")组成的,而且除了单纯的东西所构成的东西外,任何地方都再没有任何东西存在。
>
> 反题:在世界中任何组合的东西都不是由单纯的部分所构成的,而且在世界中,没有任何地方存在着任何单纯的东西。①

芝诺悖论是对亚里士多德所说时空"分小的无限"立论,而康德第一背反则是对时空"延伸的无限"立论;第二背反亦指向"分小的无限",但不是就时空而言,而是对"实体的构成"提问。其论证方式都是芝诺式的归谬论证。无疑,对芝诺悖论之严整性的把握,也有助于人们对康德二律背反之严整性的认识。

依其"公认正确的背景知识"之不同,哲学悖论又可分为本体论悖论、认识论悖论和语言论悖论等。

哲学悖论与狭义逻辑悖论的区别,并不在于其所涉范畴在人类思想系统中的根本性和终极性,因为后者也无不直接或间接地涉及一些基本的哲学概念。哲学悖论的构造与狭义逻辑悖论的不同之处,在于它们所由以导出的背景知识及其推导过程,均未能得到如后者那样的逻辑语形学、语义学和语用学的严格塑述,其逻辑的无误性只是在认知共同体未找到其推导过程中的逻辑错误的意义上成立。因此,在哲学悖论的建构中,"直觉合理性"

---

① 康德:《纯粹理性批判》,韦卓民译,华东师范大学出版社 2000 年版,第 420、426 页。韦卓民先生把通译的"二律背反"改译为"二律背驰",此处仍用通译。

起着比狭义逻辑悖论大得多的作用。

具体理论悖论的典型代表,首推与20世纪物理学革命密切相关的"光速悖论"。它在少年爱因斯坦(A. Einstein)的思想中已形成如下雏形:

> 这个悖论我在16岁时就已经无意中想到了:如果我以速度(真空中的光速)追随一条光线运动,那么我就应当看到,这样一条光线就好像在空间里振荡着而停滞不前的电磁场。可是,无论是依据经验,还是按照麦克斯韦方程,看来都不会有这样的事情。①

这个素朴理想实验是否可塑述为一个严格的逻辑悖论呢?爱因斯坦在对该问题"十年沉思"的过程中,得到了如下明晰的认识:

> 上述悖论现在就可以表述如下。从一个惯性系转移到另一个惯性系时,按照经典物理学所用的关于事件在空间坐标和时间上的联系规则,下面两条假定:
>
> 1)光速不变
>
> 2)定律……同惯性系的选取无关(狭义相对性原理)
>
> 是彼此不相容的。②

显然爱因斯坦对于"悖论"这一术语的使用与本书逻辑悖论的界说是相合拍的。"光速悖论"建构的实质,就是在经典物理学的背景知识之下,经典相对性原理(以经典速度合成法则为本质要素)和光速不变定律这两个相互矛盾的东西均可推出,从而可以建立二者之间的矛盾等价式。

具体理论悖论都是相对于一个系统的科学理论而言的,其所涉及的认知主体是该理论领域的科学家共同体。经验事实因素在具体理论悖论中的作用,无疑高于在前面两类悖论中的作用。从理论背景和经验事实两方面

① 《爱因斯坦文集》第一卷,许良英等译,商务印书馆1976年版,第24页。

② 《爱因斯坦文集》第一卷,第25页。

衡量,矛盾双方得到同等有力的支持,才意味着具体理论悖论的构成。由这些特征所决定,具体理论悖论构造的严格性要求高于哲学悖论而低于狭义逻辑悖论。具体理论悖论之间的严格性要求,也因不同学科、不同理论系统化、严密化程度的不同而不同。

总之,狭义逻辑悖论、哲学悖论、具体理论悖论,是统摄于逻辑悖论之语用学界说的三种既互相区别又密切相关的基本类型。显然,这种清晰而系统的分型,只有在明确指认逻辑悖论的语用学性质的基础上才能获得。

为简便起见,在本书以下的论述中,除非有特别说明,“悖论”一词均指上述严格意义上的逻辑悖论。

第三节　RZH 解悖标准与逻辑悖论研究三层面

罗素在发现罗素悖论之后,不仅长期致力于寻求解决该悖论及其他相关悖论的方案,而且探讨了构成一种良好的解悖方案的元方法论标准。他在 1959 年出版的《我的哲学的发展》中回忆道:

> 正当我在寻求一个解决办法的时候,我觉得如果这个解决完全令人满意,那就必须有三个条件。其中第一个是绝对必要的,那就是,这些矛盾必须消失。第二个条件最好具备,虽然在逻辑上不是非此不可,那就是,这个解决应尽可能使数学原样不动。第三个条件不容易说得准确,那就是,这个解决仔细想来应该投合一种东西,我们姑名之为“逻辑的常识”,那就是说,它最终应该像是我们一直所期待的。①

理解罗素所说的头两个条件,可以参照罗素悖论的另一个独立发现者,公理集合论 ZF 系统的奠基人策墨罗(E. Zermelo)的有关论述。首先需要说明的是,策墨罗不但如学界已公认曾独立地发现了罗素悖论(所以该悖论

① B. 罗素:《我的哲学的发展》,温锡增译,商务印书馆 1982 年版,第 70 页。

又有“罗素—策墨罗悖论”之称)，而且经新近资料考证，可以确定他最迟在1900年就已发现该悖论，并告诉了他的老师希尔伯特(D. Hilbert)。但当时他们师生二人都没有对该问题给予高度重视，因而也没有将这个发现公布。直到1903年弗雷格(G. Frege)和罗素先后公布该悖论并表明问题的严重性之后，他们才致力于寻找集合论悖论的解决方案。[①] 而经过几年探索，策墨罗推出了一个新颖的公理化集合论方案。下面这段话即引自1908年策墨罗公布其解悖方案之文章的开头：

> 集合论是这样一个数学分支，其任务是从数学上以最简洁的方式来研究“数”、“次序”和“函数”等基本概念，并且借此建立整个算术和分析的逻辑基础，从而构成了数学科学之必不可少的组成部分。然而，目前这门学科的存在本身，看来受到了某些矛盾或“悖论”的威胁，而这些矛盾或“悖论”是从它的原理——那些似乎支配着我们的思维的原理而导出的。而且直到现在，尚未找到令人满意的解决方法。特别是面对所有不以自己为元素的集合的集合的“罗素悖论”，它今天事实上似不能再允许任何逻辑上可定义的概念“集合”或“类”为其外延。康托尔曾将集合定义为“把我们感觉或思考的确定的不同对象看成一个整体”。肯定需要加上某

---

① 笔者在《科学的难题——悖论》中曾依照学界通行的说法称“策墨罗稍后于罗素独立地发现了同一个悖论”(见该书第34页)，这是需要更正的。学界的通行说法可能基于“罗素悖论”的称谓，同时也由于当时说明策墨罗独立于罗素发现悖论的直接证据只是1903年之后希尔伯特的言论。但后来在现代现象学奠基人胡塞尔(E. Husserl)的遗稿中发现了策墨罗早于罗素跟他谈论该悖论的记录，可以确认其发现早于罗素。因而“罗素悖论”的称谓与后面我们将要看到的“布拉里—弗蒂悖论”一样，都不是以其最早发现者的名字命名的。但从下面的引文可以看出，策墨罗无意和罗素去争该悖论的发现权，而只是考虑如何使问题得到解决。不过，澄清这段史实并不仅仅限于史的价值，这使我们认识到：把集合论悖论的出现视为“灭顶之灾”从而有极其强烈的“危机”感的，主要是弗雷格和罗素这样的主张把数学划归为逻辑的逻辑主义者。而希尔伯特和策墨罗这样的“弱逻辑主义者”(这是笔者在《科学的难题——悖论》中使用的一个称谓，指谓那些只承认逻辑是数学基础，而不赞成把数学划归为逻辑者)只是把集合论悖论的出现视为要解决的问题，至多是一个重大问题而已。如本书第二章所述，希尔伯特的“危机”意识实际上主要不是来自集合论悖论，而是来自直觉主义者对经典数学的挑战。

种限制,尽管迄今为止,尚未成功地用别的同样简单而又不引起任何疑虑的定义代替它。在这种情况下,我们没有其他办法,只能尝试走相反的路,即从历史上业已给定的集合论出发,寻求确立数学学科的基础所需要的一些原则。要使问题得到解决,我们必须一方面使得这些原则足够狭窄,能够排除掉所有矛盾;另一方面又要充分宽广,能够保留这个理论中一切有价值的东西。①

显而易见,策墨罗这里所谓“足够狭窄”和“充分宽广”,即类似于罗素的第一条件与第二条件。在必须使悖论“消失”即“排除掉”方面,二者完全是一致的。在“宽广性”要求方面,罗素说“应尽可能使整个数学原样不动”,策墨罗只是说能够保留原来的集合论中“一切有价值的东西”,似乎策墨罗的要求要弱于罗素。但若考虑到策墨罗在建构公理集合论的过程中,把为整个数学奠基作为原集合论要保留的最重要的功能,则策墨罗与罗素的诉求在此也是完全一致的。同时,策墨罗的论述也可作为罗素所谓“使整个数学原样不动”这个容易招致误解的表述的恰当说明。力求“原样不动”就是力求保持悖论出现之前的数学系统原有的价值和功能。正如罗素本人所指出的,直觉主义学派(详后)的观点即与这项要求严重背离:他们的方案虽然排除了悖论,但若严格按他们的方案行事,则不但要拒斥超限集合论,而且已知数学的大部分领域都要毁灭,因而是“绝对不可取的道路”,而罗素与策墨罗尽管采取了不同的解决方案,但追求的是同样的价值目标。

策墨罗的论述中没有涉及罗素的第三条件,这是因为策墨罗所关心的主要是数学本体和形式技术方面的问题,而第三条件实际上是一条哲学上的要求:对所提方案的合理性给予充分的哲学说明。数学形式技术要求与哲学要求在性质上有着根本的不同,不能混为一谈。罗素在 1908 年系统提出其分支类型论解悖方案时,曾对此有明确强调:

① E. Zermelo,“Investigation in the Foundation of Set Theory I”, Translated by S. Bauer-Mengelberg, in J. van Heijenoort, ed., *From Frege to Gödel*, Harvard University Press, 1967, p.200.

类型理论提出了一些困难的关于它的解释的哲学问题。然而这些问题本质上可以从这一理论的数学发展中分离出去,而且它们像所有的哲学问题一样引入了并不属于理论本身的非确定性的因素。①

严格区分解悖要求的形式技术条件和哲学条件,绝不意味着否认哲学条件的重要性。两方面不可互相取代,但可以相互为用,互相补充。罗素在数十年之后的回顾中特别强调了哲学条件的重要性,表明了他对这一点的深切体会。

罗素与策墨罗的上述讨论都是就集合论—语形悖论而展开的,但显而易见的是,对其他类型逻辑悖论之"解决"的要求,亦可由此自然推广。英国女哲学家和逻辑学家苏姗·哈克(Susan Haack)曾在1978年出版的《逻辑哲学》一书中对此做了系统而精到的讨论:

在试图评价已提出的各种解悖方案之前,应当努力把究竟怎样才能构成一种"解决"弄得清楚一些。要解决的问题究竟是什么呢? 那就是:某些矛盾的结论,通过表面上无懈可击的推导,从表面上无懈可击的前提而被推出。这表明对一种解决方案需要提出两个要求:一方面,它应当给出一个相容的形式理论(语义学的或集合论的,视具体情况而论),就是说,要表明哪些表面上无懈可击的前提或推理原则是必须拒斥的(形式上的解决);另一方面,它还应当提供某些说明,以解释为什么那种前提或原则是可反对的,而不管其表面上如何(哲学上的解决)。

进而,哈克更为清晰而生动地阐发了策墨罗所谓"足够狭窄"和"充分宽广"的要求:

---

① B. 罗素:《以类型论为基础的数理逻辑》,载《逻辑与知识》,第123页。

> 更进一步的要求是关于一种解决之广度的。它既不应过于宽泛以致于损伤我们必须保留的推论("不能因泄愤而伤己"①原则),又应充分地宽泛到足以阻止所有相关的悖论性论证("不能跳出油锅又进火坑"原则);当然,这里"相关的"一词有些含糊,从形式层面说,后一项原则就是说要使这种解决方案重建相容性。……而在哲学层面上,该原则就是要求所提供的说明应达到尽可能的深度。②

如果我们突破哈克本人当时的视界(限于集合论悖论和语义悖论),她所阐述的上述标准,就可作为本书所界说的所有严格意义逻辑悖论的一种良好的评价标准,只是在各种解悖方案之形式技术严格性要求上可以有所不同,只要与各种悖论所相对的学科领域之严格性要求相适应即可。为标明历史沿革,我们将该标准称为"罗素—策墨罗—哈克标准",简记为"RZH标准"。

显而易见,RZH 标准的形式技术与哲学说明两方面,在严格性上是不对称的。与罗素一样,哈克也认为哲学标准是难以说清楚的,但她还是努力"尽可能地"阐释出其大致含义:"努力的方向应当是,揭示出那些被摒弃的前提或原则是一种具有某些独立的——即不依赖于其导出悖论这一点而存在的——缺陷的东西。困难但重要的是,要避免那种看上去有而实际上没有说明性,而只是为问题语句贴上'标签'的所谓'解决'。"③简言之,哈克为解悖方案的哲学说明所提供的合理性准则,就是要能够提供一种独立于排除悖论之诉求的充足理由。也就是运用哲学辩护,充分阐明一种解悖方案的"非特设性"或"非人为性"。

我认为,哈克的这个思想可作为罗素第三条件中所谓一种解决方案应"投合"的"逻辑的常识"之正确阐释。罗素本人也曾谈到"那些以善用逻辑

---

① 此句来源于英谚"Don't cut off your nose to spite your face",直译为"不能因讨厌脸而割掉鼻子"。

② S. Hacck, *Philosophy of Logics*, Cambridge University Press, 1978, pp.138—139.

③ S. Haack, *Philosophy of Logic*, p.139.

而自满的人以为第三条件是不重要的。举例来说,奎因教授曾制作出一些体系来,我很佩服这些体系的巧妙,但是我无法认为这些体系能够令人满意,因为这些体系好像专门是为此制造出来的。就是一个最巧妙的逻辑学家,如果他不曾知道这些矛盾,也是想不到这些体系的。"①显然,罗素这里对奎因体系的指责,实际上就是哈克意义上的"特设性"与"人为性"。

这种"非特设性"标准得到了关心解悖方案哲学研究的大多数学者的共鸣,但也有学者对此提出了质疑。如芬兰著名哲学家与逻辑学家冯·赖特(G. H. von Wright)认为,矛盾律和排中律是思维的基本规律和最高准则。假如使用某个语词或短语去表示指称某个事物导致矛盾,这就是不能使用这个语词或短语的理由;假如从某个悖论性语句或命题能够推出矛盾,这就是该语句或命题不能成立的理由。悖论的共同特征是:正是由于推出矛盾,才使我们意识到推导中有需要拒斥的虚假前提。②

尽管我本人赞同冯·赖特的"逻辑保守主义立场",承认矛盾律和排中律是逻辑思维的基本法则③,但我认为由此并不能否认"非特设性"标准的重要价值。的确,如果我们持逻辑保守主义立场,那么严格意义的逻辑悖论的出现,就意味着在悖论的建构中一定有虚假前提。但是,由"三要素"构成的悖论的语用学概念告诉我们,逻辑悖论之"悖"恰恰就在于:由悖论所"证伪"的究竟是什么前提,是相应领域的认知主体所难以识别的。因为,任一严格悖论所由以建构的前提,都是相应领域"公认正确的背景知识",而且往往是在推导过程中并没有明晰出现的"公共预设"。也就是说,逻辑悖论的出现只能告诉我们一定有虚假前提,而不能告诉我们前提中何者为假。确定前提中何者为假从而必须予以拒斥的理由,显然不能再诉诸其导出悖论这一条,而这恰恰是为"非特设性"标准所指明的。

---

① B. 罗素:《我的哲学的发展》,第 70 页。

② 参见陈波:《逻辑哲学导论》,第 243 页。这个说法尚需仔细分析。如前所述,悖论构成中的"悖论性语句"往往并不是悖论推导所依据的前提,因而不应包含在冯·赖特所谓"虚假前提"之中。

③ 这里的矛盾律与排中律不应限于其二值形态,而应指其"强化"形态。参见本书第 68 页注释④。——修订本注

不难见得,即使采取某种"逻辑激进主义"立场(否定排中律甚至矛盾律的普适性),本书关于 RZH 标准的阐释仍可起到重要作用。这是因为,任何"激进主义"系统,均因其"系统"性而不可能彻底拒斥相容性诉求,必然采取某种"亚相容性"标准,因而必然可适用 RZH 标准的某种推广形式。

通过以上讨论可以看出,要正确而全面地把握 RZH 标准,除了哈克已指明的形式技术与哲学说明两个方面外,尚需在不同层面上把握一种解决方案的足够狭窄性、充分宽广性和非特设性。狭窄性是最基本也是最确定的要求。任何"跳出油锅又进火坑"的方案都不成其为合理的解决方案。宽广性是在狭窄性基础上的要求,是一种"尽可能"而非"必须"的要求。这两条要求对形式技术和哲学说明两方面同时成立。而非特设性是一种纯哲学性要求,一条非特设性理由提出后,其适当性要接受前两项要求的检验。而同样能够经受前两条检验的非特设性理由如果是相互冲突的,那么就要通过哲学论争,诉诸其他哲学依据的检验。

弄清上述道理,我们就不会对下述现象感到迷惑不解:罗素运用非特设性标准认为奎因的系统具有高度的特设性是不可取的,而有些学者同样运用非特设性标准,却得出了与罗素截然相反的结论,认为奎因系统的非特设性远远高于罗素的以"恶性循环原则"(详后)为指导的分支类型论方案。如莫绍揆在批评了恶性循环原则和分支类型论的种种"不自然"之后所说:

> 退一步说,为了避免悖论不得不求助于恶性循环原则,既求助于恶性循环原则,便不得不把个体域当作尚在构造之中亦即尚未构造完成的域。这样做成不成呢?如果这样做,那么全称量词 $\forall x$ 与存在量词 $\exists x$ 便不该使用,因为这两种量词的使用以个体域是封闭域为前提的。……但是主张恶性循环原则、主张分支类型论的人,却照通常方式那样使用量词,这是说不通的,是不能服人的。……而在这个系统中(指罗素所指责的奎因 NF 系统——引者注),分支类型论的一切琐碎、不自然之处,大体都克

服掉了。①

可见,对一个解悖方案特设性程度的评价往往来自于哲学观上的根本分歧。如果一个方案所依据的非特设性根据不能被某个学者所接受,则前者往往被后者指责为特设的。实际上,奎因本人恰恰把提出其另一个解悖系统——ML 系统的动因归结为"非特设性"诉求,而且所用言词也几乎和罗素一样:

> 从罗素到车美洛(即策墨罗——引者注),鼓动这整个系列探讨的矛盾,暗藏在未批判的常识推演方法之中:而那些提出来为避免矛盾的各种逻辑的重塑,也一直是相应地人工的,并且也与常识无关。最少人工并且同时在技术上最方便的描述似乎是,在不恢复矛盾的情形下,尽可能接近自由宽松的常识原则。②

与此同时,奎因也强调指出这种非特设性或非人工性标准的高度模糊性和不确定性。他认识道:"我们愈益接近这个自由宽松的理想,我们愈冒险去微妙地恢复要后世去发现的矛盾。……这样,直觉的明显变成最后的仲裁者——而且从罗素能够从常识逻辑导出矛盾这观点来看,这仲裁者是一个可能的犯错者。"③由此可见,在具有共同的非特设性追求的学者之间存在激烈的哲学论争,是自然而然的。

有趣的是,奎因在 1940 年提出的 ML 系统也曾"跳出油锅又进火坑":1942 年罗塞尔(J. B. Rosser)证明在该系统中可重建布拉里—弗蒂悖论。但奎因很快就提供了一个能够消除该悖论的修正,而 1948 年王浩又提出了一个更好的修正并为奎因所采纳。④ 这个过程也典型地说明了在悖论研究

① 莫绍揆:《数理逻辑初步》,上海人民出版社 1979 年版,第 94 页。
② W. V. 蒯因:《数理逻辑》,刘福增译,幼师出版社 1994 年版,第 181 页。
③ W. V. 蒯因:《数理逻辑》,第 181 页。
④ 参见陈波:《蒯因》,载张尚水编:《当代西方著名哲学家评传》(第五卷),山东人民出版社 1996 年版,第 295 页。

中哲学探讨与形式技术两方面的区别与关联。

以上征引和讨论,已使得 RZH 解悖标准的各个层面得到了充分显示。该标准的确立,不仅为各种解悖方案的评估提供了重要的工具,而且可以为我们厘清当代“逻辑悖论研究”的不同层面提供重要的帮助。

经过长期的历史发展,“逻辑悖论研究”已成为一个涉及多学科的边缘性、综合性研究领域;同时,由于这种跨越学科的研究涉及许多不同层面的问题,也出现了许多基本概念与研究层次的混淆亟待澄清。通过 RZH 标准的分析,我们首先可以看到悖论研究的以下两个层面的区别:

层面一:特定领域某个或某组悖论具体解悖方案研究。

层面二:各种悖论及解悖方案的哲学研究。

RZH 标准中关于解悖方案的哲学说明的研究即可归入层面二。而所谓形式技术研究则属于层面一。请注意,我们不能把哈克所说“哲学上的解决”理解成哲学上独立的“解决方案”。一种非哲学悖论绝不可能仅靠纯哲学的方案来解决。这里的“哲学上的解决”,只能理解成寻找某种哲学根据来探讨某种解悖方案的非特设性。但是,若认为悖论的哲学探讨一定滞后于具体解悖方案的提出也是不正确的。逻辑悖论研究的实际历程表明,一种严格悖论确立之后,往往是该悖论之根源的哲学探讨在先,根据这种探讨提出制定解悖方案的某种哲学性指导原则,继而着手建构具体的解悖方案。而在建构方案的过程中,亦常伴以进一步的哲学说明与探讨,但绝不能以此取代具体的解悖方案的构造。克里普克在 1975 年提出其关于语义悖论的“有根基性”解悖方案时指出,自从塔尔斯基提出语言层次论解悖方案以来,为克服该方案的主要缺陷(不能用于刻画具有语义封闭性的自然语言)而寻找替代方案的文献,都存在一个共同的缺陷,即它们“都只是一些不同的建议,而不是真正的理论。几乎从没有为一种至少丰富到足以表达(直接或经由算术化)其自身基本语形并含有其自身真值谓词的语言,给予任何严格的语义公式化。只有这样的语言被形式上严格地建立,才能说给出了一种关

于语义悖论的理论”①。对照前面的讨论,克里普克所指出的就是,以往的许多文献所做的只是哲学讨论,而没有给出符合当代逻辑语义学之系统性和严格性要求的形式技术方案。指出这一点对于当前我国学界的逻辑悖论研究有特殊的重要性,因为迄今我们仍不时看到一些新的“了结”语义悖论问题的“解悖方案”,其内容却仅限于初步的哲学讨论。

明确哲学讨论不能作为非哲学悖论的“解决方案”,正可帮助我们恰如其分地了解哲学研究的重要作用。在正确识别严格意义的逻辑悖论的基础上对各类悖论根源的哲学考察,各种解悖方案的哲学说明与叩问,即构成逻辑悖论研究的“哲学方向”的主要内容。

以上述标准划分的层面一与层面二是否可以涵盖逻辑悖论研究的所有内容呢?答案是否定的。例如,RZH 标准的提出就既不隶属于层面一也不隶属于层面二。这说明,逻辑悖论研究还应有另一个层面,即:

层面三:一般意义的解悖方法论研究。

综观 20 世纪逻辑悖论研究特别是狭义逻辑悖论的研究历史,层面一、二的研究成果可谓丰富多彩并取得了长足进展。相比之下,层面三的研究则显得极其薄弱。究其原因,我认为,首先要归之于学界始终未能明确指认逻辑悖论的语用学性质,从而没有对所有学科领域的逻辑悖论真正予以统一把握,从而使一般意义的解悖方法论研究难以展开。运用“三要素”所界说的悖论的语用学概念,加之 RZH 标准的全面讨论,我们可以断言:由“三要素”所决定,任何严格意义上的逻辑悖论都是相对性、系统性存在物,任何解悖方案也必然是相对性、系统性方案。换言之,不可能找到一种方案能一劳永逸地摆脱悖论,但也没有不可解决的“永恒”的悖论。由于逻辑悖论之间有着一系列共同特征,因而把握所有悖论或某一大类悖论的共同实质,探求解悖的一般方法与途径,就不但是可能的,而

① S. Kripke,“Outline of a Theory of Truth”, *Journal of Philosophy*, Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.62.

且是必要的。关于一般解悖方法论的研究,是我们所谓逻辑悖论研究的“方法论方向”或“科学逻辑方向”的主要内容。① 本书第五章将就此做进一步论证与讨论。

① 把关于悖论的方法论研究限于“解悖方法论”的表述是不确切的。如本书第五章第四、五节所显示,关于悖论的方法论研究当贯穿于悖论发现、分析与解决的全程,因而径直称为“悖论方法论研究”应属更好的称谓。王习胜教授所著《泛悖论与科学理论创新机制研究》(北京师范大学出版社 2013 年版),是国内在该方向上的研究推进到新阶段的一项标志性成果,请读者予以关注。——修订本注

第二章　集合论—语形悖论研究

从罗素悖论发现至哥德尔不完全性定理发表约三十年时间，是集合论—语形悖论研究的鼎盛期。在当今的逻辑悖论研究中，该类悖论已不处于舞台中央扮演主要角色。但集合论—语形悖论的研究成果构成当代逻辑悖论研究的重要背景，而在解决该类悖论的努力中诞生的哥德尔不完全性定理和哥德尔自指定理，又构成当代逻辑悖论研究最重要的基石。故本书仍有必要系统讨论集合论—语形悖论及其主要解决方案，并由此阐明哥德尔的两项成就及其意义。

第一节　集合论—语形悖论的主要成员

最先将罗素悖论公之于世的，并不是其发现者罗素或策墨罗，而是现代逻辑的奠基人弗雷格。1902 年，在弗雷格完成《算术基础》第二卷行将印刷之际，他接到了罗素关于发现悖论的信。弗雷格为此在书后写了一则“后记”，使罗素悖论随该书的出版而被正式公布。弗雷格对罗素悖论的陈述不像罗素本人那样直接建构矛盾等价式，而采用了芝诺式归谬论证：

没有一个人想要断定人的类是一个人。这里我们有一个不属于自身的类。当某物归属于以一个类为其外延的概念时，我就说

> 它属于这个类。现在让我们集中注意这个概念:不属于自身的类。因此这个概念的外延(如果我们可以谈论它的外延的话)就是,不属于自身的那些类构成的类。为简短起见,我们称它为类 K。现在让我们问,这个类 K 是不是属于自身。首先,让我们假定它属于自身。如果一个东西属于一个类,那么它就归属于以这个类为其外延的概念。这样,如果类 K 属于自身,那么它就是一个不属于自身的类。因此我们的第一个假定导致自相矛盾。第二,让我们假定类 K 不属于自身,这样它就归属于以自身为其外延的概念,因此就属于自身。这里我们又一次得到同样的矛盾。①

读者可能对上述表述中“某物归属于以一个类为其外延的概念”的说法不解,这是由于弗雷格对“概念”一词的用法与我们通常的用法不同。在弗雷格那里,“一个概念是一个其值总是一个真值的函数”。② 比如“人”这个概念即指谓“x 是人”这个个体—真值函数(也就是罗素所谓“命题函数”,国内学界通常译为“命题函项”),某物归属于“人”这个概念,即它可以满足“x 是人”这一函数式(即使之为真)。故我们可以把“某物归属于以一个类为其外延的概念”,合理地理解为“某物属于由该概念所表征的特征属性所规定的类”。这样,弗雷格的上述表述不但可以帮助我们更好地理解罗素悖论,而且也为理解其他集合论—语形悖论提供了重要参照。

弗雷格与罗素一样,很少使用“集合”一词而较多地使用更具逻辑色彩的“类”,但当时学界都把二者视为同义词或至少认为其指谓相同(本书除在作出特别说明之处外,亦将二者作同义词使用)。因此,罗素悖论所威胁的,就不止是弗雷格用纯逻辑语言建构的逻辑系统(弗雷格证明由此完全可以逻辑地推演出算术系统),而且是对当时表面上已臻于完善的素朴集合论的致命打击。弗雷格当时虽因自己多年努力付之东流而极度悲哀,甚至发出了

---

① 转引自 W. 涅尔、M. 涅尔:《逻辑学的发展》,张家龙、洪汉鼎译,商务印书馆 1985 年版,第 808 页。(罗素本人后来阐述罗素悖论的过程中也多次使用类似的芝诺型论证,可做比较参照。——修订本注)

② 详细阐述参见王路:《弗雷格思想研究》,社会科学文献出版社 1996 年版,第 90—93 页。

“给可怜者以安慰，给痛苦者以支援”这样的呼唤，但他仍不失幽默地指出：

> 如果这是一种安慰的话，那么我也就得到这种安慰了：因为在证明中使用了概念的外延、类、集合的每一个人都处于与我同样的地位。成为问题的恰恰不是我建立算术的特殊方式，而是算术是否完全可能有一个逻辑基础。①

当时素朴集合论已被证明可以作为算术乃至整个数学大厦的基础（从而被弗雷格视为佐证其从逻辑推导数学的逻辑主义思想的同盟军），因而才有逻辑悖论的出现造成第三次数学“危机”之说。但罗素悖论并不是人们在素朴集合论中发现的第一个悖论。早在1897年，最大序数悖论即已公开发表。但是，在该悖论建构过程中使用的概念较多，人们总认为在其推导中一定存在什么还未被发现的毛病，因而并没有引起什么危机感。而罗素悖论的力量，则来自它的极端简洁性。这种简洁性使罗素“在一种逻辑的显微镜下检查了每一步”之后，坚信其悖论建构绝不是因为某种推导错误，而是来自原有理论系统本身的问题。

实际上，集合论悖论的最早发现者，乃是素朴集合论的创建者康托尔本人。早在1895年，康托尔即已发现了最大序数悖论；1899年他又发现了最大基数悖论。这两个悖论就是除罗素悖论之外集合论—语形悖论家族中两个最重要的成员。与罗素悖论不同，要理解这两个悖论，须首先把握康托尔超限集合论的一些基本概念和基本知识。

“集合”与“无限集合”的概念的使用均并非自康托尔始。康托尔的贡献，在于对无限集合的定量研究，引进超限基数和超限序数，划分无限的层次。

所谓基数，直观地说就是指一个集合中元素的多少。依照康托尔本人所说，基数是对集合进行两度抽象的结果：一度是在集合的元素中抽去质的特性，而只保留其次序关系；二度则把元素之间的次序关系也抽掉了。

超限基数的概念，是康托尔在1874年引进的。他首先提出了一一对应

① 转引自W.涅尔、M.涅尔：《逻辑学的发展》，第808页。

原则:若两个集合的元素之间能建立一一对应,则这两个集合具有相等的基数。对于有限集合这是容易理解的,对于无限集合,则会产生一些奇特现象。例如,正整数集合与所有正偶数的集合、所有正奇数的集合、所有正整数之平方数的集合等,均可建立一一对应关系:

$$\{1,2,3,4,5,\cdots\cdots\}$$
$$\{2,4,6,8,10,\cdots\cdots\}$$
$$\{1,3,5,7,9,\cdots\cdots\}$$
$$\{1^2,2^2,3^2,4^2,5^2,\cdots\cdots\}$$

根据一一对应原则,上列集合具有相同的基数。也就是说,自然数集与作为其一部分的其他三个集合的元素的数目都是相等的。

对无限集合的这种奇异性质的认识,可追溯到近代经验科学的奠基人伽利略。他在 1638 年出版的《论两门新科学》中,注意到了整数可以和它们的平方构成一一对应。他还指出,一条线 AB 上的点可以和其部分线段上的点建立一一对应。这与人们关于“整体总是大于部分”的直观观念相排斥。由此,伽利略认为,一一对应绝不能作为衡量无限整体大小的标准,对于无限来说,相等、大小等属性都是无意义的。“说到底,‘等于’、‘大于’和‘小于’诸性质不能用于无限,而只能用于有限的数量。”①而康托尔则赞同波尔查诺等人的观点,把矛头指向了“整体大于部分”的观念,认为对无限集合而言,整体是可以等于部分的。人们过去的认识,是把有限集合所具有的性质,错误地推广到无限集合所致。

为避免“整体与部分”概念使用上的歧义,需引入“真子集”概念:对任意集合 A、B、C 而言,如果 A 的元素都是 B 的元素,则称 A 包含于 B,并称 A 是 B 的子集;如果 A 的元素都是 C 的元素,且有 C 的元素不是 A 的元素,则称 A 真包含于 C,并称 A 是 C 的真子集。特别地,空集∅是所有其他集合的真子集。有限集合显然不可能与其真子集建立一一对应,而康托尔等

① 转引自丹齐克:《数,科学的语言》,苏仲湘译,商务印书馆 1985 年版,第 175 页。

人认为，这却是无限集合所必然具有的属性。1888 年，著名数学家戴德金干脆把可以和某个真子集基数相等，作为特征性质来给无限集合下定义，并得到了数学界广泛承认。

由此出发，康托尔定义了第一个超限基数$\aleph_0$（读作阿列夫零），它是最简单的无限集合——自然数的基数，也是所有能和自然数集建立一一对应的集合的基数（遵循当代数学界惯例，我们用“自然数”指非负整数，即 0 和正整数）。康托尔证明，自然数集不仅和它的所有无限真子集基数相等，而且包含自然数集为真子集的整数集、有理数集，也均与自然数集基数相等。

含负整数的整数集与自然数集可以建立一一对应是显然的，但有理数集与自然数集的一一对应似乎不可思议。但其证明并不复杂。设 m、n 为任意自然数且 $n \neq 0$，则任何有理数均可表示为$\frac{m}{n}$。任取一个分数，比如$\frac{3}{4}$，则其分子与分母之和为 7。以分母大小排序，分子与分母之和为 7 的完整分数序列为：

$$\frac{0}{7},\frac{1}{6},\frac{2}{5},\frac{3}{4},\frac{4}{3},\frac{5}{2},\frac{6}{1}$$

依次类推，可生成如下对应表：

1　$\frac{0}{1}$

2　$\frac{0}{2},\frac{1}{1}$

3　$\frac{0}{3},\frac{1}{2},\frac{2}{1}$

4　$\frac{0}{4},\frac{1}{3},\frac{2}{2},\frac{3}{1}$

5　$\frac{0}{5},\frac{1}{4},\frac{2}{3},\frac{3}{2},\frac{4}{1}$

6　$\frac{0}{6},\frac{1}{5},\frac{2}{4},\frac{3}{3},\frac{4}{2},\frac{5}{1}$

……

显然,任何一个非负有理数均可在此对应表中出现。同一个有理数会有重复出现,如$\frac{1}{2}$,$\frac{2}{4}$,$\frac{3}{6}$,$\frac{4}{8}$等。在以下匹配过程中,我们约定每个有理数仅取一次,且每个分数与一自然数配对,则可建立如下一一对应关系:

$$
\begin{matrix}
\frac{0}{1} & \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{2}{1} & \frac{1}{3} & \frac{3}{1} & \frac{1}{4} & \frac{2}{3} & \frac{3}{2} & \frac{4}{1} & \frac{1}{5} & \cdots\cdots \\
0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & \cdots\cdots
\end{matrix}
$$

全体有理数集与非负有理数集的一一对应关系是显然的,由此可证有理数集与自然数集基数相等。

那么,是否所有无限集合的基数都相等呢?按简单枚举归纳的思路,人们一般会给予肯定的猜测。但康托尔证明,这个猜测是错误的。

1873 年,康托尔致力于探讨如下问题:实数集合和自然数集合之间能否建立一一对应?至年末他得到了否定答案:前者的基数大于后者。这是康托尔创建超限集合论的一个关键步骤。但康托尔本人一直不满意其证明中对实数连续统的特性的过分依赖,希望能构造一个更一般的证明。1891 年,他终于找到了一种全新的证明,并在德国数学家联合会成立大会上公布。他激动地宣称:"这个证明看上去是异乎寻常的,不仅因为它的极端简洁,也因为它所使用的原则可以直接地推广到更一般的定理中,例如可以用来证明任给集合总能找到具有比它更大的势的集合。"①

证明中"所使用的原则"就是他发明的对角线方法。

现在一般文献中都用比较直观的形式说明康托尔的证明。考虑 0 与 1

---

① J. 道本:《康托的无穷数学与哲学》,郑毓信、刘晓力译,江苏教育出版社 1989 年版,第 80 页。"势"是基数的另一种称谓。这里顺便指出,现在许多文献说 1873 年康托尔就发明了对角线方法并据以证明实数不可数,这是不合史实的。1873 年的证明中并没有"对角线方法"的观念,这个方法是经十几年之后才获得的。超限集合论在经受学界长期冷落后终获普遍接受,其主要原因并不是某些史家所说是因为其最大的反对者克隆耐克突然去世,而正是由于对角线方法的魅力。

之间的所有实数集合 R,在十进制下,其中每个实数都可写成无限小数。假设该实数集可以和自然数集建立一一对应,则它们之中每个数均可获得一个编号自然数。兹将编号为 n 的实数表示为:

$$n-0.a_{n1}a_{n2}\cdots a_{nn}\cdots$$

a_{nn}表示第 n 个实数的第 n 位数。于是,0 与 1 之间的实数可排列成为如下矩阵:

$$1-0.a_{11}a_{12}a_{13}\cdots a_{1n}\cdots$$
$$2-0.a_{21}a_{22}a_{23}\cdots a_{2n}\cdots$$
$$3-0.a_{31}a_{32}a_{33}\cdots a_{3n}\cdots$$
$$\cdots\cdots$$
$$\mathrm{n}-0.a_{n1}a_{n2}a_{n3}\cdots a_{nn}\cdots$$
$$\cdots\cdots$$

如果 R 是可数的,则上列矩阵就包含了其所有元素。依据康托尔的思路,我们考察矩阵中从左上角到右下角的序列,即 $a_{11}a_{22}a_{33}\cdots a_{nn}\cdots$,这就是所谓对角线元素序列。而我们可依照如下条件构造一个新数 $b=0.b_1b_2b_3\cdots b_n\cdots$,条件就是每个 b_n不等于 a_{nn},比如可令当 a_{nn} 等于 1 时,b_n不等于 1,而当 a_{nn}不等于 1 时,b_n等于 1。换言之,这个小数由矩阵中的逆对角线元素构成。这样构成的 b 显然也属于 R,据可数假设,它应当在矩阵某一行出现,但依其构造步骤,b 与矩阵中的第 1 行在第 1 位不同,与第 2 行在第 2 位不同……与第 n 行在第 n 位上不同……如此便使得它不同于矩阵中的任何一行,从而出现矛盾,由归谬法则可否定 R 的基数与自然数集基数相等的假设。

康托尔称所有有限集和与自然数集基数相等的无限集为"可数集",称大于自然数集基数的集合为"不可数集"。则上述结果就是证明集合 R 为一不可数集。

在上述结果的基础上,康托尔又运用各种巧妙的配对方法进一步证明:任意两数之间的实数集,从而任意长的线段上点的集合,乃至整个实数集的基数都是相等的。更令人惊讶的结果是:在正方形、立方体甚至多维立方体中,并不比线段上有更多的点,其中点的集合的基数均相等。康托尔说,当作出了这些证明时,他自己也简直不敢相信。

由于引进不相等的无限基数,康托尔关于基数大小的严格定义就十分必要:若有两个集合 S 和 T,S 的某一子集与 T 可建立一一对应,而 S 不能与 T 的任一子集建立一一对应,则说 S 的基数大于 T 的基数。这样,若设实数集的基数为 C(通称“连续统基数”),因为实数集的某些子集的基数等于可数无限基数 $\aleph_0$,故而 $C>\aleph_0$。

那么,连续统基数 C 是不是最大的超限基数呢?换言之,是否有比 C 还要大的超限基数呢?这是康托尔长期探索的另一个重要问题。而正是对角线方法的发明,使该问题迎刃而解。对角线方法的应用使康托尔得到如下定理:

对任一集合 S,其幂集 P(S)的基数大于 S 本身的基数。

集合的幂集就是由它的所有子集组成的集合。对于有限集,这一定理是显然的,若集合的基数为 n,则其幂集的基数为 2^n。如集合{1,2,3}的幂集为{∅,{1},{2},{3},{1,2},{2,3},{1,3},{1,2,3}},其基数为 $2^3=8$。那么,无限集合的情况如何?对任一无限集合 S 而言,其幂集 P(S)的基数不小于 S 的基数也是显然的,问题是它是否等于 S 的基数。仿照前面的证明方法,假设 P(S)与 S 基数相等,则存在一个对应 f 使 S 的元素和 P(S)元素一一对应,那么我们自然可提出的任一元素 x 是不是它的对应者 $f(x)$ 的元素的问题,即或者 x 属于 $f(x)$ 或者 x 不属于 $f(x)$。现考虑这样一个集合 S',它的元素是且仅是 S 中所有那些不是自己对应者的元素的元素,即 x 属于 S' 当且仅当 x 不属于 $f(x)$。由于 S' 也是 S 的一个子集,因此必有 S 的某一元素 x_n 与之对应。兹问:x_n 是否属于 S'?可得:x_n 属于 S' 当且仅当 x_n 不属于 S',矛盾,从而证明原假设的 P(S)与 S 基数相等不成立。

康托尔这个证明表明，P(S)的基数一定大于 S 的基数，而 P(S)本身的幂集的基数又大于它的基数，由此继进就可判定存在着无穷上升的超限基数。①

关于序数的概念，我们仍从康托尔的“一度抽象”出发，即除了考虑元素的个数，还要考虑其次序关系。如果一个集合的任何两个元素之间，都按确定的次序关系排列，则称该集合为序集。其中次序关系为不自返、不对称而传递的关系。如果一个序集的任一非空子集，都有一个在给定次序下的最初元素，则称此集合为良序集。显而易见，任一有限序集都是良序集。如果两个序集的全部元素都能一一对应，而且相应元素的序次关系相同，则称这两个集合相似。任意两个或多个集合之间具有相似关系，则称它们具有相同的序型。就有限集而言，序型的记法与基数一致。就无限集而言则不同于基数的记法。所谓序数就是指良序集的序型。

我们来考虑由小到大排列的自然数集$\{0,1,2,3,\cdots,n,\cdots\}$。依集合论把所有数都化归为集合的处理（0 为空集$\varnothing$，1 为单元集$\{\varnothing\}$，2 为$\{\varnothing,\{\varnothing\}\}$，3 为$\{\varnothing,\{\varnothing\},\{\varnothing,\{\varnothing\}\}\}$，如此等等），0 之后的每一个数都是它前面的数构成的数集的序数，而 0 是空集的序数。换言之，自然数集既代表了所有有限基数，也代表了所有有限序数，这说明由所有有限序数可构成一良序的无限集合。

---

① 为显示对角线方法在上述证明中的作用，我们可将 S 中的元素与其对应者排列如下：

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\cdots$
$f(x_1)$	1	1	0	0	1	$\cdots$
$f(x_2)$	0	1	1	1	0	$\cdots$
$f(x_3)$	0	0	0	1	0	$\cdots$
$f(x_4)$	0	0	1	0	0	$\cdots$
$f(x_5)$	1	0	0	1	1	$\cdots$
		$\cdots$			$\cdots$	

其中数字 1、0 表示横行所示 S 的元素属于、不属于竖列所示 S 的子集。这里数字 1、0 完全是任意地给出的。先请看从左上角到右下角的主对角线，它表现的是集合$\{x \mid x \in f(x)\}$，而它的逆（将 1、0 互换）则属于$\{x \notin f(x)\}$ 即 S' 的领域。显然，S' 的符值不可能作为上图的一行出现，因为它在图中必定与每行至少有一个地方不同。从而此图可显示出集合 S' 的“逆对角线”性质。

康托尔扩大有限序数的集合,建立了超限序数。与基数研究相应,康托尔也把由小到大排列的自然数集合,作为最简单的无限良序集,并把它的序数记为 ω,ω 便成为第一个超限序数。ω 之后紧接着的第一个序数记为 $\omega+1$,它是良序集$\{0,1,2,\cdots,n,\cdots;0\}$的序型。之后得 $\omega+2$,$\omega+3$,……,再后是 2ω(即 $\omega+\omega$),$2\omega+1$,……,如此等等。由此继进,康托尔把所有序数的集合本身构成一个良序集,其中每个序数都是描述在它之前的序集的序型。

在构造这个序数系列的过程中,康托尔反复应用了如下两条超限数生成规则①:

> 1. 延伸原则:由任一给定的序数出发,可以通过"延伸"而得到新的更大的序数,如从 ω 出发,可得到 $\omega+1$,$\omega+2$,……;
>
> 2. 穷竭原则:给定任一无最大元素的良序序数集,可以通过"穷竭"而得出一新的序数,它大于原集合中的任一序数,如从 0,1,2,3,…… 出发,通过穷竭可得到 ω,从 $\omega+1$,$\omega+2$,…… 可得到 2ω。

需要特别指出的是,在对角线方法提出之前,人们对这种生成原则之合理性一直存在很大争议,而对角线方法的发明和运用,使得超限序列的存在性实际上不再依赖于生成原则,而成为数学运算的结果。

超限基数和超限序数理论乃至整个超限集合论的建立,使人类对于无限的认识进入了一个崭新的阶段。如美国数学史家伊夫斯(H. Eves)所说:

> 在康托尔的研究之前,数学家们只考虑过一个无穷,以符号∞表示,并且不加辨别地把此符号用来表示像所有的自然数、所有的实数和给定线段上所有的点等这样一些集合的元素的"数目"。康

① 这两条规则在康托尔本人那里被称为"第一原则"和"第二原则"。我国著名数学家徐利治在 50 年代给出了"延伸"和"穷竭"的精到命名和准确刻画。(参见朱梧槚、肖奚安:《数学基础概论》,南京大学出版社 1996 年版,第 77 页。)

> 托尔的著作引进了全新的观点，并且使我们得到了无穷的量度和算术。由于出现于康托尔著作中的某些概念的异乎寻常的大胆，由于其著作给出的证明的奇特方法，康托尔的超限数理论难以形容地令人神往。①

超限集合论不仅由于在其确立之后成为数学理论相对相容性证明的底端而大放异彩，而且因为它在一系列数学领域（如测度论和拓扑学等）中成功的应用，而备受人们的青睐。尽管彭加勒（H. Poincare）认为自然数已是最基本的直观概念，不必再把自然数论归结为集合论，但这没能妨碍他成为将超限集合论在分析数学中加以运用的头一位数学家。希尔伯特曾评价说，超限集合论是“数学思维中最令人称道的成果，人类智力进程中的最高成就之一”。罗素则称赞康托尔的工作“可能是这个时代所能夸耀的最伟大的工作”。

然而，就在对角线方法提出仅四年之后的1895年，康托尔发现在其貌似坚不可摧的理论内部，有一个难以处理的问题：按照前述序数理论，每一个良序序数集的序数都应大于该集合中的所有元素。而既然所有序数的集合O是一个良序集，它也应当有一个序数Ω。那么Ω是不是O的元素呢？既然Ω是一个序数，那就应当作为所有序数的集合O的元素；但由于它是O本身的序数，它又应大于O的任一元素，因而不应是O的元素。如此，上述超限序数理论岂不是自相矛盾的吗？

康托尔经反复探讨未能解决问题，于是写信请求希尔伯特共同探讨。他们当时都没有把问题看得很严重，认为经过某个枝节的修正就能解决问题。后来，意大利学者布拉里—弗蒂（C. Burali-Forti）于1897年独立地发现了同一问题并将其公开发表。以下是罗素对布拉里—弗蒂原始陈述的转述（罗素用“序列”指谓序集）：

---

① H. 伊夫斯：《数学史上的里程碑》，欧阳绛等译，北京科学技术出版社1990年版，第367—368页。

可以证明,每个良序的序列都有一个序数,达到并包含任意给定序数的序列比给定的序数要多出一个,而且所有序数的序列是良序的。由此可以得出:所有序数的序列有一个序数,比如说 Ω。但是在这种情形下,所有 Ω 的序数的序列有序数 Ω+1,而这必定大于 Ω,因而 Ω 不是所有序数的序数。①

当时学界对布拉里—弗蒂问题的普遍反应与康托尔、希尔伯特的态度是一致的,但后来的研究表明,人们找到其推导过程的枝节毛病的努力是徒劳的。通过类似于弗雷格推导罗素悖论那样的归谬论证,我们由上述推导容易得到矛盾等价式:

Ω 是 O 的元素,当且仅当,Ω 不是 O 的元素。

相对于前述素朴集合论理论而言,此处所得到的显然是一个严格的逻辑悖论(史称“布拉里—弗蒂悖论”)。

康托尔当时未能把最大序数问题与最大基数问题联系起来。实际上,按照康托尔关于“所有集合均可良序”的猜想(这个猜想后来被策墨罗证明,但需用到选择公理),由该悖论亦可导出最大基数悖论。在发现最大序数悖论四年之后,康托尔在 1899 年给戴德金的信中谈到他又发现了最大基数的麻烦:根据幂集定理,任一集合幂集的基数都大于原集合的基数,那么,对于所有集合的集合 U(即所谓“大全集”),其幂集的基数应该大于 U 的基数。然而,由 P(U)的定义知,它应是 U 的一个子集,而子集的基数应小于或等于母集的基数。从而由归谬推理可得:

U 的基数大于 P(U)的基数,当且仅当,U 的基数不大于 P(U)的基数。

① B. 罗素:《以类型论为基础的数理逻辑》,载《逻辑与知识》,第 73—74 页。

这个悖论后来以"康托尔悖论"或"最大基数悖论"名世。直观地看,所有集合的集合的基数应是最大的基数,但这一点直接与幂集定理相冲突。这个悖论比布拉里—弗蒂悖论更简单、更明显。因此,康托尔此时已不像发现最大序数问题时那样自信了,他感到如果在上述推导中找不出问题,则说明可能并不存在大全集,或者说,没有最大的超限数。然而这个结论如果成立,就意味着必须修改超限集合论的某些基本原则,而在这些原则中变更任何一个,对于他的理论都是致命的。

由于集合论完全可以转化为纯粹的高阶逻辑语言表达,因此布拉里—弗蒂悖论和康托尔悖论都可以像罗素悖论那样转化为纯逻辑语形悖论,只不过表达上更复杂一些罢了。后来的研究表明,凡是可以解决罗素悖论的方案均可同时解决这两个悖论,因而我们就不再更多地陈述这种转化。

除罗素悖论、布拉里—弗蒂悖论和康托尔悖论之外,还可从素朴集合论中建构其他悖论。比如,我们后面在讨论公理化集合论的过程中建构的米里曼诺夫—沈有鼎悖论,就是可从素朴集合论中构造出来的。

第二节　集合论—语形悖论的解决

首先试图解决集合论悖论问题的,是超限集合论的建造者和这些悖论的第一位发现者康托尔。他在1899年7月给戴德金的信中谈了如下想法:集合论中不能再谈论所有集合的集合,因而必须对概括原则加以某种限制。他提出把"集合"分为两类:相容的和不相容的。后者因为过大不能看成"一",而只能看成"多";即不能把不相容"集合"看成真正的集合,它们并不是"完成了的对象"。弗雷格在试图消解罗素悖论时也曾提出:可能有一些"概念"(即形如"x是F"这样的命题函数),没有相应的类。这些想法都预示了后来的一些重要进展。但由于种种原因,这些思想在他们手中都未能清晰化和系统化,没有得到进一步的成果。集合论—语形悖论研究的头两个系统化的开拓性成果,是当时两位青年学者,罗素悖论的两个发现者——罗素和策墨罗分别贡献的。他们的工作,也开辟了解决集合论—语形悖论

研究的两个主要方向:类型论方向和公理化集合论方向。

一、类型论方案的历史性贡献

在弗雷格公布罗素悖论不久,罗素出版了他的一卷本《数学原理》(我们称为"《(小)数学原理》"),其中也叙述了罗素悖论,从此踏上了逻辑悖论研究的长征之路。罗素极力想为我们今天称之为集合论—语形悖论和语义悖论的问题找到一种统一的解决方案,但并没有如他所设想的那样在短期内找到出路。他后来回顾说:"《数学原理》写完之后,我准备决意对于这些悖论找到一个解决。……任凭我怎么努力,我没有进展。1903 年到 1904 年这一整个时期,我差不多完全致力于这件事,但是毫不成功。"①

这一时期,罗素尝试了各种方案,它们几乎预示了后来除了非经典逻辑方案之外的所有方案。他曾一度倾心于"非类"理论,认为类(集合)不是真实存在,而是一种逻辑的虚构;关于类的描述,实际上是关于与之相应的命题函数的描述。由于每一个这样的命题函数都代表一特征性质,因而该理论把关于集合的学说转换成了关于性质的学说。但"性质悖论"的发现使罗素认识到,仅仅靠"非类"是无济于事的。直到 1906 年发表的《逻辑的悖论》一文,他才把自己的探索定格为"分支类型论"。1908 年,他又发表了《以类型论为基础的数理逻辑》一文,完整地提出了既能避免集合论—语形悖论,又可避免语义悖论的分支类型学说。在 1910 年出版的与怀特海(A. Whitehead)合著的《数学原理》(我们称为"《(大)数学原理》")第一卷中,又对这个学说进行了详尽的阐述。在介绍分支类型论之前,我们先来考察一下罗素提出这种理论之哲学的或指导思想上的背景。

理查德在 1905 年发表他的悖论时,也提出了他本人的解决办法:要限定一个总体之中不能含有那种只能借助于这一总体才能定义的元素。也就是说,不允许如下情况存在:借助于一个总体来定义一个对象,而该对象本身又属于这一总体。理查德认为,采取这样的措施就能避免理查德悖论和其他悖论。这一思想得到了著名数学家彭加勒的高度评价,他把理查德所

① B. 罗素:《我的哲学发展》,第 69—70 页。

要拒斥的定义称为"非直谓"(impredicative)定义,认为所有悖论(在其视野中只含集合论—语形悖论和语义悖论)的根源,都在于这种非直谓定义。彭加勒由此得出结论:集合论和罗素等人所钟爱的符号逻辑都不可能摆脱这种定义,因而都应予以抛弃。

罗素在看到彭加勒的有关文章后,也迅速地接受了拒斥非直谓定义的思想,并在此基础上提出了"恶性循环原则"(也就是"拒斥恶性循环原则",类似于把"不矛盾法则"称为"矛盾法则")。但与彭加勒恰好相反,罗素认为这个原则非但不会导致抛弃数理逻辑,恰恰可以拯救数理逻辑以及超限集合论之精华。在罗素 1908 年的文章中,有恶性循环原则的著名表述:

> 凡涉及一个汇集全体分子的事物,都不是该汇集的分子;或者反过来说,若假定某一汇集能构成一个总体,其中便有那种只能借助于该总体才能定义的分子,则所说的这个汇集就不能构成总体。[脚注:我的意思是关于其所有分子的总体的那个陈述是无意义的。]①

显而易见,这个原则只是理查德和彭加勒拒斥非直谓定义的思想的一种对象化表述。照此原则,导致集合论—语形悖论和语义悖论的包含序数 Ω 的"所有序数的集合 O"、包含自身的"所有集合的集合 U"、包含小数 N 的"所有能用有限个文字定义的十进位小数组成的集合 E"等等,由于其中都含有只能借助该集合之总体才能定义的元素,则这些"集合"就不能构成一个真正的集合。换言之,把这些"集合"作为实在对象的陈述是无意义的。罗素的"非类"考虑,使他更容易接受这种思想。在他看来,这就如同人不能跳到自己头的影子上一样,并不与日常的直觉相悖。由此罗素相信,在该原则指导下建构的分支类型论"具有某种与常识的一致性,从而使其成为内在

① B. 罗素:《以类型论为基础的数理逻辑》,载《逻辑与知识》,第 73—74 页。原译把 collection 和 member 亦译为"集合"与"元素",在此是不合罗素原意的。罗素不用 set(集合)和 class(类)而用 collection,旨在表明该原则不只用来解决集合论—语形悖论,故以"汇集"(或"聚群"——康宏逵译名)的译法为宜。

可信的理论”。① 用我们所阐释的 RZH 标准来说，就是罗素自认为其方案具有高度的“非特设性”。

罗素的著作中是用他的“命题函数”的语言来表述类型论的，我们用更直观的“性质”语言来介绍。按照罗素的思想，对于任一性质，需按照它所属的对象类型加以分类：原始对象或个体（即给定的不作逻辑分析的东西）属于类型 0，个体的性质属于类型 1，个体的性质的性质属于类型 2，如此等等。同时，在类型 0 以上的类型，还要就性质的定义方式，给同一类型中的不同性质作出“级”的划分：那些在下定义时没有提到任何总体性质的性质便属于级 0，用到某级性质的总体而定义的性质便属于更高一级，换言之，在定义中涉及第 n 级的“所有性质”的性质是第 $n+1$ 级的。任一性质都归属于一定的类型和级，由于级是在类型之内划分的，故有名“分支类型论”。对于一些复杂的性质区分，还有许多复杂的规定，但对于分支类型论何以能拒斥悖论，由上述极简单的划分便可以了解。

罗素说，在作了这样的划分之后，再根据恶性循环原则的精神，规定每一类型中的对象都不能以该类型的整体及更高类型中的对象定义或确定，每一类型的性质只有当其使用于低于它的那个类型的对象时，才是有意义的；同样，每一级的性质都不能以该级性质的总体和更高的级中的性质定义或确定，凡是只能借助于第 n 级的“所有性质”来定义的属于 $n+1$ 级的性质，绝不能包含于第 n 级的性质之中，如果不能具体指明所考虑的级，则涉及“所有性质”的表达式是无意义的。这样一来，就会在整个系统内部消灭恶性循环，从而消灭悖论。

性质的类型的划分，可以解除性质悖论。因为“非自有性质”是所有具有非自有性质的性质之整体性质，它比这些非自有性质高一类型。因此，语句“非自有性质是自有性质”或“非自有性质不是自有性质”，都是无意义的。

为使历史线索更为清晰，我们此处亦同时说明分支类型论如何解除语义悖论之冠：“说谎者悖论”。该悖论是靠每一类型中性质之级的划分而解除的。既然性质是分级的，则命题自然也是分级的。既没有命题可以表述

---

① B. 罗素：《以类型论为基础的数理逻辑》，载《逻辑与知识》，第 71 页。

关于其自身的性质,也没有命题可以表述关于与之同级或更高级的性质或命题的性质,"真"和"假"作为命题的一种性质,自然也要被指派到各个级之中,在 n 级上的命题只能是 $n+1$ 级真(或假)的。"当一个人说'我正在说谎',则必须这样来解释这句话:'有一个我肯定的 n 级命题,且这个命题是假的。'而这是一个 $n+1$ 级的命题,因而,这个人不是在肯定 n 级的任何命题,因而他的陈述是假的,然而这一陈述的假并不蕴涵'我正在说谎'这个陈述的假似乎蕴涵的意思:他正在作出真陈述。这就解决了说谎者悖论。"①

要直观地理解类型论对涉及集合的悖论的作用,则需要用集合论的语言重述一下类型和级的概念。任何集合都可划分到特定的类型。属于类型0的仍是个体(即论域中的对象),属于类型1的是个体的集合,属于类型2的是个体的集合的集合,如此等等。同时在类型0以上的各类型之中,按定义方式将同类型中的集合分为不同的级。在定义中没有涉及某些集合的总体性质的集合是第0级的,在定义中涉及"第 n 级的所有集合"的总体性质的集合则属于 $n+1$ 级。在这样的划分下,依照恶性循环原则规定:类型 n 中的集合只能以类型 $n-1$ 中的对象为其元素,每一类型各级集合的界定不能依赖该级的整体或更高的级中的集合。违反规定的表达式是无意义的。

集合的这种类型划分解除了集合论的悖论。在罗素悖论中,罗素集的构造本身即违反了前述规定,因而不能由属于或不属于自身的性质来构造新的集合。在康托尔悖论中,根据上述规定,大全集U不能作为自己的一个元素,又知P(U)有U作为元素,便不能再说P(U)也是U的子集而导致悖论。一般地说,如果不具体指明所考虑的类型和级,涉及"所有集合"的表达式是无意义的。就布拉里—弗蒂悖论而言,若把"所有的序数"看作第 n 级的总体性质,则所有序数所组成的良序集O就是第 $n+1$ 级的集合,O的序数Ω是O的序型,是由第 $n+1$ 级的总体性质而定义的,因而Ω必不能属于O,这样就不会导致悖论。

涉及集合概念的语义悖论,也可以通过级的划分予以解除。例如在理查德I中,N 的定义涉及了 E 的总体,如果 E 是 n 级集合,则 N 按规定属

---

① B. 罗素:《以类型论为基础的数理逻辑》,载《逻辑与知识》,第95页。

$n+1$ 级,而不能作为 E 的元素,由于 N 又不可能成为 $n+1$ 级集合的元素,故原悖论的构成只是无意义的恶性循环。

按照分支类型论的要求,罗素和怀特海经过艰苦的努力,写出了《(大)数学原理》三大卷(1910—1913 年出版),比较完整地建立了一个数学基础理论系统。在此系统中,所有已发现的集合论—语形悖论和语义悖论均告解除,又未产生任何新的悖论,从形式技术上比较符合 RZH 标准的"足够狭窄"要求。

然而,就 RZH 标准的"充分宽广"要求而言,分支类型论却遇到了严重的困难。它的确排除了一些悖论,但是同时也排除了许多合理的东西,尤其是使某些重要的数学定理不能证明,某些无害的数学概念的定义被宣布为非法。例如,如果严格遵守级的划分的规则,一个非空的有界实数集合的上界(它本身也是一个实数),便具有比该集合中的实数更高的级;如此,就须区分实数的不同的级。这样一来,就只能断言具有确定的级的实数如何如何,而不能说所有实数如何如何,使得"如果一个实数集合有上界,那么它就有最小上界"这样重要的定理都无法表达。这种结果显然不符合罗素自己的"尽可能使数学原样不动"的要求。为此,罗素引入了可化归公理:对任何一个不属于 0 级的性质(集合)均可划归为同一类型中一个属于 0 级的性质(集合),或者说,在给定的类型内每一非直谓定义都有一个与之等价的直谓定义。可是,这条"公理"的引进,除了保留以往数学中的某些成果外,并没有其他理由,极难为人理解和接受。而且接受了这条公理,实际上也就等于间接地放弃了关于级的划分,从而减弱了恶性循环原则之理论的力量。后来,在人们的强烈批评下,罗素在《(大)数学原理》1925 年版中,放弃了可化归原理,但这样就无法由分支类型论发展出全部实数理论,无法取代超限集合论的地位,使更多的人对分支类型论的合理性持怀疑态度。

一方面要避免非直谓定义的无意义性这种危险,另一方面又要令人满意地重新构造数学理论,这就是当时分支类型论所面临的问题。本书"导言"所述莱姆塞关于悖论的分类的思想,为解决这个课题开辟了新的道路。他表明,对于集合论—语形悖论的问题,只需借助于类型的划分,便可得到

解决,可以不考虑级的划分。这样,由级的划分造成的实数理论等方面的困难就得以排除。莱姆塞严密地论证了这个简化了的理论,并称之为"简单类型论"。在哲学说明方面,这就意味着把"恶性循环原则"弱化为"类型混淆原则",即只禁止类型的混淆。莱姆塞指出,这样更加符合人们的常识。比如"球队里平均击球数最多的人"这个摹状词,正是用某物自身所属的总体来描述某物的,然而没有人会认为这个语词不可接受。在每一类型中,性质的总体本身已存在着,某些非直谓的定义只是一种加以鉴别的方法。莱姆塞说,人作为有限的存在,不可能单独地对无限多个性质中的每一个都去进行命名,却可以通过所有性质的总体而对其中一些进行描述。因而,某些非直谓的定义有时还是非常必要的。①

此处需要强调指出正确区分恶性循环原则与类型混淆原则的重要性。类型的混淆是恶性循环的一种特殊情况,类型混淆原则所排除的只是自属式的(即将总体自身作为自己所含有的个体的)非直谓定义,而不是所有非直谓定义。我国学者徐利治、朱梧槚等曾把"非直谓定义"分为三类:广义非直谓、狭义非直谓和等价式非直谓。② 广义非直谓是指用非直谓法所定义的对象还可用直谓法重新定义的现象,其与恶性循环原则无涉;狭义非直谓是指所定义的对象唯有借助于包含它的总体才可定义;而等价式非直谓则是:凡是直谓定义中的被定义对象,仅借助于"总体本身就是什么"这样的等价式刻画来确定。如下表所示:

狭义 非直谓	定义总体的对象 …,p,…	定义 →	一切"…" 组成之整体 Q	只能借助于 Q 来定义 p →	p
等价式 非直谓	定义总体的对象 …,p,…	定义 →	一切"…" 组成之整体 Q	总体 Q 本 身就是 p →	p

① Cf. F. P. Ramsey, "The Foundations of Mathematics", Reprinted in D. H. Mellor, ed., *Foundations*, pp.58—100.

② 参见徐利治:《数学方法论选讲》,华中工学院出版社 1983 年版,第 141—142 页;或朱梧槚、肖奚安:《数学基础概论》,第 121—122 页。

这里排除狭义非直谓即相当于遵守恶性循环原则，排除等价式非直谓相当于遵守类型混淆原则。遵守前者即遵守后者，但遵守后者却未必遵守前者。只要排斥等价式或自属式非直谓定义，导致康托尔悖论的自属的大全集便不能构造，导致罗素悖论的属于自身的集合和不属于自身的集合的区分也就没有意义。关于布拉里—弗蒂悖论，尽管用级的划分排除它更为直接，但考察其构成过程可以显示，这个悖论中也含有自属式非直谓定义：一切良序集组成的集合本身也是良序集。因而也可根据类型混淆原则将它排除。

至于语义悖论，莱姆塞认为应归咎于日常语言的某种缺陷，或许也可以通过某种层次的区分得以解决。这预示了后来塔尔斯基等人的贡献，我们下章再予讨论。

莱姆塞精到而有说服力的分辨工作，消除了类型论方向所面临的尴尬局面，提高了类型论的威望，使之得到了更多的数学家的赞同。有些数学家还对简单类型论作了进一步的简化和完善。但罗素仍然希望，应更进一步探索集合论—语形悖论和语义悖论更深层的共同根源，找到它们原初型的相互类同。后面的讨论将会表明，罗素的这个思想是深刻的。

经过完善之后，简单类型论对于解决集合论—语形悖论，在 RZH 标准的形式技术层面，无论就狭窄性还是宽广性要求而言都比较圆满了，但是，就哲学说明与辩护层面说，人们却始终对它不能满意。诚如罗素和莱姆塞所说，禁止类型混淆并不与人们的常识和直觉相悖，但由此出发在类型论中产生的某些方法和结论，却使人感到十分奇怪。比如，“x 属于 x”的意义在直观上是非常清楚的，问题在于其代入特例是否一定为假；但类型论并不讨论其真假，而是径直宣布该式没有意义。再如，由于分数以自然数为基础而构成，若按照类型的划分，则$\frac{n}{1}$和 n 以集合表示后便分属不同的类型。类似地，自然数中的 0，有理数中的 0 和实数中的 0，均属于不同类型。更为奇异的是，空集也要分为 0 型空集、1 型空集等等，有无限多个。这些“怪论”尽管不是悖论，但与数学家们的实际思维相去甚远。因此，策墨罗开辟的另一条道路，得到了数学家们更

多的青睐。①

二、公理化集合论方案的确立

1908年，几乎与罗素发表《以类型论为基础的数理逻辑》同时，罗素悖论的另一个发现者策墨罗，在德国杂志上发表了《集合论基础研究 I》，提出了第一个以构造公理化集合论系统解决集合论悖论的完整方案。

与罗素不同的是，策墨罗始终着眼于集合论内部的理论重建，而没有更多顾及说谎者等语义悖论问题，没有从"非类"角度考虑问题。分支类型论宣布某些表述特征属性的公式无意义，而策墨罗则把矛头直接指向"任一特征属性可决定一集合"这个概括原则本身。他认为，集合并不是任意特征属性都可决定的汇合，而必须是满足某些存在条件的对象。因而，它不是讨论居于各类型中的集合，而是诉诸"存在着"的集合。集合的存在性由他经过精心研究而提出的几项"原则"即公理来保证。策墨罗提出了如下七条公理，他断言，只有符合这几条公理或由它们可建构的集合才有"资格"存在：

(1)确定性公理(通称"外延公理")：每一集合都由它的元素唯一决定。

(2)基本集合存在公理：空集存在，单元素集存在，对偶集

① 由于这个原因，西方学界一般认为罗素的类型论解悖方案的历史价值主要在哲学方面而不在数学方面。"《数学原理》的构想以及罗素为了克服实现这种构想的技术困难而做的尝试之所以有价值，主要在于它在哲学中所起的作用而不是数学史上的地位。"(A. C.葛瑞林：《罗素对当代哲学的影响》，《哲学译丛》1998年第2期)1999年12月美国《哲学论坛》(*The Philosophical Forum*)发表的一份调查报告显示，在美国和加拿大五千多名哲学教师推选出的20世纪哲学经典中，《数学原理》高居第五位，从而进一步确证了上述观点；但是类型论在数学与逻辑发展史上的重要地位与作用，特别是对演绎科学的形式化发展的推动作用，也是应予以充分肯定的。笔者赞同 R. L. 古德斯坦的评价："在某些方面，《数学原理》代表了理智成就的一个高峰；特别是附有可还原(化归)公理的分支类型论，是逻辑和数学全部文献中最精细和最富创造性的概念之一。"(转自上引葛瑞林文章)毋庸置疑的是，罗素在哲学与演绎科学两方面的重要贡献，都首先归因于他"在形式逻辑概念的分析的领域里所作的最重要的研究，即那些关于逻辑悖论及其解决的研究。"(K.哥德尔：《罗素的数理逻辑》，张家龙译，载《数理哲学译文集》，商务印书馆1988年版，第164页)

存在。

(3)分出公理(亦称“子集公理”):如果谓词 P(代表一性质)对已知集合 B 中的所有元素都有意义,则可以从 B 中分出一个子集 A,而 A 由 B 中所有满足谓词 P 的元素组成。

(4)幂集公理:每一集合存在一幂集。

(5)并集公理:任一集合的所有元素的元素组成一集合。

(6)无限公理:至少存在一集合,空集是它的元素,且如果 x 是它的元素,$\{x\}$也是它的元素(显然,该公理等于断言,可数无限集合是存在的)。

(7)选择公理:若 A 是由不相交的非空集合组成的集合,则存在一集合,它和 A 的每一个元素恰有一共同元素。

这七条公理都是存在性公理。其中直接用来消除悖论的是第(3)条,它实际上是概括原则的一种弱化。概括原则断言任一特征属性皆决定一集合,而分出公理说的是只能利用一属性由已知集合去分出集合。这些已知集合由其他六条公理来保证。如此,导致集合论悖论的“大全集”、“所有序数的集合”,以及罗素的“不属于自己的集合的集合”,皆无从分出。既然这些集合都不存在,则由它们导致的悖论也就不再出现。

公理(3)的提出既是为了避免悖论,也是为了保持概括原则在集合论中的正面作用。其他公理的提出,则是为了满足 RZH 标准中“充分宽广”要求(这本来就是策墨罗本人使用的术语),保留原来的集合论为数学奠基的功能。公理(1)保留了集合论的“外延性”性质;公理(2)保证了理论抽象的出发点的存在;无限公理保证了自然数集、有理数集的合法性;幂集公理则保证了实数集的合法性。策墨罗将选择公理列入,则主要是出于证明“所有集合皆可良序”这一定理的需要;后来证明,选择公理对于许多数学分支都是必要的。在七条公理的基础上,策墨罗建立了一公理系统,成为公理化集合论的奠基人。

尽管策墨罗的理论与罗素的分支类型论几乎同时诞生,但罗素理论一开始更受重视。而当分支类型论遇到前述困扰后,许多数学家便转而重视

策墨罗的理论,不少人做了理论系统的改进和完善工作。

策墨罗原来以为,以上述七条公理为基础,便可满足解决悖论问题"足够狭窄"和"充分宽广"两个方面的要求。然而,后来的研究表明,这个系统在两方面都有问题:

首先,它还不是充分宽广。仅凭这些公理,某些重要的集合,主要是某些超限集合,是定义不出来的,因而无法使用超限归纳法,使以往不少重要理论被丢掉。为此,斯科伦(T. Skolem)和弗兰克尔(A. Fraenkel)又在策墨罗的系统中加入了公理(8),即替换公理:

> 若 f 是一个函数,而且,对一个已知集合中的任一元素 x 而言,$f(x)$ 也是一个集合,那么,所有这些 $f(x)$ 就构成一个新的集合。[①]

也就是说,若一个函数的定义域为一集合,则其值域也为一集合。这条公理肯定了超限穷竭的可能性。实际上,由公理(8)可以推出公理(3),即公理(3)可以当作一条定理。但由于公理(3)在消除悖论方面的直接作用,人们一般还是把它作为系统的公理看待。

其次,策墨罗的系统也不是足够狭窄。1917 年,法国数学家米里曼诺夫(D. Mirimannoff)发现了"有根基性悖论"。如果对一个集合 x 而言,不存在集合 y_1,y_2 等等(不必不相同)的无限序列,使得 $\cdots\cdots y_3 \in y_2 \in y_1 \in x$,则称 x 是"有根基的",否则是"无根基的"。令 W 为所有有根基的集合的集合,问:W 是有根基的还是无根基的?假设 W 是有根基的,则 $W \in W$,因此可有序列 $\cdots\cdots W \in W \in W \in W$,而该序列的存在,意味着 W 是无根基的;再假设 W 是无根基的,则依据定义存在一串集合的无限序列 $\cdots\cdots \in y_3 \in y_2 \in y_1 \in W$,此时 y_1 也是无根基集合,但它又属于 W,与 W 定义矛盾,故而 W 又应是有根基的。从而有:

---

① 我们这里使用的是经冯·诺伊曼等人改进的表述。斯科伦和弗兰克尔的原始表述及其同异比较,参见张家龙:《数理逻辑发展史——从莱布尼兹到哥德尔》,社会科学文献出版社 1993 年版,第 226—228 页。

W 是有根基的，当且仅当，*W* 是无根基的。

这个悖论在策墨罗的系统中无法得到解除。若不解决，该方案就会为 RZH 标准所拒斥。① 为此，匈牙利数学家冯·诺伊曼(J. Von Neumann)在 1925 年的博士论文中提出增加公理(9)，即基础公理(亦称“正则公理”)：

> 对任一非空集合，一定有这样的元素存在，它与原来的集合没有公共元素。

换言之，与其每一元素都有公共元素的非空集合不存在，因而不存在上面的无限序列。基础公理也像类型理论一样，表明了集合与元素的层次关系，尽管不是类型那样的层次。

在增加两个公理的过程中，数学家们还把公理集合论建成了一个严密

---

① 1953 年我国逻辑学家沈有鼎先生构造的“所有有根类的类的悖论”(原发表于美国《符号逻辑杂志》第 18 卷，中译文见《沈有鼎文集》，人民出版社 1992 年版，第 213—214 页)与米里曼诺夫悖论相通。沈有鼎悖论相对于素朴集合论而言，而且使之与所有非循环类的类的悖论和所有非 n—循环类的类的悖论形成了一个“三体联合”，并说明罗素悖论是第二种悖论的特殊情形，这都是米里曼诺夫悖论建构中所没有的内容。虽然依照本书的语用学标准，沈有鼎悖论在其提出时已不成其为严格意义的逻辑悖论，但作为一种特殊的拟化形式，对理解原来的集合论—语形悖论及其解决方案可提供重要的帮助。朱梧槚先生在《数学基础概论》(南京大学出版社 1996 年版)中详细阐释了三个沈有鼎悖论(第 100—103 页)，并严格证明了他们在 ZF 系统中的可消除性(第 114—118 页，其中基础公理起着关键作用)。米里曼诺夫—沈有鼎悖论的提出及其解除，典型地说明了悖论的相对性。[张家龙先生在“第三届两岸逻辑教学学术会议”上所作报告《论沈有鼎悖论在数理逻辑史上的地位》(载林正弘主编:《逻辑与哲学》，台湾学富文化出版社 2009 年版)中指出，米里曼诺夫只是区分了“正常集”和“异常集”，并没有使用“有根基性”概念，明确的“有根基性悖论”的理念应归功于沈有鼎先生。鉴于“有根基性”概念在悖论研究史上的地位(如本书第三章所显示)，明确这一史实是非常必要的。张清宇教授在 1993 年发表《所有非 Z—类的类的悖论》(载《哲学研究》1993 年第 10 期)，又对沈有鼎悖论的“三体联合”做了推广:“非 Z—类的类的悖论”不但涵盖沈有鼎悖论和罗素悖论，而且涵盖寇里(Curry)悖论(详后)。杜国平教授在 2007 年又把寇里悖论改造为更为简单的“等值悖论”(参见杜国平等:《集合论—泛逻辑悖论》，《北京航空航天大学学报》(自然科学版)2009 年第 3 期)。我国学者的这些成果，对于进一步澄清集合论悖论的实质，作出了重要贡献。——修订本注]

的形式化系统。它的语言就是一阶逻辑的语言和唯一的二元谓词符号“∈”。数学家们经过反复研讨确认，以一阶逻辑和公理(1)至(9)为基础而建构的公理化集合论，既可以起到康托尔集合论作为数学基础的作用，又消除了原来的集合论悖论，新的悖论也没有产生。

不过，对于选择公理，由于它的非直观性和由它所引出的一些结果的反直觉性(这些结果在系统内部并不构成悖论)，有些数学家宁愿丧失某些数学成果，也不愿使用这一公理。故而在考虑上述公理系统时，人们往往把选择公理独立出来。一般把以其他 8 条公理为基础的公理系统称为 ZF(策墨罗—弗兰克尔)系统，而把包含选择公理的系统称为 ZFC 系统。而康托尔原来的集合论则从此被称为“素朴集合论”。

米里曼诺夫悖论通过引进新公理消除后，ZFC 系统没有再发现新的悖论，从而在形式技术上取得了和简单类型论同样的成功，而且比后者更加简洁，在哲学说明上也更容易接受。因此，尽管 ZFC 本身的相容性并没有得到证明，许多数学家还是松了一口气。但是，某些关心数学和科学的哲学基础的数学家，对此并不感到满足。仅仅因为避免悖论，就宣布一些直观上很明显的集合不存在，其特设性仍过于强烈。正如弗兰克尔后来在回顾公理集合论发展史时所说：

> 系统 Z(即经修正后的 ZF 系统——引者注)在很多方面使人感到满意，但仍有缺陷。在 Z 中可以证明，古典集合论需要的集合都存在，而其他一些(如，产生著名的悖论的)集合不存在。然而，在集合的存在域和不存在域之间有一个很大的不确定域，其中包含很多概念(如，所有集合的集合，所有序数的集合等超集概念)，矛盾可能并不是把概括集合作为集合而产生的，而是因为对它们进行了运算，尤其是把它们作为集合的元素。能够证明其存在性的集合与其他集合之间的分界线是相当模糊的。①

① A. 弗兰克尔：《集合论的公理化发展》，高如英、秦克云译，载《集合论发展史》，广西师范大学出版社 1993 年版，第 91 页。

弗兰克尔所陈述的就是冯·诺伊曼当时对ZF系统提出的哲学层面的质疑。冯·诺伊曼在为ZF增加基础公理的同时,也在考虑集合论的哲学基础问题。他认为,素朴集合论造集的任意性,并不在于它使用了太大的集合,而在于这些集合被任意地用作其他集合或自身的元素;因而解决问题的方法不应是限制集合的存在,而应是限制一个集合作为另一集合元素的资格。既然悖论的产生是由于过大的总体——大全集等引起,则只要不让这类总体再成为集合的元素,就可以避免悖论。冯·诺伊曼觉得,说有的集合的元素(如大全集)虽然存在但不能再作为另一个集合或它自身的元素,比宣布它不存在更与人们的直觉相符。况且由于排斥了过多的集合,ZFC中的限制过分严格,使数学家们丢掉了不少有用的论证方式,这也是需要改进的。于是,按照这些想法,冯·诺伊曼在1926年建立起了不同于ZFC的另一种公理化集合论,经贝尔纳斯(P. Bernays)的修正、发展和完善,也形成了一严整的抽象公理系统。后来,由于哥德尔用它来证明连续统假设与集合论公理的相容性,使得这一系统广为流传,也因而得有通行的BG(贝尔纳斯—哥德尔)系统之名。也有学者称之为NBG(诺伊曼—贝尔纳斯—哥德尔)系统,这显然是更为公正的。

NBG系统的特点在于,它改变了过去把类和集合当作逻辑同义词使用的习惯,而把素朴集合论中承认的全部集合分成了两种:"真类"和"真集合",前者指不能成为其他集合的元素的集合,后者则反是。在语言上,除了一阶逻辑语言和表示属于关系的谓词而外,它还增加了表示真类的谓词。虽然NBG的公理与ZFC不同(特别地,幂集公理不适用于真类),但是后来证明,NGB是ZFC的一个保守扩充,即尽管NBG的定理不一定是ZFC的定理(即包含真类的符号的那些定理),但ZFC的定理都是NBG的定理。而且也证明了如下相对相容性:如ZFC是相容的,则NBG也是相容的。这种结果,可称为两个系统的形式词态性或准等价性。与ZFC一样,NBG同样有效地避免了已知的集合论—语形悖论,同时未出现新的悖论。而因为禁忌更少,使用起来更方便,所以,更为数学家们所拥护。当然这是就总体而言,就某些特殊问题而言,使用ZFC反倒比NBG方便,其中所得结果自然也适用于NBG。

尽管NBG系统在形式技术上取得了重要的成功，但在哲学解释上仍然不能令人满意。为理解这一点，我们可以更具体地比较一下ZFC和NBG在避免悖论的方法上的异同。

先来看康托尔悖论。显而易见的是，康托尔悖论直接来自素朴集合论中如下两个论断的矛盾：(1)存在大全集，即存在以一切集合为自己的元素的集合；(2)任何集合都有幂集，即一切集合都可扩充到一个以它为元素的更大的集合。要想避免悖论，则至少要放弃二者之一。由上可知，ZFC放弃了(1)而保留了(2)，NBG则放弃了(2)而保留了(1)。对此，人们自然会去寻找哲学的解释：哪一个更有道理？尽管NBG的做法更符合数学家们的习惯和直觉，但悖论的出现已经表明，这是不足为凭的。ZFC和NBG之间的准等价性证明意味着，二者在放弃和保留上的相互矛盾的措施，所得到的却是相同的结果。这种证明在形式技术上是一重要进展，却在哲学说明上提高了难度。因为这个结果增强而不是降低了两个理论的特设性。除为了解除悖论而外，我们还应如何说明两个相互排斥的前提均可选择这种奇特的现象呢？诚然，欧氏几何和非欧几何曾出现过类似的情况，但非欧几何后来得到了物理的解释，它和欧氏几何各司其职，相得益彰。而ZFC和NBG同属基础领域，面对的是同样的对象，要解决的是同样的问题。这种选择上的任意性是令人困惑的。但显而易见，这种困惑属于哲学层面而不属于形式技术层面，我们将在第五章对此给予解答。

三、非经典逻辑方案的探索

通过对集合论悖论的考察可以看出，如下四项条件不能同时承认（x为个体(集合)变项）：

(1)$x\in x$是一个特征属性(以语形学术语说，就是承认$x\in x$是一个合式公式，以语义学术语说就是承认$x\in x$是一个有意义的命题函项)。

(2)任一特征属性$\varphi(x)$决定一集合A(概括原则)，即：$x\in A\leftrightarrow\varphi(x)$。

(3) 集合均可作为个体(即论域中的研究对象),因而 x 的自由出现可代以 A。

(4) 承认经典逻辑的基本法则,从而须拒斥任一矛盾等价式。

简单类型论方案由否定(1)而展开,而 ZFC 方案和 NBG 方案则分别否定的是(2)和(3)。这三大方案的共同特点是都坚决维护(4),在承认(4)的前提下寻找悖论的解决方案。而如下所述非经典逻辑方案所否定的恰恰是(4),即把批判的矛头指向了被前三大方案所预设的某些逻辑基本法则。其早期的主要代表就是直觉主义方案和多值逻辑方案。

直觉主义方案的提出者是荷兰数学家布劳威尔(L. E. J. Brouwer)。另外,数学家维尔(H. Weyl)和黑丁(A. Heyting)接受了布劳威尔的主要思想,为宣传和发展直觉主义数学哲学及直觉主义解悖方案做了许多工作。

在逻辑悖论研究史上,1908 年是一个非常重要的年份。这一年不但有罗素、策墨罗两大解悖方案的问世,布劳威尔也公开发表了其《论逻辑原则的不可靠性》一文。该文试图表明,要解决集合论悖论问题,必须改变人们对一些逻辑基本法则特别是排中律的绝对普适性的认识。他认为,经典逻辑是从有限性对象中抽象出来的,不能无限制地推广到无限对象领域,而悖论就出在无限问题上。而排中律就是只在有限的领域内起作用的法则,一涉及无限的领域,排中律便不再有效。布劳威尔诘问:"在纯粹数学的构造和变换中,有时忽略构造内的数学系统的概念和在相应的语言结构中按照三段论规则、矛盾律和排中律进行运算,这是允许的吗? 我们能够相信这个论证的各部分的正确性可以通过思想上回忆相应的数学构造来证明吗?"他断言:"这种相信对于头两个规律来说是有充分根据的,而对第三个规律来说,却没有充分根据。"①

矛盾律是说对于任一命题 A 而言,并非"A 并且非 A";排中律则是说"或者 A 或者非 A"。从语义角度说,前者断言 A 和非 A 不能同真,必有一

① 转引自 D. 吉利斯:《布劳威尔的数学哲学》,《自然科学问题丛刊》1981 年第 5 期。

假;后者断言 A 和非 A 不能同假,必有一真。在经典逻辑中,二者本是互相补充、相互依存的,布劳威尔何以能承认矛盾律而不承认排中律呢?理解这一点,需要搞清布劳威尔数学直觉主义哲学思想的基本内容。在《论逻辑原则的不可靠性》发表前的 1907 年,布劳威尔完成了他的博士论文《论数学基础》,阐述了他的数学直觉主义学说。布劳威尔认为,为了避免悖论,消除数学的不可靠性,不是要避开直觉性、自明性,而是要到直觉之中去寻找可靠性的根基。尽管从总体上说直觉的不可靠性已为数学发展史所证明,但"原始数学直觉"的可靠性却是确定无疑的。所谓"原始数学直觉",是指按时间顺序出现的直觉,布劳威尔有时也把这种直觉称为"贰性"(twoness)或"贰幺性"(two-oneness)。后来他对此作了如下清楚的阐释:

> 作为人类理智的一个基本现象,由时间把生活分割成在质上不同的部分之相继瞬间,同时又将它们联结起来。倘若从中抽去感性内容,便得出数学思维的基本现象:赤裸裸的贰幺性直觉。这种贰幺性直觉,即数学的基本直觉,不仅产生了数一和数二,而且还产生了一切有限序数,因为人们可以认为贰幺性元素之一是一种新的贰幺性,其过程可以无限重复。①

这些贰幺性的共同内容所留下来的空洞形式(n 到 $n+1$ 的关系),由无限反复而不断造成新的数学对象。换言之,可靠的数学是由原始数学直觉的反复活动而构成的,可靠的数学思维应当是以这种基本直觉为基础的构造性程序。在布劳威尔看来,这种原始数学直觉具有无可争辩的可信性、可靠性,因而数学只要建基于其上便可避免悖论的产生。

由上述观点出发,布劳威尔把数学看成了一种纯粹的心智活动。他在《论数学基础》中提出:"数学完全独立于物质世界是对的,数学的存在意味着直觉的构造。"从此,"(数学)存在等于被构造"便成为直觉主义的口号;能

---

① L. E. J. Brouwer, "Intuitionism and Formalism", Reprinted in P. Benacerraf and H. Putnam, eds., *Philosophy of Mathematics*, Pretice-Hall, Inc., p.69.

够由原始数学直觉构造而来,就成为直觉主义所主张的衡量数学理论可靠性的唯一标准。

要理解直觉主义者的"构造"概念,需上溯到公认的直觉主义先驱德国数学家克隆耐克(L. Kronecker)。克隆耐克没有直觉主义那样明显的哲学色彩,他只是认为自然数及其运算是最根本的和直观上最可信的出发点。他的名言是:"上帝创造了自然数,其他一切都是人造的。"他认为,所有数学的对象都应当由自然数经有限步骤而确定,所有数学定义应包括由有限步骤所定义的对象的计算方法。就存在性定理的证明而言,对于要确立其存在的那个量,应许可计算到任意的精确度。这种诉诸有限性的方法也就是所谓构造性方法。依据这样的标准,克隆耐克拒斥许多数学部门,比如他对无理数的整个理论都不满意,甚至断言没有无理数。由这种构造性观点去研究无限,自然会只承认潜无限而否认实无限,从而反对任何"无限集合"。他极力反对他的学生康托尔的超限集合论,认为那不是数学而是神秘主义。

由于素朴集合论的成就,克隆耐克的构造性理论曾一度失去影响力。只是在集合论悖论发现以后,他的思想才在布劳威尔那里得到了复活。布劳威尔并不停留于自然数,而是诉诸原始数学直觉。他也接过了构造性理论,但他对构造性的理解要比克隆耐克宽泛。他强调构造的可能性,并不要求一个数学对象必须实际地可构造。例如当某集合有亿兆元素时,实际地将其元素逐次查考是不可能的,但做完这种查考的可能性在原则上是存在的。由此出发,布劳威尔才能用他的"选择序列"的方法得到实数连续统。然而,在对待无限的态度上,布劳威尔和克隆耐克一样,绝对地排斥实无限而只承认潜无限。他认为,正是潜无限与实无限的盲目转换,才是产生悖论的真正原因。维尔曾就此写道:

我想毫无疑问的,布劳威尔弄清楚了下面这一点,没有任何明证再支持下列的信仰:把所有自然数的全体当作是具有存在的特性的。……自然数列既已超出由一数而跳到下一数这步骤所已达到的任何阶段,它便有进到无穷的许多可能;但它永远留在

创造的形态中，绝不是一个自身存在的封闭领域。我们盲目地把前者变成后者，这是我们的困难的根源，悖论的根源地也在这里——这个根源比之罗素的恶性循环原则所指出的具有更根本的性质。①

人们不禁会问，直觉主义者这种绝对地囿于潜无限的态度，如何处理芝诺型悖论问题呢？直觉主义者认为，问题正在于人们所使用的经典逻辑，需要给经典逻辑动大手术。芝诺悖论的得出运用的是反证法，而反证法是离不开排中律的，因此布劳威尔顺理成章地先拿排中律开刀。他之所以承认矛盾律而不承认排中律，其因皆在于其构造性思想。既然存在等于被构造，则数学上的真假也要诉诸可构造性。能够构造性地给出证明者为真，能够证明其导出矛盾的命题为假。显然，这里的真假与经典逻辑所谓真假不同，我们可分别称之为“构真”和“构假”。一命题不可能既构真又构假，即矛盾律在这里仍成立。但是是否任一命题或者构真或者构假呢？请看布劳威尔的分析：

(排中律)声称每一个假设不是真的就是假的；在数学(即符合直觉主义要求的数学——引者注)中，这表示对于把一个系统嵌入另一个系统(满足一定的已知条件)的假设来说，我们或者可以构造来完成这种嵌入，或者可以通过构造来达到对产生这种嵌入过程的制止。由此得出，关于排中律的正确性问题等价于这样的问题，即是不是可能存在不可解数学命题。②

有些涉及无限域的数学问题显然得不出构造性的肯定解或否定解，即既不构真也不构假。显而易见，在无限性问题上二值排中律的失效，是直觉主义思想前提的一个当然推论。

---

① 转引自 S. C. 克林：《元数学导论》(上卷)，莫绍揆译，科学出版社 1984 年版，第 50 页。

② 转引自 D. 吉利斯：《布劳威尔的数学哲学》，《自然科学问题丛刊》1981 年第 5 期。

我们以命题 N“有一个具有特征 F 的自然数”作为例示。因为自然数是无限多的,按直觉主义观点,就不能把自然数集合看作以完成形态存在的东西。如此,命题 N 必须这样解释:它断言我们事实上能够指出一个具有特征 F 的数。这样,命题 N 的否定非 N 就不可解释为断言在全部自然数的完成了的全体中,不包含具有特征 F 的数,而应解释为断言由能够指出一个具有 F 特征的数这个假定,可以推出矛盾。在这种解释,“N 或者非 N”便不能承认。[①] 由于自然数是一无限的对象,人们完全有可能既不能指出一个具有特征 F 的数,又不能从假定能指出这样的数而导致矛盾。而对于任一有限的自然数来说,这种过程在原则上总是可以完成的,因此,排中律对有限域是绝对正确的。

由不承认排中律出发,直觉主义也从总体上对整个经典逻辑提出了质疑。维尔写道:“根据布劳威尔的见解,再看看历史,可知经典逻辑是从有限集合和它们的子集的数学中抽象出来的……后来人们忘记了这个有限的来源,错误地把逻辑看作高于并且先于全部数学的某种东西,而终于没有根据地把它应用到无限集合和数学上去了。这就是集合论的堕落和原罪,它正因此而受到自相矛盾的惩罚。”[②]

用以上思想为指导建构逻辑与数学系统,构成一种独特的解决集合论—语形悖论的方案。如果把直觉主义数学称为构造性数学,则直觉主义者的工作就是试图把非构造性的数学划归为构造性数学。直觉主义者并没有像 RZH 标准所要求的那样企图重建全部数学,因为按照直觉主义理论,有些数学分支显然是要排斥的。他们为自己提出的任务,只是要使非构造性数学的大部分成果在更为可靠的基础上得以保存。作为悖论的一种解决方案,这个要求本身已是相当弱的了。但即使这个目标也并没有达到。许多数学家认为,被直觉主义数学理论所摒弃的很多东西,明显的是应当保留

---

① 需要指出,直觉主义者讲“不承认排中律”并不是说排中律是假的,而且布劳威尔明确地说过“排中律不假”,这是因为证明排中律“构假”也是不可能的。这一点对于正确把握直觉主义解悖方案是很重要的。可参见莫绍揆先生在《数理逻辑初步》(上海人民出版社 1980 年版)中所做的分析(第 99—101 页)。

② 转引自 M. 克莱因:《古今数学思想》第四册,第 313 页。

的。比如数学分析理论在直觉主义数学理论系统中便无法得到全部重建。如逻辑史家涅尔夫妇所说:布劳威尔"称之为非构造性的方法不幸在实数理论中是司空见惯的。我们确实很难理解古典分析的任何重要部分怎么能不用这些方法来加以表述。……例如,如果我们想要证明:对任何两个实数x和y而言,或者$x>y$或者$x<y$或者$x=y$,那么首先就要断定在x中,或者有一个或者没有一个不属于y的有理数。布劳威尔和他的追随者拒不承认这一切,而想按照他们自己较严格的标准重新构造数学。"[①]黑丁曾承认:"由于直觉主义的反对而造成的数学的支离破碎,不能不看成是我们的观点的一个不可避免的推论。"[②]直觉主义者的"重建"工作始终未能改变这种"支离破碎"的状况,这是大多数数学家不能接受直觉主义理论的主要原因。

直觉主义理论之不被人接受的另一个原因,是它导致的烦琐性,这是它为其出发点的"简单性"、"可靠性"所付出的代价。比如"可数"的概念,竟被分割成了八个彼此独立的概念。这对于直觉主义者曾给予罗素分支类型论的烦琐性的抨击,无疑是一种讽刺。

因此,直觉主义者所建立的构造性数学,虽然令人信服地避免了悖论,而且在哲学辩护上有较强的非特设性。但若用RZH标准全面衡量,它显然是一个失败的方案,远逊色于罗素与策墨罗等人的方案。然而,在直觉主义者的工作中所作出的重大贡献,也是我们这里所要强调的。他们第一次完整地建立了一个构造性的数学系统,系统地研究了数学的构造性方面。从此,数学分成了构造性数学和非构造性数学两大领域,二者相互补充,共同发展。"那些容忍并且使用非构造方法的数学家也承认,对于过去曾非构造性地证明了的定理,如果发现了一个构造性证明,就是前进了一步。"[③]特别地,"经过直觉主义者多方解释,以及人们和直觉主义者的多次论战,人们逐渐知道直觉主义的说法主要在于注重能行性,凡不是能行的东西都不予承认。既然如此,如果我们仍用古典的说法,不抛弃不能行的东西,但却把能行的和非能行的区别开来,便能够兼顾古典逻辑与直觉主义逻辑之长了。

① W. 涅尔、M. 涅尔:《逻辑学的发展》,第836—837页。

② A. Heyting, *Intuitionism: An Introduction*, North-Holland Pub., p.13.

③ W. V. 奎因:《逻辑哲学》,邓生庆译,三联书店1991年版,第164页。

正是这种想法,于是产生了能行性理论。”[①]就悖论研究说,哥德尔曾经提出一个重要观点,若彻底地严格遵循罗素的恶性循环原则,只能得到构造主义的逻辑。因为恶性循环原则“适用于构造的实体,所以非直谓定义和一切观念或类或命题的总体,在构造主义的逻辑中都是不允许的”[②]。我认为,哥德尔的这个见解是非常精到的,但在以往的悖论研究中没有得到应有的重视,否则,就不会出现后面我们要加以讨论的对恶性循环原则及相关问题的诸多误视与错解。此外,我们在下一节即可看到,直觉主义的构造性思想,对于希尔伯特形式化研究纲领的确立,也起了至关重要的作用。

所谓多值逻辑方案,是另一种重要的非经典逻辑解悖方案。苏联逻辑学家鲍契瓦尔(D. A. Bochvar)于20世纪30年代末最早提出以多值逻辑理论作为悖论(指集合论悖论和语义悖论)的解决方案。[③] 就集合论悖论说,该方案就是通过对经典逻辑“二值排中律”[④]的否定,把原来作为集合论之逻辑基础的二值逻辑系统修改为多值逻辑系统,这样即使在不改变素朴集合论的基本原则尤其是概括原则的情况下,也能排除悖论。鲍契瓦尔所采取的具体办法是给悖论性命题(即构成矛盾等价式的前件和后件)直接赋予“真”“假”之外的第三值——“悖论性的”。鲍契瓦尔表明,在由此构造起来的系统中,已知的集合论悖论都不能再以原来的面目出现。

由于多值逻辑方案在哲学说明与辩护上具有较高的非特设性(此前两个著名的多值逻辑系统—— 1920 年几乎同时问世的卢卡西维茨(J. Lukasiewicz)系统和波斯特(E. L. Post)系统,都不是为解决悖论问题而建构的),同时又没有直觉主义方案那么大的破坏性,因而尽管当时集合论悖论研究热潮已过,该方案还是显示了其很高的吸引力。直到 1954 年,我国

① 莫绍揆:《数理逻辑概貌》,科学技术文献出版社 1989 年版,第 38 页。

② K. 哥德尔:《罗素的数理逻辑》,载《数理哲学译文集》,第 170 页。

③ Cf. D. A. Bochvar,“On a Three-Valued Logical Calculus and Its Application to the Analysis of Contradiction”, *Matematiceskij Sbornik* 4(1939),pp.287—309.

④ 此处使用“二值排中律”这个术语,旨在说明多值逻辑尽管否定经典逻辑的二值化排中律(任一命题 p 或真或假),但并未否定笔者所谓“强化的排中律”(任一命题 p 或真或不真)。参见张建军:《强化的排中律与多值逻辑——从强化的说谎者悖论谈起》,载《矛盾与悖论新论》。

逻辑学家莫绍揆在美国《符号逻辑杂志》上发表《多值系统的逻辑悖论》一文，证明有穷多值逻辑方案本身仍必不可免地产生逻辑悖论，才使人们明确地认识到鲍契瓦尔型多值逻辑解悖方案之不可行。

莫绍揆是针对卢卡西维茨有穷 n 值逻辑系统（$3 \leqslant n < \omega$）展开讨论的，但可向其他有穷值系统自然类推。他严格地证明，卢卡西维茨的系统配以概括原则后，完全可以得出集合论悖论在多值系统中的变型。因而任何仅诉诸有穷多值逻辑的解悖方案（当然包括鲍契瓦尔型三值方案），都必定“跳出油锅又进火坑”，是不具备 RZH 标准所要求的“足够狭窄性”的方案。①

莫绍揆的证明并不能直接推广到无穷多值逻辑系统。那么，无穷多值逻辑系统配以素朴集合论基本原则，是否也会导出悖论呢？这个问题虽经斯科伦等著名学者的探讨，在相当长的时间内未能得到解决。直到 1985 年，我国学者郑毓信、肖奚安、朱梧槚等合作证明了如下定理：

> 任何一个数学系统，如果同时满足下列五个条件：
> (1)概括原则成立
> (2)分离规则成立，即有：$p, p \rightarrow q \vdash q$
> (3)同一律成立，即有：$p \rightarrow p$
> (4)对无穷多个集合可以构造他们的并集
> (5)包含一个自然数系统 $N = \{0, 1, 2, 3, \cdots, n \cdots\}$
> 则此数学系统必包含逻辑悖论（即可建构矛盾等价式）。②

该定理表明，无论是二值逻辑、有穷多值逻辑还是无穷多值逻辑，只要承认分离规则和同一律，再保留概括原则和(4)(5)两项基本条件（这是任何一个内涵丰富的数学系统都必须包含的），则逻辑悖论就必然可从中建构出

① 参见 Moh Shaw-kwei, “Logical Paradoxes for Many-Valued System”, *The Journal of Symbolic Logic*, Vol. 19(1954)。该文收入《莫绍揆文集》，南京大学出版社 1992 年版。

② 该定理的严格证明，可参见朱梧槚、肖奚安：《数学基础概论》，第 146—147 页。

来。这个重要结果的获得不仅彻底解决[1]了仅用多值逻辑工具是否可以解决集合论—语形悖论的问题,而且也给 ZFC 系统对概括原则的否定(NBG 系统和简单类型论实际上也是对素朴集合论意义上的"概括原则"的间接否定)之合理性,提供了新的有力辩护,可与本书第五章给出的哲学辩护相呼应。

由此可见,以上两大非经典逻辑方案,依 RZH 标准衡量,一个受限于其非宽广性,一个受损于其非狭窄性,因而作为解悖方案都是不可接受的。

不过,与评价直觉主义方案一样,不能由对多值逻辑解悖方案的否定性评价而拒斥多值逻辑本身。我们说以上结果证明"不能仅用多值逻辑来解决集合论—语形悖论问题",由此并不能否定多值逻辑与其他方案相结合建构合理的解悖方案的可能性,更不能由此否认各种多值逻辑系统(包括鲍契瓦尔系统)除解决悖论之外在其他方面的研究价值。如朱梧槚和肖奚安共同建构的"中介公理集合论"MS 系统,就是一种具有辩证哲学背景的多值逻辑思想与公理化集合论方案相结合的产物。MS 系统既可解除所有经典的集合论悖论,亦可解除所有已知的有穷多值和无穷多值的集合论悖论。[2]在下一章,我们也可以看到与其他方案相结合的关于语义悖论的多值化解悖方案。

第三节　哥德尔成就探赜

哥德尔关于形式算术的不完全性定理,既是 20 世纪 30 年代集合论—语形悖论研究热潮的终结者,也是这次研究热潮所取得的最大成就。数学史家伊夫斯曾把哥德尔不完全性定理直接的学科价值概括为如下四个

---

① 严格地说,这里"彻底解决"的说法是不确切的。因为这个结果中的"无穷多值逻辑"系统还仅限于"可数无穷多值",不含"不可数无穷多值"。2008 年,我国学者杜国平教授将此结果推广至"任意值逻辑系统",才意味着此问题的彻底解决。参见杜国平:《罗素悖论研究进展》,《湖北大学学报》2012 年第 5 期;其证明见杜国平等:《集合论—泛逻辑悖论》,《北京航空航天大学学报》(自然科学版)2009 年第 3 期。——修订本注

② 参见朱梧槚、肖奚安:《数学基础概论》,第 383—577 页。

方面：

1. 它推翻了数学的所有重要领域能被完全公理化这个强烈的信念；

2. 它摧毁了沿着希尔伯特曾设想的路线证明数学的内部相容性的全部希望；

3. 它导致了重新评价某些被普遍认可的数学哲学；

4. 它把一个新的、强有力的、内容丰富的、已经提出并开创了许多新的研究途径的分析技术，引进到了基础研究中。①

要理解与把握哥德尔定理的这些学科价值，须从著名的"希尔伯特纲领"谈起。

试图彻底解决(至少在形式技术层面)集合论—语形悖论问题，是希尔伯特纲领的一个基本目标。但纲领中的某些基本思想，并不是在集合论悖论出现以后才产生的。先前，希尔伯特曾与克隆耐克的构造主义学说进行过斗争。希尔伯特认为，判别数学存在性的标准，绝不是克隆耐克的借有限多自然数而进行的构造过程，而是在形式系统中的相容性。1899 年，希尔伯特在《几何基础》中成功地建立了一个几何学的形式公理系统，取代了两千多年来几何学的实质公理系统。但是该系统的相容性证明却是相对地作出的，即把它的相容性归结为形式算术理论的相容性，而后者的相容性并未得到证明。所以，在 1900 年巴黎国际数学家大会上提出的 23 个问题中，希尔伯特将算术公理的相容性，列为继连续统问题之后的第二大问题。

如前所述，尽管 1895 年康托尔已把最大序数悖论的发现通知希尔伯持，而策墨罗在早于罗素发现非自属集悖论后也立即告诉了他，但他并没有感到问题的严重性；因为此前他一直觉得只要对无理数理论中的某些方法作适当的修补，就有可能比较容易地实现算术公理的相容性证明。罗素悖论的公布所引起的讨论，促使他放下正在从事的积分方程的研究，把注意力

① H. 伊夫斯：《数学史上的里程碑》，第 400—401 页。

放到数学基础上来。经过认真探讨,他认为完全可以在保留现有数学成果的条件下解决悖论问题,而不需要像克隆耐克那样拒斥大部分数学。希望仍然寄托在形式算术系统的相容性的证明,但必须对原来的设想加以修改。关键是要给数和数系的概念提供一个不用超限集合论的而又是严格的、完全令人满意的基础,并在此基础上去展开集合论的现有成果。1904 年,他在海德堡的国际数学家会议上作题为《论逻辑和算术的基础》的报告,提出了进行这种相容性证明的研究纲领,即著名的"海德堡纲领"。在该纲领中,希尔伯特在数学史上第一次提出了应该把数学证明本身作为数学研究对象的思想,创建了"证明论",开了把数学理论系统作为对象的"元数学"的先河。与此同时,希尔伯特也强调了对逻辑进行深入研究的必要性,他说:

> 算术常常被认为是逻辑的一部分,当我们解决建立算术基础这个问题时,往往会把传统的逻辑基本概念当作前提,但是如果我们深入考察,那就会承认在我们叙述传统的逻辑定律时,即已用到某些基本的算术概念;例如,用到了集合的概念,甚至在某种程度上用到了数的概念。于是我们发现自己陷入了某种循环,这就说明,如果我们想要避免悖论,那就必须在某种程度上同时进行对逻辑定律和算术定律的研究。①

不能由这段话断定希尔伯特像布劳威尔那样,反对逻辑是数学基石的说法。希尔伯特这里所要求的,是对逻辑本身的相容性也要给出证明。由此再加上算术的相容性的证明,就能绝对地保证整个数学的可靠性。也就是说,希尔伯特纲领的初始目标,就是在以往间接的、相对的相容性证明的基础上(其他系统的相容性已划归到算术相容性),给出数学基础领域的直接的、绝对的相容性证明。

海德堡纲领提出不久之后的 1908 年,诞生了分支类型论和公理化集合

---

① 转引自 C. 瑞德:《希尔伯特》,袁向东、李文林译,上海科学技术出版社 1982 年版,第 125 页。

论两大解悖方案，至20年代初两大方案特别是ZFC系统公理化集合论已臻于完善，已知的集合论悖论悉数解除，这大大增强了希尔伯特实现其相容性证明的信心。显然，希尔伯特的追求与罗素、策墨罗关于解悖方案“足够狭窄”和“充分宽广”的追求一致，自然不能赞成布劳威尔的直觉主义方案。维尔本是他的学生，但被布劳威尔说服而大力宣传直觉主义方案，这使他颇感意外。1922年在一次名为《数学的新奠基》的演讲中，他猛烈地抨击了直觉主义理论：

> 维尔和布劳威尔的做法，基本上是走克隆耐克的老路。他们试图这样为数学奠定基础，那就是，一切对他们不方便的都要被抛弃，并且树立了一个克隆耐克式的禁令专政。但这就要把我们的科学肢解，使它残缺不全；如果我们接受这种解决办法，我们就要冒失去我们最有价值宝藏一大部分的危险。①

如果认为希尔伯特对直觉主义理论的态度只是批驳、排斥，那就大错特错了。实际上，他在与直觉主义者的辩论过程中，接受了后者的一个重要观点：只有使用构造性的有限性方法的证明才具有绝对的可靠性。就在1922年的另一篇演讲《数学的逻辑基础》中，他在更为详细地阐述其研究纲领时，明确地提出了“有限主义原则”，即在元数学中只允许使用有限性方法判定数学形式系统的相容性。而希尔伯特关于有限性方法的定义是：所述的讨论、判断或定义均保持在这样的范围之内，即对象的彻底可构造性以及方法的实用性，因此，这些讨论、判断或定义可以通过总体的检验来实现。希尔伯特认为，按照他的元数学纲领，既可以达到布劳威尔和维尔所要求的数学的可靠性，又无须放弃按他们的计划不得不牺牲的任何数学财富。

可见，尽管希尔伯特对直觉主义进行了尖锐的批判，但在一定程度上也接受了他们的构造性思想；只不过这种构造性不是对以往的各种数学理论本身的要求，而是对一门新的关于数学理论的科学——证明论或元数学的

---

① 转引自王宪钧：《数理逻辑引论》，北京大学出版社1998年版，第349页。

要求。由绝对可靠的元数学去证明数学理论首先是算术理论的相容性,就可以保证整个数学理论的可靠性,避免悖论的产生。这就是希尔伯特的如意算盘。他在1925年所作的《论无限》的演说中宣称:“在几何和物理理论中,相容性的证明是通过将之划归到算术公理的相容性而完成的。显然,这个方法不能用来证明算术本身的相容性。由于我们的证明论……使得我们能够采取这最后的重要的步骤,它便构成公理化结构的必不可少的基石。我们曾经受过的两次事件——微积分中的悖论和集合论中的悖论的出现——将不会再出现第三次,永远不会。”①

希尔伯特元数学上的有限主义,与他在“无限”问题上的立场密切相关。和直觉主义者一样,希尔伯特也不同意康托尔关于存在实无限的主张,而认为无论何处,无限是不会实现的。它既不存在于自然界,也不能作为合理思维的基础。因而他承认只有有限性方法才是确实可靠的。但是,希尔伯特也坚决反对直觉主义者对实无限的绝对排斥,认为应把非有限成分作为“理想元素”引进数学中来,在非实在的意义上承认实无限在数学中的作用。之所以要引进理想元素,是因为只有这样,才能保留古典数学中许多非常有用的成果。他将之与理论物理相类比。在理论物理中也包含有理想概念和命题,但就理论的检验而言,不需要就每一个孤立的命题进行考察,而只需鉴别最终的结果。数学也是一样,只有某些具有实在意义的命题(即关于有限的命题)才有必要和可能进行检验,而包含理想成分的命题则不必也不可能予以检验。某种理想元素之引进是否合理,要看有无相应的成果伴随而来。成果是“最高的裁判所”,任何人都得服从。比如作为理想元素的实无限概念的引进,对于某些实在命题的推出,就是不可或缺的。理想元素可以使证明简化,使各种不同的理论得以统一,使排中律等逻辑法则得以保存。至于如何保证引进理想元素不会导致悖论,正是希尔伯特纲领所要解决的问题。

后来几年的形势一直沿希尔伯特希望的方向发展。1928年,希尔伯特和他的学生阿克曼(W. Ackerman)用有限性方法证明了一阶逻辑的相容

---

① D. Hilbert,“On Infinite”,Reprinted in P. Benacerraf and H. Putnam,eds.,*Philosophy of Mathematics*,Pretice-Hall,Inc.,1983,p.150.

性，迈出了重大的一步。同年在波隆那举行的国际数学会议上，他更明确地列出了四个尚未解决但在他看来可望迅速解决的问题清单：

> 问题 1：分析的基本部分（或二阶函项演算）的（有穷主义）一致性（即相容性——引者）证明。
>
> 问题 2：把这个证明推广到高阶函项演算。
>
> 问题 3：数论与分析公理系统的完全性。
>
> 问题 4：逻辑规则系统（一阶逻辑）的完全性。①

希尔伯特认为，上述问题的悉数解决，从而其纲领之目标的实现指日可待。正是基于这种认识，他才说出了如下这句与直觉主义观点针锋相对的名言："要想从数学家手中取走排中律，就像夺去天文学家的望远镜或禁止拳击家使用拳头一样。"

从作为悖论的一种解决方案考虑，如果希尔伯特上述计划得以实现，则从 RZH 标准的形式技术层面来看，应是非常令人满意的。然而，果真只用"有限"的构造即可以一劳永逸地解决含有实无限（哪怕只作为理想元素）的数学理论的相容性，并进而证明其完全性吗？1929—1930 年，年轻的哥德尔得出了两项重要的成果：一项是他按照希尔伯特所期望的那样，证明了一阶逻辑的完全性；而他的另一项成果，却对希尔伯特的其他三项期望均作了根本否定的回答。他以无可辩驳的精密方法证明：形式算术系统是不完全的，它的相容性也不可能以希尔伯特的方案即用有限方法加以证明。而由此推论，含有形式算术的分析和高阶函项演算也不可能获得他所期望的结果。可以想见希尔伯特在接到哥德尔的成果并确定其正确无误之后的心情。与当年弗雷格接到罗素悖论时一样，希尔伯特感到"生气和灰心"。如希尔伯特传记作者瑞德所描述："在哥德尔有高度独创性的工作中，希尔伯特理智地看到：从本世纪初开始，他花费了巨大努力所追求的目标落空了，那本来是用来回答克隆耐克、布劳威尔和其他要限制数学的人并使他们无

---

① 转引自王浩：《哥德尔》，康宏逵译，上海译文出版社 1997 年版，第 81—82 页。

言以对的。”[1]希尔伯特不得不承认，数学的相容性不可能像他一直希望和相信的那样，用有限数学的证明去确立，他的形式系统构架没有坚固到足以背负起他想让它承受的重担。

就其试图一劳永逸地摆脱逻辑悖论对数学的困扰这一初始目标而言，希尔伯特纲领的确在一个十分重要的方面被哥德尔定理所证伪，但以往学界广为流行的“希尔伯特纲领已被哥德尔定理彻底推翻”的说法，是值得商榷的。一个纲领的初始目标，未必能够代表后来发展起来的系统化纲领的本质或基本点。笔者赞同张家龙的观点：“哥德尔的结果实际上推广了希尔伯特的设想，使希尔伯特纲领中的非本质部分（元理论必须用有穷方法的限制）得到修正。哥德尔定理对希尔伯特纲领是一种辩证的否定，或者说‘扬弃’，使它得到像恩格斯所说的‘纯化’和‘修正’，使它从假说发展为科学。”[2]元数学纲领不但并未因哥德尔定理的出现而失去其价值，反而使其发挥了更大作用。由元数学而派生的元理论思想更具有普遍的方法论意义（这在本书后面的讨论中亦可得到一定体现）。摆脱了虚幻目标的元数学（证明论）成为当代数理逻辑的一个重要分支，而哥德尔定理本身，就是一个重要的元数学成果。[3]

当前，谈论哥德尔定理已成为一种学界时髦，几乎所有学科方法论层面的讨论都在研讨哥德尔定理的作用，而许多不同的哲学流派甚至截然相反的哲学观点都在援引哥德尔定理作为立论根据。然而令人遗憾的是，这其中有大量讨论是在对哥德尔定理的科学内容没有基本把握的基础上展开

---

① C. 瑞德：《希尔伯特》，第 248 页。

② 张家龙：《数理逻辑发展史——从莱布尼茨到哥德尔》，第 27 页。此外，张家龙先生令人信服地表明：以往国内外学界把从希尔伯特纲领发展起来的希尔伯特学派称为“形式主义学派”的流行做法（拙著《科学的难题——悖论》等也曾使用这一称谓），是很不适当且引人误解的，正确的称谓应当是“形式化学派，元数学（证明论）学派，或如克林所称呼的公理学派”（见上书第 329 页）。故本书不再使用“形式主义”的称谓。

③ 我认为，希尔伯特元数学（证明论）纲领的最重要的价值之一，是使人们最终弄清了现代逻辑研究的基本方法——形式系统方法的基本精神：语形与语义的彻底分离及在这种分离基础上的相互关系研究。尽管弗雷格在创建现代逻辑之初已具有这样的初步观念，但这个观念的真正明晰化和精确化当归功于希尔伯特。而只有在这种明晰的观念之下，才会产生哥德尔完全性定理和不完全性定理这样的关于形式系统的重大成果。

的。有人认为哥德尔定理证明悖论是不可解的,科学理论的相容性是不可能证明的;有人甚至认为哥德尔定理本身就是一个悖论。前已看到,哥德尔定理的确是在试图从根本上解决集合论—语形悖论的努力中产生的,也是后来悖论研究的一个基础性定理。但它本身决不是一个逻辑悖论,尽管它和罗素悖论一样是"不期而至"的。我们此处所要做的工作,就是尽可能使用非形式化语言,澄清哥德尔定理的科学内涵及其直接学科价值。有关的哲学与方法论讨论放在本书第五章。

关于"完全性"的概念,我们需要再作一点解释。最直观地说,一个系统如果能够足够丰富,能充分地实现人们(科学家)对该系统的期望,那么我们就说这个系统是完全的。比如对于形式算术系统来说,人们的期望是它能够推导出算术真理,排除算术谬误。如果在一个形式算术系统中,所有算术真理在该系统中的表达式在原则上都可以作为该系统的定理推导出来,任一算术谬误都可以在该系统中得到排除,我们就说该系统是完全的。转化成纯语形语言来说,便是对任一形式算术闭公式 A 来说,或者 A 可证,或者非 A 可证。再如对于一个演绎逻辑的形式系统而言,人们所期望的自然是它能导出逻辑真理,排除逻辑谬误(逻辑矛盾)。如果有一个逻辑的形式系统,任何在该系统中可表达的逻辑真理都可以作为该系统的定理从而得到证明,任一逻辑谬误都可得到否证,则该系统便是完全的。由于在逻辑的系统中允许有合式公式既不表达逻辑真理也不表达逻辑谬误,当然其完全性也不能要求对任一合式公式 A 而言或者 A 可证或者非 A 可证,而只能要求或者 A 可证,或者 A 不是逻辑定理(即不表达逻辑真理,不在所有可能世界或所有语义模型中都真);若再定义出可满足的概念(直观地说,可满足即在有的可能世界或语义模型中为真),则完全性的要求便是或者 A 可证,或者非 A 可满足。以上关于逻辑系统完全性的几种表述是等价的,哥德尔关于一阶逻辑的完全性的证明,是就最后一种表述而作出的。

如前所述,哥德尔的工作是循着希尔伯特纲领的思路进行的。在他得知希尔伯特关于相容性和完全性证明的问题清单后,就对此产生了浓厚的兴趣。在 1929 年完成 1930 年发表的博士论文《论逻辑函数演算的完全性》中,他按照希尔伯特所希望的那样,严格地证明了一阶逻辑的完全性。

一阶逻辑的完全性的证明,也是一个极其重大的成果,它标志着自莱布尼茨开始的,用数学方法改造传统演绎逻辑的工作的彻底完成。完全性定理表明,由弗雷格、罗素等人建成并按照希尔伯特的精神彻底形式化了的一阶逻辑的形式系统,已可以毫无遗漏地包容所有经典的(只含经典量词的、二值的、非模态的,亦即在一阶逻辑形式系统中可表达的)演绎逻辑的规律。亚里士多德的演绎逻辑所追求的经典演绎推理的有效式,可以用一阶逻辑的蕴涵式定理给予完全的刻画(而亚里士多德乃至整个传统演绎逻辑所找出的正确的推理形式尽管是重要的和基本的,但与一阶逻辑定理相比是微乎其微的)。当然,一阶逻辑的完全性并不意味着所有经典演绎规律都已找到,而是说,这样的规律在原则上都可以证明为一阶逻辑系统的定理。

证明了一阶逻辑的完全性之后,哥德尔即着手证明形式算术系统的相容性和完全性。也就是说,形式算术系统的不完全性定理的得出,既出乎希尔伯特等人的意外,也不合哥德尔本人的初衷。当他于 1930 年秋得出不完全定理时,与康托尔证明连续统不可数等结果时一样,他自己也简直不能相信。1930 年 9 月,他在哥尼斯堡的数学家会议上公布了自己的研究成果。尽管他的发言未引起多数与会者的注意,在集合论的公理化过程中已屡建奇功的冯·诺伊曼却独具慧眼,会后便给予了高度评价,认为哥德尔的成就是优异的、不朽的,它不只是一座纪念碑,而是一座其意义由于受到时空的限制还远未显现的里程碑,“这是长时间以来最伟大的逻辑发现。”[1]科学史后来的发展证明了冯·诺伊曼的预言。

1931 年年初,哥德尔发表了讲师论文《论〈数学原理〉及有关系统中的形式不可判定命题 I》,其中给出了形式算术的不完全性定理的详尽严密的证明。这篇犹如爱因斯坦的《论动体的电动力学》一样“划时代的篇章”是这样开始的:

> 众所周知,数学之向着更加精密的方向的发展,已导致大部分数学分支的形式化,以至于人们仅用少量机械规则便可证明任何

① 参见王浩:《哥德尔》,第 123 页。

> 定理。迄今已经建立起来的最完整的形式系统,一是《数学原理》,一是策墨罗—弗克尔集合论系统(由冯·诺依曼进一步发展)。这两个系统是如此全面,以至于今天在数学使用的所有证明方法都已在其中形式化,也就是说,都可划归为少数几条公理和推导规则。因此人们或可猜测这些公理和推导规则已足以判定这些形式系统能加以表达的任何数学问题。下面将要说明情况并非如此。①

《(大)数学原理》和 ZF 等都包含了形式算术,若证明了形式算术不可完全,也就证明了这些系统的不可完全。

不完全性定理的证明涉及许多专门知识,证明过程比较复杂,它的技术推导上的高超技巧,也时常受到专家们的赞叹。不过,与大家熟悉的相对论一样,这个证明的思路也是深刻而简单的。如下粗略的刻画与讨论,或可帮助读者理解这个思路。在我们已熟悉了许多逻辑悖论的条件下,更容易做到这一点,因为哥德尔定理在很大程度上是受悖论研究的启发得来的。

哥德尔所研究的形式算术系统,就是我们平时所使用的算术或初等数论的形式化。它包括经典的带等词的一阶逻辑系统,加上表示如下算术公理(即通常所谓"皮亚诺公理")的初始公式:

> (1)0 是自然数。
>
> (2)每个自然数有一个后继数。
>
> (3)不同的自然数的后继也不同。
>
> (4)0 不是任何自然数的后继数。
>
> (5)数学归纳法(如果 0 具有某属性,并且若一个自然数具有该属性则其后继数就具有该属性,那么,所有自然数都具有该属性)。

---

① K. Gödel,"On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related System I",Translated by J. van Heijenoort,ed.,*From Frege to Gödel*,1967,pp.596—597.(本文已由冯艳译为中文,见陈波主编:《逻辑学读本》,中国人民大学出版社 2009 年版。——修订本注)

这些公理都以一阶逻辑的形式语言表达为形式系统的初始公式。只有同时采用这五个公理才能充分表达我们所使用的加减乘除算术,缺一不可。形式算术通常简记为 PA,在不同的文献中对皮亚诺公理陈述和刻画方式有所不同,但这主要出于各种不同偏好,没有实质差异。

哥德尔的证明最关键的步骤是他在 PA 中找到了这样一个合式公式 G,该公式和它的否定式 $\neg G$ 在系统之中都是不可证的,即二者均不可能作为 PA 的定理。而从语义角度考虑,经过解释,G 和 $\neg G$ 必有一真。真而不可证明,意味着有的算术真理并没有为 PA 所包容,从而证明 PA 是不完全的。

哥德尔说,他所找到的这个公式 G 的直观含义与“说谎者”有类似之处,请比较:

> L:L 是假的。(即“本语句是假的”)
> G:G 在 PA 中不可证。(即“本语句在 PA 中是不可证的”)

显然,G 只不过把 L 中的“假”换成了“在 PA 中不可证”,即把一个语义概念换成了一个语形概念,而关键在于:后者并不像说谎者语句那样导致悖论。要理解其缘由,主要是需把语义概念“真”“假”和语形概念“可证”“不可证”区别开来。根据排中律有“或者 G 或者 $\neg G$”,在语义解释下不是真的就是假的;然而,排中律并不保证 G 或 $\neg G$ 一定有一个在 PA 中可证,并不能排除二者在 PA 中都不可证的可能性。循着原来推导说谎者悖论的思路,我们也可在语义解释下设 G 是假的,即“G 是在 PA 中不可证的”为假,据排中律可得“G 是在 PA 中可证的”为真,G 可证意味着它是 PA 的一条定理即表达一算术真理,这样就从 G 的假推出了 G 的真(这一半推论与说谎者悖论相同);再设 G 是真的,可得 G 是在 PA 中不可证的,但由此推不出 G 为假,因为在 PA 中不可证明并不意味着一定为假(这一半推论与说谎者悖论相异)。这样,由命题 G 便得不出悖论。由上面的推论,根据归谬法可知 G 为真(这和“伊壁门尼德悖论”的情形正好相反)。同时,G 在 PA 中又是不可证明的,因为假如 G 在 PA 中可证,则可得“ G 并且 $\neg G$ ”的矛盾。这

样，我们便找到了一个真而不可证的命题。

请注意，这里可证与否是相对于系统PA而言的，因而不能把“G在PA中不可证”简化为“G是不可证的”（国内外许多文献中经常看到这种讲法），后者在不加限制的情况下仍会导致悖论。如沈有鼎所阐述：

> 考虑这样一个命题：
>
> 我正在讲的不可证明。
>
> 假定这个命题可以证明，那么它一定是真的，用它自己的话说，也就是它不可证明；这将跟我们的假定相矛盾。
>
> 假定它可以证明将引出矛盾，因此这命题不可证明。换句话说，这命题是真的。这样，我们也就证明了这命题。所以，这命题既可证明又不可证明。①

其中“我正在讲的不可证明”相当于G（恰如“我正在讲的是谎话”相当于L）。沈有鼎强调了它与说谎者语句的区别：“只要限于给定系统中的可证性，我们因此也就不会产生矛盾。”

读者可能会问：既然G所断定的是它自身在PA中的不可证性，而一公式可证与否的问题，按照对象数学与元数学的区分，本应属于PA的元数学问题，怎么可能在系统PA之内找到G呢？我们说，这正是哥德尔证明的高超技巧之所在。

首先是形式对象及其元数学的“算术化”工作（也就是伊夫斯所谓新的“分析技术”），它主要是通过“哥德尔数”的发明而进行的。所谓“哥德尔数”，就是对形式系统PA中的每一符号、公式及证明（证明乃一种公式序列）等单位所指派的自然数编码。每个单位指派一个唯一的自然数。这种指派是根据一种排序方案进行的，任给系统中的某个单位，恒可按这种方案

---

① 沈有鼎：《两个语义悖论》，张清宇译，载《沈有鼎文集》，人民出版社1992年版，第218页。沈先生还同时指出了“我正在讲的可反驳”和“我正在讲的在给定系统中可反驳”这两个命题的区别：前者同样导致悖论，后者却可以是一个直观上假而在系统中不可反驳的命题。这对我们理解哥德尔定理也是有益的。

为其指定一个唯一的哥德尔数。

譬如，当给系统的所有基本符号指派完毕后，系统中每个公式的哥德尔数即可按以下能行程序指派：令 $n_1, n_2, n_3 \cdots, n_s$ 为公式 F 中的符号的哥德尔数（依次序排列），再令 $m_1, m_2 \cdots, m_s$ 为前 s 个 相继的素数，则 F 的哥德尔数可被指派为如下自然数乘积：$m_1^{n1} \times m_2^{n2} \times \cdots \times m_s^{ns}$。照此程序，从一个公式的哥德尔数，也能够经能行程序构造出公式本身，那就是把公式的哥德尔数分解成其唯一的素数因子乘积（据因数分解唯一性定理）；在该因数分解式中出现第一个素数 2 的乘方数是该公式第一个符号的哥德尔数，出现 3 的乘方数是该公式第二个符号的哥德尔数，出现 5 的乘方数是该公式第三个符号的哥德尔数，如此等等。而给一个证明指派哥德尔数的方法可如法炮制。令一个证明的公式序列由 $p_1, p_2, \cdots, p_n, p_t$ 组成，再令 $f(n)$ 为 p_n 的哥德尔数，则此证明的哥德尔数可指派为 $p_1^{f(1)} \times p_2^{f(2)} \times \cdots \times p_t^{f(t)}$，其中 p_1 至 p_t 为前 t 个相继素数。 如此，若给定一个证明的哥德尔数，则该证明序列中的所有公式也同样可用素因数分解法返求而得。经这样的程序指派的每个哥德尔数都是自然数，但并非每个自然数都是哥德尔数。通过哥德尔数的编制，形式算术系统 PA 的所有单位便映射到了自然数的一个真子集上。如此这般，系统 PA 便“算术化”了。即形式系统的对象都被“翻译”映射回了直观算术之中。这样，关于 PA 中的形式对象及其彼此间关系的元数学命题，就转变成了相应的哥德尔数之间算术关系的命题。形式系统 PA 原本是算术的形式化系统，而哥德尔又运用配数法，独出心裁地使其元理论能够“算术化”，迈出了证明不完全性定理的重要的一步。“据此，元数学的概念（命题）也就变成了关于自然数或它们的序列的概念（命题），从而即可（至少部分地）在 PM 系统（哥德尔的论文以包含 PA 的 PM 系统为讨论对象——引者注）本身的符号中得到表达，特别是人们可以证明‘公式’、‘证明序列’和‘可证公式’等都可在对象系统中加以定义。”①

其次，更为重要的步骤，是定义直观算术函数（或算术谓词、算术关系

① K. Gödel, “On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related System I”, Translated by J. van Heijenoort, ed., *From Frege to Gödel*, 1967, p.597.

等，可根据不同的哲学偏好使用）在 PA 中“可表达”的概念，即直观算术函数可以通过哥德尔数“翻译”（映射）为 PA 中的公式（这是上述算术化的逆过程）。哥德尔证明，凡是递归函数都是在 PA 中可表达的。

“递归”的概念在直观上并不难以理解，其要点在于能行性（即机械性加有穷性）。当考虑自然数集合上的一个函数 f 时，如果有一种机械的方法或规则，对于任一自然数 n，都能按照这种方法或规则在有穷步骤内求出函数值 $f(n)$，则称 f 为一个递归函数。例如，设 $f(0)=1, f(n+1)=f(n\times(n+1))$，则 $f(n)=n!$（n 的阶乘）。这个阶乘函数 f 就是一个递归函数，因而在 PA 中可表达。[①]

再次，哥德尔定理的证明中最关键的步骤，就是把哥德尔语句 G 成功地“翻译”成了 PA 中的合式公式。首先可定义函数式 $D(m,n)$：m 是 PA 中的公式 $A(x)$（仅含 x 为自由变元）的哥德尔数，n 是 PA 中公式 $A(\bar{m})$ 在 PA 中的一个证明（公式序列）的哥德尔数，其中 $\bar{m}$ 是自然数 m 在 PA 中的映项（表达 m 的常项符号）。其直观的元数学含义就是：哥德尔数为 n 的公式序列，是哥德尔数为 m 的公式 $A(x)$ 代入 $\bar{m}$ 所得到的闭公式 $A(\bar{m})$ 的一个证明。哥德尔表明如此定义的 $D(m,n)$ 是一个递归函数式，因此，它在 PA 中肯定可表达。与其相应的 PA 中的表达者记为 $D^*(\bar{m},\bar{n})$。继而可构造 PA 中的一个合式公式 E：

$$\neg(\exists y)(D^*(x,y))$$

公式 E 自然也有一哥德尔数，令它为 g，它在 PA 中的映项为 $\bar{g}$，将 $\bar{g}$ 代入 E 中置换自由变项 x 可得如下公式 E^*：

① 此处“递归函数”与“原始递归函数”同义。所谓原始递归函数就是从一些极简单的初始递归函数（一般指零函数、后继函数和射影函数）出发，反复使用复合和原始递归两种函数运算而生成的函数类；关于递归函数的严格界说与分类参见有关递归论的文献。递归论（能行可计算性）理论，是从哥德尔定理证明中所使用的方法发展起来的数理逻辑的重要分支。

$$\neg(\exists y)D^*(\bar{g},y)$$

我们来看 E^* 的直观解释。回到直观算术中,E^* 所表达的含义就是:不存在这样的自然数 n,可满足函数 $D(g,n)$ 。再依 D 的含义展开便是:不存在这样的自然数 n,n 是 PA 中哥德尔数为 g 的公式 $A(x)$ 代入 $\bar{g}$ 所得到的闭公式 $A(\bar{g})$ 的一个证明的哥德尔数。

而现在哥德尔数为 g 的公式 E 代入 $\bar{g}$ 所得公式正是 E^* 本身,因而 E^* 的上述解释便可理解为:没有自然数 n 是公式 E^* 在 PA 中的一个证明的哥德尔数。

我们已经知道 PA 中的任一证明都有一哥德尔数,所以在上述直观算术解释下,公式 E^* 就是说自己在 PA 中不可证,这不正是我们要找的公式 G 吗?如此这般,一个说自己不可证的语句就在形式算术系统 PA 中得到了严格的形式表达!

接下来的工作就是要证 E^* 在 PA 中不可证了。这项证明一个关键步骤是先证明“哥德尔自指定理”或“哥德尔对角线定理”:

> 令 $\varphi(x)$ 是 PA 的任一公式(含唯一自由变项 x),则一定存在公式 ψ,使得下式为 PA 定理:
>
> $$\psi\leftrightarrow\varphi(\ulcorner\psi\urcorner)$$

其中 $\ulcorner\psi\urcorner$ 表示 ψ 的哥德尔数在 PA 中的映项,直观上恰可看作 ψ 的一个名称(其直观理解可将前后件颠倒而成 $\varphi(\ulcorner\psi\urcorner)\leftrightarrow\psi$),并请比照塔尔斯基(T)模式)。

该定理在逻辑悖论研究中至关重要,在我们后面讨论语义悖论和语用悖论时都会用到。然而,在国内以往有关哥德尔定理和逻辑悖论的研究文献中,均未能给予该定理应有的重视和讨论,这是应当改变的。故我们有必要对该定理的证明过程作如下说明。

现引进代入函数 $S(m,n)$:若 m 是 PA 公式 $A(x)$(仅含 x 为自由变

元）的哥德尔数，n 是一个自然数，则 $S(m,n)$ 是以 n 在 PA 中的映项 $\bar{n}$ 代入 $A(x)$ 所得公式 $A(\bar{n})$ 的哥德尔数。哥德尔证明，该函数亦为递归函数，因而在 PA 中可表达，其表达映项可记为 $S^*(x,y)$。取公式 $\varphi(x)$ 的一个代入特例：

$$\varphi(S^*(x,x))$$

令该公式的哥德尔数为 m，则将 m 在 PA 中的映项 $\bar{m}$ 代入该公式，可得：

$$\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))$$

再令该公式的哥德尔数为 n，据 $S(m,n)$ 和 $S^*(x,y)$ 的定义有：

$$S(m,n)=n$$
$$S^*(\bar{m},\bar{m})=\bar{n}$$

从而据等词理论有：

$$\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))\leftrightarrow\varphi(\bar{n})$$

已知 n 为 $\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))$ 的哥德尔数，据约定，$\bar{n}$ 可用 $\ulcorner\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))\urcorner$ 表示（直观上为 $\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))$ 的名称），则有：

$$\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m})\leftrightarrow\varphi(\ulcorner\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))\urcorner))$$

显然，$\varphi(S^*(\bar{m},\bar{m}))$ 就是我们为 PA 的公式 $\varphi(x)$ 找到的满足 $\psi\leftrightarrow\varphi(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的 ψ，从而上列定理得证。

该定理之所以被称为“哥德尔对角线定理”,是因为其中最关键的步骤是把表达式 S^* 的两个主目等同,取 $\varphi(S^*(x,x))$ 作为 $\varphi(x)$ 的代入特例。这无非是康托尔对角线方法的又一次运用。因而公式 $\varphi(S^*(x,x))$ 可称为 $\varphi(x)$ 的对角线型代入特例 。而这个代入特例恰恰也是有一个自由变元的公式,可以代入任一自然数在 PA 中的映项,当然也可以代入其本身的哥德尔数在 PA 中的映项。在我们的前述解释下,这种完全严格合法的手续产生了一种奇妙结果:PA 公式可以“谈论”自身! 因而,该定理又被称为“哥德尔自指定理”。

该定理的获得使得类 E^* 闭公式不可证之证明成为可能。考虑公式 $\neg(\exists y)D^*(x,y)$,其中只含有一个自由变项 x,其直观解释就是说“x 在 PA 中不可证”。令其为哥德尔自指定理中的 $\varphi(x)$,其对角线型代入特例为:

$$\neg(\exists y)D^*(S^*(x,x),y)$$

循自指定理的证明思路令其哥德尔数为 m,则有:

$$\neg(\exists y)D^*((\bar{m},\bar{m}),y)$$

令该公式的哥德尔数为 n,据我们前面的定义,这里与 $S^*(\bar{m},\bar{m})$ 相应的 $S(m,m)$ 恰等于 n。依据自指定理有:

$$\neg(\exists y)D^*(S^*(\bar{m},\bar{m}),y)\leftrightarrow\neg(\exists y)D^*(\bar{n},y)$$

该等价式的后件即为我们前面构造的 E^* 的一个变体。若它在 PA 中可证,即存在 $\neg(\exists y)D^*(\bar{n},y)$ 的 PA 证明,而该公式所表达的恰恰是不存在该式本身的一个证明的哥德尔数在 PA 中的映项,从而必导致矛盾;而若设它的否定可证,销去双重否定 $\neg\neg$ 得 $(\exists y)D^*(\bar{n},y)$,其所表达的是一定存在该公式在 PA 中的一个证明的哥德尔数在 PA 中的映项,从而又

可证明该公式，同样导致矛盾。因此，如果 PA 是相容的，那么该公式就是一个在 PA 中既不能肯定也不能否定的 PA 合式公式。

以上只是对哥德尔证明类 E^* 闭公式在 PA 中之不可证性的大思路的勾勒，其实际证明过程是相当复杂的。但经过无数学者的反复推敲，哥德尔的证明的确是无懈可击的。[①]

我们前面的叙述中“如果 PA 是相容的”这一条件是不能忽视的。因为如果 PA 是不相容的，则根据一阶逻辑的理论，逻辑矛盾可以推出任何东西，那么 PA 自然也就是完全的了；但那是一种没有用的完全性。因此，哥德尔的结果完整表述是：

> 如果 PA 是相容的，则在 PA 中必存在闭公式 ψ，ψ 和 $\neg\psi$ 在 PA 中均不可证。

应当说明的是，哥德尔 1931 年的论文中证明类 E^* 闭公式不可证时使用了一个比相容性更强的假定 $\omega-$相容性。后来经过罗塞尔的改进，这种公式的不可证性也可在一般的相容性假设下得到，因而 $\omega-$相容性的限制就不必要了 。

读者也许会想到，既然不可证的闭公式是 PA 中的一个特殊公式，如果我们把它加进 PA 中作为一条公理得到 PA^*，形式算术系统是不是就完全了呢？答案是否定的。哥德尔指出，在这个加进了新的公理的系统中，我们

---

① 冯·诺伊曼、贝尔纳斯等著名数学家和逻辑学家都曾误认为哥德尔的推导过程中有错，经过反复推敲才确认哥德尔的证明的正确无误，从而更显示出哥德尔的工作之高超之处。公理化集合论奠基人策墨罗的反应也值得一提：他在获知不完全性定理的证明不久即致信哥德尔，声称发现了哥德尔证明中的一个“致命的漏洞”。哥德尔回信耐心解释了他的证明，指出策墨罗未能注意到证明的关键之点，即“真”与“可证”的严格区分，并详细解释了证明细节。哥德尔指出策墨罗的误视之处在于他暗中承认了一个假定——“真”概念在形式系统自身的可定义性，而这正是被不完全性定理的证明所拒斥的东西。在这封回信中哥德尔还说明，他的结果的本质之点在于指出数学形式系统永远不可完全，但永远可更完全的性质。显然，了解这段历史对理解哥德尔定理及其证明都是有帮助的。（参见刘晓力：《理性的生命——哥德尔思想研究》，湖南教育出版社 2000 年版，第 76—78 页。）

仍然可以用类似的程序找到一个新的不可证公式。如果再把这个公式作为公理,仍旧可以找到另一个新的不可证公式。其原因恰在于对角线方法可不断重复使用。由此,哥德尔的结果可进而表述为:

> 对任一形式算术系统来说,如果它是相容的,则一定存在这样的闭公式,该公式及其否定在系统中都是不可证的。

也就是说,形式算术系统不仅是不完全的,而且是不可完全的。把上述定理与语义解释联系起来,则可以将之表达为:任一形式算术系统都包容着在该系统内不可证明的算术真理;换言之,不存在这样一个形式系统,它的定理可以穷尽所有算术真理,犹如一阶逻辑的形式系统中的定理可以穷尽所有经典演绎逻辑真理那样。

如哥德尔所说,各个数学分支基本上都已形式化,但这些形式数学系统大都以形式算术为子系统。因此,哥德尔的结果自然也适用于这些数学系统。特别地,哥德尔强调他的定理适用于罗素的类型论和 ZFC 公理集合论。这样,上述定理可推而广之:

> 对于任一形式数学理论,如果它是相容的,并且它是足够复杂的,则该理论中必定存在既不可证明也不可否证的闭公式。从语义上说,即任一足够复杂的形式理论,其定理不可能穷尽该理论之领域的所有真理。

其中"足够复杂"即"含有形式算术 PA",或者复杂到"所有递归函数在其中都可表示"。① 也就是说,如果一个数学理论复杂到含有初等数论,它就不可能得到完全的纯形式刻画。哥德尔定理无可辩驳地揭示了形式系统方法固有的局限性,又由于形式系统是演绎系统的最高形态,故而哥德尔定

---

① 从现代递归论的角度,哥德尔定理亦可按如下方式说明:令 TH 为 PA 的定理集,TR 为算术标准模型的真语句集。如果 PA 是相容的,则 TH 包含于 TR。在递归论中可以证明 TH 是递归可枚举集,而 TR 不是递归可枚举集,从而 TH 必不等于 TR。

理也就揭示了演绎科学理论和方法的局限性。这是哥德尔定理作为“里程碑”的意义的一个主要方面。

根据本书关于逻辑悖论的定义，哥德尔不完全性定理显然不是悖论。尽管希尔伯特等人曾相信形式算术乃至一系列形式数学学科的完全性，但这是人们正在力图证明的东西，绝非科学界“公认正确的背景知识”。因此，由哥德尔的结果推不出任何矛盾。然而，我们也要强调，哥德尔定理与逻辑悖论又有着密切的不可分割的内在联系，正如哥德尔自己所指出来的：“这个结果与理查德悖论的相似是显然的，而它和‘说谎者悖论’也有着密切关联。”①关于不可证命题与说谎者语句的同异已如上述，下面我们来考察其与理查德悖论的关系。

在理查德 II 中，实际上存在着一个由关于自然数的性质的定义构成的序列和相应的编号数构成的序列。这些定义的序列中的每一个定义又对应于其所定义的性质，这些性质可用开语句(命题函数)“ x 是 X_n” 来表达，故而有如下序列：

编号数	开语句
1	x 是 X_1
2	x 是 X_2
…	…
n	x 是 X_n
…	…

要检验一编号数 n 是否为理查德数，可在相应的开语句中用 n 置换 x，得出命题“n 是 X_n”。若该命题是假的，则 n 是理查德数，反之则是非理查德数。而如果 X_n 是“理查德数”，则将相应的 n 置换 x 得“n 是理查德数”，从而有“n 是理查德数，当且仅当，n 不是理查德数”，导致了悖论。

哥德尔寻找不可证语句的过程正类似于上述程序 。首先把形式系统

① K. Gödel, “On Formally Undecidable Propositions of *Principia Mathematica* and Related System I”, Translated by J. van Heijenoort, ed., *From Frege to Gödel*, 1967, pp.596—597.

PA 中所有包含一个自由变项的开公式 $A_n(x)$，把它们的哥德尔数 g_n 由小到大排成如下序列：

哥德尔数	开公式
g_1	$A_1(x)$
g_2	$A_2(x)$
…	…
g_n	$A_n(x)$
…	…

然后可仿照划分理查德数的方法，把这些哥德尔数分成两类：如果 g_n 在 PA 中的映项置换 x 而得到的 $A_n(\bar{g}_n)$ 在 PA 中可证，则称 g_n 是“可证性数”；反之，如果 $A_n(\bar{g}_n)$ 在 PA 中不可证，则称 g_n 为“不可证性数”。这样就把这些哥德尔数分成了两个互余集：可证性数集和不可证性数集 。设不可证性数集合为 T，则我们可以找到这样一个算术命题：

g_n 是 T 的元素(g_n 是不可证性数)。

这实际上就是命题 G。哥德尔证明这个命题通过原始递归函数式 $D(m,n)$ 而映照到形式系统 PA 中得到命题类 E^* 闭公式(此处若令 $A_n(x)$ 是“n 是不可证性数 ”在 PA 中的映照，则该式在 PA 中的映照 $A_n(\bar{g}_n)$ 便是 E^*) 。由于这里用语形概念“可证性”代替了理查德悖论中的语义概念“可定义性”，并不产生悖论。哥德尔说，他就是这样在 PA 中找到不可证公式的。

可见，哥德尔能够得出不完全性定理这一重大成就，正是受惠于对逻辑悖论的分析。哥德尔曾经断言，每一个语义悖论，都可用来作类似的不可证性的证明，只要弄清如何将语义概念换为适当的语形概念即可办到。由此足见不完全性定理与逻辑悖论之联系的紧密。

不完全性定理否定了希尔伯特关于形式算术完全性证明的企图，但也

许有人仍然希望，尽管形式算术是不完全的，那只是宣布了它不能穷尽算术真理；如果我们按照希尔伯特原来的计划，用有限方法证明形式算术的相容性，我们仍能宣布为该系统乃至整个数学大厦排除了悖论。这也正是希尔伯特纲领的最初动因和目标。哥德尔实际上也是向希尔伯特目标进发的，他当然不会不考虑相容性问题。然而，哥德尔在他的论文中说明，对这种相容性证明之存在的否定性答案，只不过是上述不完全性定理的一个推论。不完全性定理告诉我们："如果形式系统 PA 是相容的，则 E^* 在 PA 中是不可证的。"该命题的后件在 PA 中的表达自然还是 E^*。如果"形式系统 PA 是相容的"可以在系统 PA 内得到证明，则它在 PA 中可表达并作为一条定理。兹用 Con(PA)表示它在 PA 中的表达，则上面的命题在 PA 中的表达为：

$$\mathrm{Con(PA)} \rightarrow E^*$$

根据可表达性的含义，此式应为 PA 中定理；现如果再假设"PA 是相容的"在 PA 可证，即 Con(PA)为 PA 的定理，则通过分离规则（肯定前件式）可得出 E^* 是 PA 定理，即 E^* 在 PA 中可证。这和不完全性定理相矛盾。由此可知：

> 如果形式系统 PA 是相容的，则这种相容性在 PA 中是不可能证明的。

该结果同样可以推广为：

> 如果一个足够丰富（含形式算术）的形式数学理论是相容的，则其相容性不能在系统之内得以证明。特别地，类型论和 ZFC 等公理化集合论系统，都不可能在本系统内证明自己的相容性。

这个结果有时也被称为哥德尔"第二（不完全性）定理"，而前述不完全

性定理称为“第一(不完全性)定理”。哥德尔本人只是对第二定理进行了说明和讨论,并没有给出详细的证明。该定理的详细而严密的证明是希尔伯特本人和他的学生贝尔纳斯艰苦地完成的。言其艰苦,不仅在于全部证明颇为繁长(证明长达四十余页),而且在于这个结果的完成是希尔伯特的自我否定。

之所以说哥德尔的第二定理是对前述希尔伯特纲领中“非本质内容”的直接否定,这是因为通过哥德尔的方法,希尔伯特用来证明形式算术的无矛盾性的“有限性方法”,是可以在形式算术中得到表达的,而第二定理则表明,为了证明一个数学系统的相容性,所使用的元数学系统一定是更为丰富的,从而有一部分内容不可能在对象系统中得到表达。例如,根岑后来证明形式算术相容性的超限归纳法,便不能在形式算术系统中得到表达。这样,悖论问题也就不可能通过希尔伯特式的证明论的研究而得到形式技术的彻底解决。伊夫斯所谓哥德尔定理“导致了重新评价某些普遍认可的数学哲学”,主要是它表明在希尔伯特学派和逻辑主义者乃至直觉主义者身上共同体现的寻找可靠性的“最终支柱”的目标之虚妄。

既然哥德尔定理揭示了从形式技术上彻底解决悖论问题的不可能性,而在简单类型论和 ZFC 等公理化集合论系统中又未发现新的悖论,则目前关于集合论—语形悖论问题的研究就主要不是在其形式技术方面,而是在哲学说明与辩护方面。从上面的评述中,我们已经看到了解决悖论的各种方案的提出者关于悖论根源的某些不同的哲学阐释。对此给予进一步的哲学剖析,是本书第五章的主题之一。

第三章　语义悖论研究

1983年至1989年，著名逻辑学家和哲学家欣迪卡(J. Hintikka)所主编的“综合丛书”中陆续出版了《哲学逻辑手册》四卷[由盖贝(D. Gabbay)等编辑]，在西方学界有着重大影响，其中于1989年出版的第四卷第十章(亦即整个《哲学逻辑手册》的“压轴”章)，是荷兰学者维斯塞尔(A. Visser)撰写的“语义悖论”专题，旨在述评说谎者型悖论所涉及的各种主要问题及主要解悖方案。然而，确如维斯塞尔所说，关于语义悖论的研究“文献众多但散乱，重复而又缺乏关联”①，这种局面给人们把握语义悖论研究的基本发展趋势和主动脉造成了很大困难。维斯塞尔本人着重评述了克里普克的“有根基性”方案、赫兹博格(H. Herzberger)的“语义稳定性”方案和古普塔(A. Gupta)的“真理修正程序”方案。这些方案虽然在西方学界均有较大影响，但它们都属于所谓“语境迟钝”方案。维斯塞尔对当时已经出现的“语境敏感”方案未予应有的重视，因而也难以把握克里普克所开创的“回归自然语言，在语形、语义、语用的统一中深化和拓展悖论研究”的研究路线及其重要价值。本章的讨论将要表明，沿着上述路线生长出来的“语境敏感”方案，是当代语义悖论研究最具生机与活力的方案；而这条研究路线的形成与发

① A. Visser, “Semantics and the Liar Paradox”, in D. Gabby and F. Guenthner, eds., *Handbook of Philosophical Logic* (Vol. IV), D. Reide Publishing Company, 1989, p.617.

展,即构成当代西方语义悖论研究的基本趋势和主动脉。

第一节　多姿多彩的语义悖论

罗素悖论的出现加之罗素等人对集合论—语形悖论与语义悖论的共同特征及其共同解决方案的探索,使得人们不再把说谎者之类语义悖论视为“哲学家们的文字游戏”,而视为应该严肃对待的科学问题。除本书第一章已经陈述的说谎者悖论和理查德悖论之外,下面两个悖论也得到了学者们的高度重视。

一是“格里灵悖论”,是由德国人格里灵(K. Grelling)1908 年提出并发表的。所有形容词可分成两类:一类是“自谓的”,即可对于它们自身成立、对自己为真的,如“Polysyllabic”(多音节的)这个语词本身即是多音节的,“中文的”本身即是中文的;一类是“他谓的”,即对于它们自身不成立、对自己不真的,如“Monosyllobic”(单音节的)这个词不是单音节的,“英文的”这个词不是英文的。兹问,“他谓的”是不是他谓的?结果是:

“他谓的”是他谓的,当且仅当,“他谓的”不是他谓的。

除多用了语义概念“对……成立”而外,这个悖论与罗素悖论的构造思路完全相同,可以说是把罗素悖论“平移”到语义现象中来的结果。

人们谈论较多的另一个语义悖论是“拜里悖论”。它是英国 Bodleian 图书馆的拜里(G. Berry)在 1906 年构造并告诉罗素,由罗素在 1908 年《以类型论为基础的数理逻辑》一文中公布的。它之所以受到罗素的重视,在于它极为简单明了。考虑如下摹状词:The least integer not describable in one hundred or fewerletters(不能用 100 个或更少的字母描述出来的最小整数),这个摹状词本身就是对该整数的一种描述,但是它的字母少于 100 个。如果说它描述了该整数,则导致矛盾;说它没有描述,又与实际不符,因为这句话是一合式语句,并指出了那个整数的一种确定的特征性质。显然由此可建立一矛盾命题等价式。当然,拜里悖论也可以通过汉语来表达,考

虑如下语句:“用二十个汉字才能描述的数中最小的数”,同样能构成相似的悖论。拜里悖论被说成是“理查德悖论的一种深刻的天才的简化”。它以简洁通俗的方式,揭示了语义概念的日常用法所蕴涵的矛盾。

每一种语义悖论都可以构造各种各样的变体,其中人们探讨最多的是说谎者悖论的变体。后来人们发现,这些变体大都为中世纪后期逻辑学者所知晓。中世纪后期(12—15世纪)是西方逻辑发展的第二大高峰期,语义悖论研究在其中扮演着重要的角色。中世纪学者以如下方式表述说谎者悖论①:

> 我提供这个Insolubilia(不可解命题):假定除了“我说假话”这句话以外我什么也没说,问题是我说这句话是真还是假。
>
> “这句话是假的”,假定“这”指的就是这句话本身,并且我们称之为B。问题是这语句B是真的还是假的。

同时,中世纪学者提出并研究了说谎者悖论的如下变体:

> “写在这卷书中的一切语句都是假的”,而这个语句是写在这卷书中的唯一语句。
>
> 苏格拉底只说了唯一一句话:“苏格拉底说谎。”

这两个变体与说谎者原型的区别在于引入了两个经验假定,并有拟化形式之嫌,但这种嫌疑很容易被如下“方框悖论”消除:

本方框中的 语句是假的。

方框中只有一个语句,而这是摆在人们面前的一个无可置疑的经验事

① Cf. A. Dumitriu, *History of Logic* (Vol. II), Abacus Press, 1977, pp.160—171.

实,因而这是说谎者悖论的一个带有经验事实因素的典型变体。

针对许多人把说谎者悖论的产生根源归因于语句“直接自指”的说法,中世纪学者又构造了如下避开直接自指的悖论:

> 假定苏格拉底只说过唯一一句话:“柏拉图说谎”。而柏拉图只说过唯一一句话:“苏格拉底说真话”。问题是苏格拉底的话是真还是假。

很容易得出:苏格拉底的话为真,当且仅当,苏格拉底的话为假。依据“三要素”标准,这是带有两个非真经验假定的“拟化形式”,但它们可以重塑(或转化)为如下形式:

> 苏格拉底说:“下面柏拉图的话是谎话。”
> 柏拉图说:“上面苏格拉底的话是真话。”

由此建立起来的矛盾等价式完全不依赖于任何非真经验假定。这里的“苏格拉底”、“柏拉图”可用任何人名代替,甚至可改造成如下不含人称的“卡片悖论”:

> 一张卡片的正面只写着:“本卡片反面的语句是假的。”
> 同一张卡片反面只写着:“本卡片正面的语句是真的。”

卡片悖论虽不是直接自指,但也形成间接自我涉及或循环。这种循环性悖论的建构,也可以通过多个语句实现:

> S_0:S_1 是假的。
> S_1:S_2 是假的。
> S_2:S_3 是假的。
> ……

S_{n-1}:S_n 是假的。

S_n:S_0 是真的。

若 n 为奇数,必可建构矛盾等价式:S_n 真,当且仅当,S_n 假。这种循环性悖论亦可以带有已确知真值的前提的形式出现。如中世纪学者曾表达的一个形式:

设有五个语句 A、B、C、D、E,A、B 是真的,C、D 是假的,而 E 是:"(五个语句中)假语句比真语句多。"

容易推出:E 真,当且仅当,E 假。有的学者形象地称此类悖论为"砝码悖论"[①]。砝码悖论的其他例子如:

2+2=5 或本析取句为假。

2+2=4 且本合取句为假。

(1):地球围绕太阳转。 (2):太阳围绕地球转。 (3):(1)是本方框中唯一真语句。

为这三个例子建构矛盾等价式的工作留给读者。

上面出现的两个方框悖论都本质地使用了"本方框中"这样的经验谓词,属于克里普克所谓"使用经验谓词的说谎者"。克里普克指出,正是使用经验谓词的悖论构造表明,我们平时所使用的含有真值概念的语句大都具有这样的"风险性":如果经验事实出乎意料地不利出现,原来认为性质良好地陈述极有可能导致悖论,可用十分简单的例子说明这种风险性。请考虑:

① 参见陈波:《逻辑哲学导论》,第 232 页。

写在101室黑板上的所有语句都是假的。

这个语句显然有完整的意义,一般应能据经验事实判定其真假。但如果经验事实是这句话为写在101室黑板上的唯一语句,则它就成了说谎者语句的翻版。克里普克运用合理思想实验方法,给出了另一个更说明问题的例子。假设琼斯说:

尼克松关于水门事件的多数断言是假的。

从自然语言对一个良好的句子的要求看,该句显然没有什么内在缺陷。一般说来,我们通过对尼克松关于水门事件的断言逐一列举并加以评判,该句真值便可确定。现再假设尼克松说:

琼斯关于水门事件的所有断言都是真的。

这句话显然也是一个意义完整的良好语句。然而,如果事实如此"不利出现":尼克松关于水门事件的断言除上面这句话外恰好对错参半,而已知琼斯关于水门事件的断言只有上面这一句(或者说除上面这句外都是真的),那么就很容易分别为尼克松和琼斯的话建构出矛盾等价式,从而构成卡片悖论的一个带经验谓词的变体。这个变体虽然并不复杂,却构成了所有试图寻找悖论性语句在语形或语义性质方面的"内在"缺陷的解决方案难以化解的"反例"。

请注意,在我们以上举出的语义悖论的例子中,都没有使用"命题"这一术语,而一律仅用"语句"来构造。因而,这些悖论是所有承认语句(陈述句)为真值载体者都必须面对的。如果认为语句只是派生型真值载体,其本原型真值载体是命题,二者之间是表达和被表达的关系,那么我们就会得到说谎者语句的"命题变体":

本语句所表达的命题是假的。

若认为任一命题非真即假，而任一语句(陈述句)都表达命题，则容易为上述语句建构矛盾等价式。然而，若认为有的语句并不表达命题，因而并没有真值，则对上列命题变体并不能直接建构矛盾等价式。实际上，若承认存在无真值陈述句，则上列使用"语句"的变体之矛盾等价式也都是不能直接建构的。这种"真值间隙论"从古至今曾以各种面目出现，并被作为语义悖论的一种解决方案。但是，我们很容易找到说谎者语句的一种强化变体：

本语句不表达一个真命题。

本语句不是真的。

这两个变体之所以称为"强化"变体，是因为在承认关于语句的二值化原则的情况下，它们等价于"本语句"是假的，在非二值情况下则不能建立这种等价关系。比如在存有上述真值间隙的情况下，它们等价于：

本语句或假或不表达命题。

本语句或假或居于真值间隙。

然而，我们仍然可以为这种强化变体建构矛盾等价式：本语句是真的，当且仅当，本语句不是真的(或假或居于真值间隙)。悖论的这种变体通称"强化的说谎者悖论"。

显而易见，强化的说谎者悖论不仅仅可由真值间隙论构造而来，而且可以从多值化语义学构造而来。例如对于三值逻辑，若用 X 表示第三真值，则有强化的说谎者语句：

本语句或假或 X。

由此可推广到任意有穷值乃至无穷值语义学。显然，强化的说谎者语句，是语义悖论的任何多值化解决方案所必须面对的难题。

奎因在 1962 年构造的一个说谎者悖论的变体，是被学界广为引

用的。[①] 现定义“紧随其自身引语之后的符号串”这一语法或语形性质,由此形成的有意义语句或真或假。如以下两个语句即一真一假:

> “是一个句子的一部分”是一个句子的一部分。
> “有六个汉字”有六个汉字。

然而,下面这个语句却是一个可为之建构矛盾等价式的悖论性语句:

> “紧随其自身引语之后的符号串产生谎言”紧随其自身引语之后的符号串产生谎言。

由此建构的悖论又被称为“奎因悖论”。

建构语义悖论的各种变体的价值在于,它们是检验一种语义悖论的解决方案之效力的有力工具。例如,英国学者帕森(T. Parson)曾提出通过区分“否定一个语句”与“肯定它的否定语句”这两种情况(在经典二值逻辑中这二者完全等价)来消解悖论的方案。这使他能坚持一种真值间隙论而又不落入强化的说谎者的陷阱。他否定语句“说谎者是真的”,但避免肯定语句“说谎者不是真的”。[②] 正如美国学者孔斯(R. C. Koons)所说:“虽然这种

---

① 参见 W. V. Quine,“Paradox”, *Scientific American*, Vol. 206(1962). Reprinted in *Ways of Paradox and Other Essays*, Harvard University Press,1966,p.17。[该文中译文全文见江怡译:《悖论的方式》,载涂纪亮、陈波主编:《蒯因著作集》第5卷,中国人民大学出版社2007年版。译本根据的是上列文集中的一个修订版本,主要是把题目改为“Ways of Paradox”。由此文开始,奎因对 Paradox 一词使用了一种泛化的用法,他把本书“导言”所谓“佯悖”称为“falsidicus paradox”(江怡教授直译为“虚假的悖论”,可意译为“似是而非的悖论”),把我们所谓“拟化形式”称为“veridical paradox”(江译直译为“真实的悖论”,可意译为“似非而是的悖论”),而把我们所谓严格意义的逻辑悖论称为“antinomy”(二律背反)。西方也有一些学者使用奎因这种用法,需要读者在阅读英文文献时注意甄别。由于 antinomy 本来是康德哲学的用词,用来作为“哲学悖论”的代表更好,故奎因这种用法并没有流行。运用悖论的语用学概念对奎因的悖论研究的重新审视,可参见付玉成:《蒯因的悖论思想新探》,《广西社会科学》2011年第7期。——修订本注]

② T. Parson,“Assertion,Denial,and the Liar Paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 13(1984).

处理限于(原来的)说谎者的情形时或许很不错,但显而易见,它完全不能阻止说谎者一系列变体的出现。”①

以上我们陈述的语义悖论的所有变体都与“假”和“否定”相关,因而读者或许认为语义悖论的根源一定与“假”和“否定”相关。这也是学界许多学者的看法。但英国学者吉奇(P. T. Geach)于 1955 年为此找到了一个反例,在前提和推导过程中均不使用“假”或“否定”概念的情况下建构出一个悖论。② 请考虑语句:

(*):如果(*)是真的则 q((*)真 $\to q$)

因为(*)肯定自己为真,故它不可能是假的。因为假设(*)是假的,则其前件真后件假,故(*)是真的,矛盾,因而(*)是真的。继而又可由肯定前件式得到 q,而 q 可以是任意语句。在这种直观推断中使用的“假”并不出现于以下精确塑述:

(1)(*)真 $\to$((*)真 $\to q$)	据(T)模式
(2)(*)真 $\to q$	由(1)据命题逻辑吸收律
(3)(*)真	因(2)即(*)已得证
(4)q	(2)(3)分离(肯定前件式)

因 q 可代入任意的 p 和非 p,该推导即意味着“矛盾被证明”,从而可建立任意的矛盾等价式 。

由于(T)模式在吉奇悖论构造中的本质作用,决定其背景知识之所指层面的语义要素之不可取消,因而吉奇悖论是一个语义悖论。但有些文献却把它塑述成了如下纯语形构造:

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, Cambridge University Press, 1992, p.90.

② Cf. P. T. Geach, “On Insolubilia”, *Analysis*, Vol. 15(1955).

(*):(*)→q	
(1)(*)→(*)	同一律 $\phi\to\phi$
(2)(*)→((*)→q)	由(1)定义置换
(3)(*)→q	由(2)据吸收律
(4)(*)	由(3)定义置换
(5)q	(3)(4)分离

有的学者据此认为,(*)型自指句"算得上魔力无边了。排除吉奇悖论是要付出惨重代价的。不禁止自指,就不得不牺牲所用的自明原理之一"[①]。然而,上述语形刻画中的带(*)句都是不合语法的:(*)是一个语句名称而不是一个语句。比如同一律 $\phi\to\phi$ 在此只能用如:(*)是真的→(*)是真的,而不能用如:(*)→(*)。实际上,吉奇悖论的"魔力"并不大于原型说谎者,它只不过是说明把语义悖论根源归结于"否定句自指"不正确罢了。[②]

尽管语义悖论多姿多彩,但如下策略为当代西方学界所公认:首先要攻

---

① 康宏逵:《模态、自指和哥德尔定理》,载《可能世界的逻辑》,上海译文出版社 1993 年版,第 22 页。

② "吉奇悖论"的称呼在学界使用不多,该悖论大多被称为"寇里(Curry)悖论"的一个变体("语义版本"),我认为这是不太公正的。寇里悖论是 H. B. Curry 在 1942 年作为罗素悖论的一个变体而提出的,即把罗素集 R:$\{x:x\notin x\}$ 改造为寇里集 C:$\{x:x\in x\to p\}$,可知 $C\in C\leftrightarrow(C\in C\to p)$,由此运用命题逻辑吸收律等可得 p 。该悖论的特点是其建构过程中并不涉及否定词,从而说明涉及否定并非是建构集合论悖论的必要条件。(Cf. H. B. Curry and J. P. Seldin, *Combinatory Logic*, Vol. 2. North Holland, 1972. ch. 12)该悖论并不本质地涉及语义概念,因而可用解决罗素悖论的方案消除,而吉奇悖论却是一个独立于寇里悖论的语义悖论,其解决须诉诸消解语义悖论的方案。杜国平教授在 2007 年将寇里集 C 又改造为集合 D:$\{x:x\in x\leftrightarrow p\}$,从而有$(D\in D)\leftrightarrow(D\in D\leftrightarrow p)$,据经典命题逻辑法则可得 p,由此可建构集合论"等值悖论"。该悖论建构的价值在于:若用"非A或B"定义"A→B",则还是本质上含有否定词;而"等值"是一个非常直观的概念,并不一定需要由否定来定义,因而可进一步确证否定并非是造成悖论必要条件的结论。(参见杜国平等:《集合论—泛逻辑悖论》,《北京航空航天大学学报》(自然科学版)2009 年第 3 期)进而,通过寇里悖论和吉奇悖论的比较不难见得,我们在这里亦可相应地建构一个作为语义悖论的"等值悖论",即可令语句(#)为:(#)是真的当且仅当 q((#)真$\leftrightarrow q$)。则有:(#)真$\leftrightarrow$((#)真$\leftrightarrow q$)。由此亦可据经典命题逻辑法则推得 q,从而可建构"语义学等值悖论"。这四个悖论(寇里悖论、吉奇悖论、集合论等值悖论、语义学等值悖论)的比较分析,对于理解语义悖论与集合论悖论之间的关系等基本问题,可提供很大助益。——修订本注

克原型说谎者悖论和强化的说谎者悖论，然后向其他语义悖论自然推广。因此，本章后面的讨论均以这两个悖论为重心。

第二节 “经典解悖方案”辨析

一、逻辑悖论研究的“重心转移”

塔尔斯基的语言层次理论被称为关于语义悖论的“经典解悖方案”。对这一方案的正确理解和把握，是把握当代语义悖论研究一系列新进展的前提条件。我们从20世纪逻辑悖论研究基本景象的变化谈起。

由集合论悖论特别是罗素悖论的出现而引发的西方学术史上逻辑悖论研究的第三次高潮（前两次分别出现在古希腊和中世纪），迄今已持续一个世纪。综观其发展历程可以看到，在20世纪30年代初哥德尔不完全性定理和塔尔斯基形式语言真理论发表之后，逻辑悖论研究的“景象”发生了如下重要变化：

在研究内容上，从以集合论语形—悖论或高阶逻辑悖论为研究重心，逐渐过渡到以说谎者悖论为主要代表的语义悖论为研究重心；

在研究者构成上，从以逻辑学家兼数学家为主体，逐渐过渡到以逻辑学家兼哲学家为主体；

相应地，在研究动机上，从数学动机占支配地位，逐渐过渡到哲学动机占支配地位。

显而易见的是，如果说现代逻辑哲学始终以悖论问题作为自己的主要研究对象之一，则其同道已从数学哲学转到语言哲学。笔者曾将这种变化概括为悖论研究的“重心转移”。[1]

之所以形成这种变化，可归于如下原因：首先，可以消解所有已知的集合论悖论的公理化集合论系统特别是ZFC系统和NBG系统已臻于完善，其基本原则已为当代数学家共同体几乎一致地接受，而且在这些系统中并未发现新的悖论。

① 参见张建军：《科学的难题——悖论》，第154页。

其次,更重要的是,哥德尔不完全性定理表明,关于这些系统的相容性证明,即保证这些系统不会产生新的悖论的证明,不可能由该系统本身或其丰富性等于或弱于该系统的工具而得到,任何充分复杂的数学形式系统都不可能得到这样严格意义的相容性证明。

再次,基于上述成果的反思,人们对"数学危机"论的认识有了很大的改观。随着数学哲学研究中经验主义思潮的兴起,人们不再把数学基础中出现的问题视为整个数学体系的"危机",甚至不再认为有什么"基础危机"。人们认识到,基础理论中出现悖论,不过是说明某些基本的数学概念需要变革(就如在当代集合论中已发生的那样),不会对具体数学部门的意义和功用造成影响。换言之,数学的可接受性本身是一个经验事实,其价值不需要基础来保证。[①] 当然,上述情况并不意味着人们对集合论—语形悖论或高阶逻辑悖论的本质及其作用已经有了统一的认识,绝不能由此否认对其继续进行深入研究的重要价值,但许多学者赞同哥德尔的说法:悖论"是很严重的问题,不过不是对于数学而是对于逻辑和认识论的严重问题"[②]。

最后,塔尔斯基语言层次论和形式语言真理理论的提出,使得语义悖论研究的意义和价值进一步凸显出来,语义悖论揭示出一些看上去均十分合理的直觉原则的尖锐冲突,涉及"真理"、"指称"等一系列基本的哲学概念,自然引起哲学界的严重关注。与公理化集合论方案得到数学界较为普遍的认可的情形相反,对语义悖论的各种解决方案的评价,始终存在激烈的争论。究其原因即如首倡情境语义学的美国逻辑学家巴威斯(J. Barwise)所说:"一种悖论的适当分析,必须找出由悖论所暴露的问题的根源,从而能使我们通过改进其所涉及的那些概念,使之归于融贯。但这样做必须使得在

① 应当指出的是,我国香港学者黄展骥先生曾从谬误学角度剖析"数学危机"论,指出由基础理论中出现悖论而断言数学大危机,是犯了推理中的"假值保留"错误;把数学基础比喻成整个数学大厦的"基石",认为基石如果动摇整座大厦就会坍塌,是犯了"不当比喻"错误。这种中肯而机智的分析不仅在思想上与经验主义相通,而且为之提供了一种简明的理论说明。参见张建军、黄展骥:《矛盾与悖论研究》,黄河文化出版社 1992 年版,第 166 页;另可参见王建芳在《数学大危机说质疑》(《人文杂志》2001 年第 4 期)中的评论。

② K. 哥德尔:《什么是康托的连续统问题?》,张尚水译,载《数学哲学译文集》,商务印书馆 1988 年版,第 143 页。

正常情况下事情仍能照常进行,这正是在集合论中已发生的事情……然而就语义悖论而言,这样的局面迄今尚未形成。”①巴威斯的分析角度与我们所谓“RZH 标准”是一致的。公理化集合论方案不仅与日常的数学实践相容,而且为之提供了新的理论基础;而语义悖论的许多解决方案,却可从中得出与人们通常的“语义直觉”相去甚远甚至相悖的结论。这样,逻辑悖论研究的热点就自然而然地集中到了语义悖论上来。可以说,几乎所有当代西方逻辑哲学和语言哲学学者,都曾认真探讨过语义悖论问题。由此,逻辑悖论研究的重心转移,就构成了如下所述语义悖论研究历程的历史背景。

二、经典解悖方案与形式语言

关于塔尔斯基的语言层次论和形式语言真理论是否或在多大程度上受哥德尔不完全性定理的证明启发而来,迄今仍是一个存在争议的问题。塔尔斯基本人承认其有关成果发表前曾看过哥德尔的论文摘要并深受启发,但称自己关于真理定义的结果是完全独立于哥德尔而获得的。对塔尔斯基本人看法的认同在以往学界占主导地位。如美国学者费弗曼(S. Feferman)指出:“哥德尔在塔尔斯基之前并未给出真理定义,很显然,他预言了塔尔斯基建立的,至少在算术中算术真理的不可定义性,但这一点他没有作为结果陈述出来,而塔尔斯基 1933 年独立地陈述了出来。没有可信证据表明,哥德尔考虑了塔尔斯基认为重要的问题,即给出对任何结构的一阶语言中真理概念的定义。”②近年有些学者对此提出了质疑。我国学者刘晓力经历史考证后认为,费弗曼等人的这种观点“显然是在误读历史,并有为塔尔斯基争真理问题研究的优先权之嫌”③。刘晓力指出,塔尔斯基理论中最重要的内容是:(1)在同阶系统(语言)中不能给出系统(语言)自身的真理定义;(2)在高阶系统(语言)中可定义低阶系统(语言)中的真理定义;(3)“真”和“可证”并非同一。这三点恰恰是哥德尔不完全性定理的精髓。而塔

① J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*, Oxford University Press, 1987, p.4.

② 转引自刘晓力:《理性的生命——哥德尔思想研究》,第 80—81 页。

③ 刘晓力:《理性的生命——哥德尔思想研究》,第 81 页。

尔斯基正是在看到哥德尔的证明摘要以后,才增写了其理论中最重要的定理和证明大纲。

刘晓力的这个见解可与王浩的如下说法相呼应:哥德尔在1931年给策墨罗的答辩信中"精确证明了一种形式语言的真理在它自身中不可定义;这个定理大家都说出自塔尔斯基,而塔尔斯基只是1933年才把它作为哥德尔工作的系理证出来。……1930年夏天哥德尔最初注意到的正是这个结果,随后才能引出不完全性的结论"①。

我们引述这段争议并不是出于历史兴趣,而是想由此表明:塔尔斯基的形式语言真理论与哥德尔不完全性定理在本质上是相通的,并且可以相互引申的。这一点对于我们认识经典解悖方案的性质极其重要。

在当代西方悖论研究文献中,经常可以见到塔尔斯基经典解悖方案"并不是语义悖论的一种解决方案"这种似乎自语相违的说法。这主要是因为在主张这种观点的学者看来,语义悖论是一种自然语言现象,而塔尔斯基的结果与哥德尔定理一样,只是相对于由严格的形式语言构成的形式系统而言,因而根本就不成其为解决自然语言中的语义悖论的方案。在评论这种观点之前,我们先来考察一下经典解悖方案的本来面目。

在本书"导论"中,我们已看到了塔尔斯基对说谎者悖论的一种精确塑述。作为这种塑述之起点的(T)模式尽管看上去简单明了,但它的提出并不容易。卡尔纳普(R. Carnap)曾就此写道:

> 当塔尔斯基第一次告诉我,他已经构思出一种真理的定义时,我以为他指的是关于逻辑真理或可证明性的句法(即语形——引者注)定义。当他说他指的是通常意义上的真理,并且也包括那些偶然事实的真理时,我感到十分惊讶。由于我只用句法的元语言来思考问题,所以我奇怪怎么可能陈述"这张桌子是黑色的"这类简单语句的真值条件。塔尔斯基回答说:"这很简单:当且仅当这

① 王浩:《哥德尔》,第129页。

张桌子是黑色的时,‘这张桌子是黑色的’这个语句是真的”。①

由于希尔伯特元数学思想的影响,以语言系统作为研究对象的元语言学在20世纪30年代发展起来。它的研究成果起初主要是语形方面的,卡尔纳普的《语言的逻辑语形》(1934年出版)便是一个代表。在语义理论方面,由于没有找到把语义概念严格化、精密化的有效手段,未能取得大的进展。而塔尔斯基提出的(T)模式,为语义概念的精确定义提供了新的起点,使得过去长期思考此问题的卡尔纳普有豁然开朗之感。他说,塔尔斯基在(T)模式基础上建立的语义学的元语言已经超出了语形学的元语言的界限,它第一次为准确地解释哲学讨论中所使用的许多语义概念提供了手段。也正如戴维森(D. Davidson)所说,(T)模式“所提供的是从关于真理概念的非形式的直觉到明确地陈述问题的转变”②。

塔尔斯基的语义学成果,体现在他的《形式化语言中的真理概念》一文之中。据塔尔斯基本人陈述,该文的思想早在20世纪20年代末即已形成,1931年即已提交华沙科学协会,1933年以波兰文发表。但一直到1935年,在卡尔纳普督促下发表了其德译文之后,该文才产生了广泛的影响。在1944年发表的《真理的语义学概念和语义学的基础》中,塔尔斯基又以非形式化方式阐述了前文的主要内容,并澄清了一些误解。③

对于这里涉及的关键概念需要给予简要的解释。关于“语义学”,塔尔斯基将之定义为“研究语言的表达式和这些表达式所指涉的对象(或事态)之间的某些关系的一门学科”。作为语义概念的典型例子,塔尔斯基举出了“指称”、“满足”、“定义”、“真的”等概念。如“美国国父”这个语词指称乔

---

① 《卡尔纳普思想自述》,陈晓山、涂敏译,上海译文出版社1985年版,第96页。

② D. 戴维森:《为约定T辩护》,载《真理、意义、行动与事件》,牟博译,商务印书馆1993年版,第27页。

③ 在此应强调指出,建立在(T)模式基础上的“真理”的语义学概念与“真理”的认识论概念是不同的,不能混为一谈。基于对这种差异的重要性及国内学界无视这种差异所产生的种种问题的认识,王路教授认为应将truth译为“真”而不再译为“真理”。(参见《走进分析哲学》,三联书店1999年版,第154—158页)笔者认为,在澄清两种不同的“真理”概念的基础上保留“真理”的译法,或可更有利于把握语义学概念的作用。

治·华盛顿;"x是白的"这个语句函数可以由雪、棉花等来满足;"$2\times x=1$"这个等式定义了(即唯一地决定了)1/2这个数。与这三个概念有所不同,"真的"表示语句这种表达式本身的一种性质。但是,这个概念不仅涉及语句本身,而且涉及语句所谈论的对象,或者说涉及语句所描述的"事态"。所以,它也是一个语义概念,而且是逻辑语义学的核心概念。

显然,这些语义概念是古代的人们就已使用,并多方加以研究了的。因此,依照塔尔斯基的定义,语义学就是一门古老的学科。然而,塔尔斯基认为,过去的研究都受损于其不严密、非精确性,这正是由于对这些概念的不同解释而产生纷争的根源所在:

> 从古至今,语义学的概念在哲学家、逻辑学家和语言学家们的讨论中发挥了重要作用。不过,长久以来这些概念一直受到某种程度的怀疑。从历史的角度看,可以认为这种怀疑是完全公正的。因为,尽管语义学的概念在日常语言中被使用时其意义似乎是相当清楚和可理解的,但所有试图以普遍和精确的方式来明确这个意义的努力都失败了。更糟的是,各种包含了这些概念的在其他方面看来十分正确并且以十分显明的前提为基础的论证,常常导致似是而非和自相矛盾。①

引文中最后一句话便是指语义悖论的出现。而塔尔斯基所做的工作,就是以(T)模式为起点,通过对语义悖论的剖析,找到一种明确语义概念的精确方式,在此基础上运用现代逻辑已有成果,建立起严密的语义理论。由于塔尔斯基的工作是现代语义理论研究的开端,塔尔斯基之前的语义理论,被称为传统或素朴语义理论。

这里需要说明的是,无论是(T)模式所要求满足的(T)式(它并不是一个语句,而只是一个语句形式),还是将某个特殊语句代入"p",将该语句的

---

① A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,三联书店1988年版,第251页。

名称代入“x”所得到的任何具体例子(如“‘天在下雪’,当且仅当,天在下雪”,“‘这张桌子是黑色的’,当且仅当,这张桌子是黑色的”等等,塔尔斯基将之统称为“(T)型等价式”),都不是完全的真理定义。每个(T)型等价式,只可以看作真理的部分定义。由于部分定义可以有无穷多个,则一种合理的真理定义从直观上应视为无数个(T)型等价语句的合取。

关于这种探讨与以往的素朴语义学的真理概念的关系,塔尔斯基指出,它实际上是亚里士多德古典真理概念的一种刻画。亚里士多德曾有一段著名的表述:“凡以不是为是、是为不是者这就是假,凡以实为实、以假为假者,这就是真。”①用现代哲学术语表述之即是:“语句之为真在于它与现实相一致(或相对应)”;或用另一种说法:“语句是真的,如果它指称一种存在着的事态”。显然这种定义与人们的日常观念和直觉知识是相吻合的。然而,这些定义都不是足够精确的,都可能导致各种各样的误解,“从形式上的正确性、明确性和排除陈述中出现的歧义现象的角度看,以上表述显然很难令人满意。但是,其直观含义和一般意图看来是相当明白易懂的。语义学定义的任务,就在于使这个意图确切一些”②。

然而,(T)模式的提出本身不但没有解决语义悖论问题,而且对于说谎者型悖论的精确塑述表明,它本身就是导致这种悖论的一个重要前提。也正是这种从最精密的观点看来也无懈可击的塑述,使塔尔斯基可以断言:

> 在我看来,低估说谎者悖论和其他悖论的重要性,把它们当作诡辩或者笑料,从科学进步的角度看来是十分错误和危险的。事实上,我们在这里处于一种荒谬的境地,我们被迫肯定一个假句子(……两个矛盾句的等价式必定是假的)。如果我们认真对待自己的工作,就不能容忍这个事实。我们必须找出它的原因,就是说,必须分析出悖论所依据的前提;然后,在这些前提中我们必须至少抛弃其中一个,而且还必须研究这将给我们的整个探讨带来什么

---

① 亚里士多德:《形而上学》,吴寿彭译,商务印书馆1959年版,第81页。

② A. Tarski, “The Concept of Truth in Formalized Language”, Translated by J. H. Woodger, in *Logic, Semantics, Metamathematics*, Clarendon Press, 1956, p.155.

样的后果。①

实际上,(T)模式的运用已使得说谎者悖论所依据的前提清晰易辨。塔尔斯基指出,表面看来,这个悖论的根源很容易揭穿:为了构造矛盾等价式,我们用一个本身包含真值谓词的语句代入(T)模式中的符号 p,因此所得到的这个矛盾等价式,就不能像"'天在下雪'是一个真语句,当且仅当,天在下雪"那样,作为一个部分真理定义了。但是,问题正在于要给为什么原则上不能进行这样的代入提出合理的根据。

经过全面分析,塔尔斯基认为,依据说谎者悖论所由以导出的前提(见本书"导论"),如果我们承认经典逻辑的基本法则,那么语义悖论的原因就在于他所谓"语义封闭性"(他也称之为"语义普遍性")。塔尔斯基坚决拒绝否定经典逻辑法则的途径,从而"决定不使用任何在给定意义下语义封闭的语言",也就是说,要把"语义封闭"的语言改造成"语义开放"的语言。

塔尔斯基使语言在语义上开放的方法,便是给语言划分层次。他说:"既然我们已经同意不使用语义学上封闭的语言,我们就必须使用两种不同的语言来讨论真理定义问题以及更加广泛地讨论语义学领域内的任何问题。第一种语言是'被谈论的'的语言,是整个讨论的题材;我们所寻求的真理定义是要应用到这种语言的语句上去的。第二种语言则是用来'谈论'第一种语言的语言,我们尤其希望利用它来为第一种语言构造真理定义。"②塔尔斯基借鉴希尔伯特元数学的称谓,把这两种语言分别称为"对象语言"和"元语言"。不过,他的划分不只是二分,"'对象语言'和'元语言'这两个词项只有相对的意义。比如说,倘若我们所想做的不是把真理概念应用于原来的'对象语言'的语句,而是要应用于'元语言'的语句,则后者就自动成为我们讨论的对象语言。而为了给出这个语言的真理定义,我们必须求助于一种新的因而也是更高层次的元语言"。这样,他就把语言分成了如下层

① A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,第 254 页。译文有改动。

② A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,第 257 页。

次系列：

对象语言O，其中没有"真"、"假"等语义概念。

元语言M，它含有关于O的语义学概念，比如谓词"在O上为真"、"在O上为假"等。

元元语言M^1，它含有关于M的语义学概念，比如谓词"在M上为真"、"在M上为假"等。

元元元语言M^2，……

如此等等。

在这个层次系列上，任一给定层面上的语句的真值，总要由下一个层面上的谓词来表达。比如，若"雪是白的"属于O，则"说雪是白的是真话"属于M，"'说雪是白的是真话'是真话"则属于M^1，也就是说，塔尔斯基把人们平时不加区分地使用的真值谓词"真"和"假"，改造成了"在某语言中真"和"在某语言中假"，这样的语言就打破了语义封闭，成为语义上开放的语言。

依据这种语义开放性要求，可以拒斥已知的语义悖论。例如，说谎者语句"本语句是假的"，须改造成"本语句在某语言中是假的"。譬如，"本语句在语言O上是假的"，由于它本身已是语言M的一个语句，它不可能再在O上为真。其精确塑述中的语句L的问题亦同此理。此时，(T)模式应修正为："x在L_n中是真的，当且仅当p(其中L_n代表某一层次的语言)。也就是说，通过严格区分对象语言、元语言、元元语言……且逐层丰富的形式语言层级$\{L_0,L_1,L_2,L_3,\cdots\cdots\}$，可以在语言$L_n$中定义$L_{n-1}$中语句之"真理"概念。作为说谎者悖论的一种解决方案，塔尔斯基实际上就是给真值谓词加上数码下标，使之成为一种在形式语言层级的每一层面都具有不同含义的"有序化歧义谓词"，并把给一个包含"真n""假n"的语句赋以真m、假m的任何尝试($n \geqslant m$)都视为不合法。这样就可以有效地阻止任何说谎者型悖论在形式语言中产生。

其他语义悖论中所包含的语义概念，如"描述"、"对……成立"、"可定义"等，也都是歧义谓词，只能由高一层次的谓词断言低一层次的对象，使得

悖论无从构造出来。仿照(T)模式,我们可以把这些悖论中所含的语义概念的直观用法给予精确的刻画。比如可以把能够满足语句函数式“x 对所有 y 的东西而非别的任何东西成立”(y 为形容词变项,x 是 y 的名称)的所有语句(例如,使用引号名称,“‘中文的’对所有中文的东西而非别的东西成立”)作为格里灵悖论中的“对……成立”的部分定义。若设符号 D 是形容词“对 D 不成立”的缩写,很容易推得一矛盾等价式。而根据语言层次论,“对……成立”的部分定义的形式应改为“x 在 L_n 中对于所有 y 的东西而非别的任何东西成立”,这样格里灵悖论就无法构成了。

哈克说,塔尔斯基的方案之所以赢得众多的赞赏,正是由于他的真理论的魅力。实际上,为“真理”下精确定义,是塔尔斯基致力于语义学研究,从而提出解决语义悖论的方案的最初动因。与罗素和策墨罗等人解决集合论—语形悖论的方案一样,塔尔斯基的出发点也不单纯是考虑如何排除悖论,而是要研究如何在排除悖论的同时,保留传统语义学中一切有价值的东西。在这方面,他的追求与 RZH 标准是一致的。

经过对说谎者悖论之构成要素的反复研究,塔尔斯基认识到,一个令人满意的真理的定义,需满足如下两个条件:

(1)这种定义应是实质上充分的(material adequate),就是说,应当符合人们关于真理观念的直觉。任一定义只有蕴涵所有满足(T)模式的(T)型等价式,才能做到这一点。(T)模式中的符号 p 代表对象语言中的任一语句。

(2)这种定义应是形式上正确的(formal correct),也就是说,要遵循语义开放性的要求以避免导致悖论。

依据这两个条件,塔尔斯基得出了如下结果:元语言比对象语言丰富,即包含更高逻辑类型的变项(就是说,“元语言除了包含对象语言的诸指号和诸表达式之外,还将包含表示这些指号与表达式的各个名称……以及包含表示这些名称和一般的逻辑表达式之间的关系的名称”①),是能够在元语言中构造出关于对象语言真理概念的令人满意的定义的基本条件。该结

① A. 沙夫:《语义学引论》,罗兰、周易译,商务印书馆 1979 年版,第 47—48 页。

果可以从以下正反两方面展开：

第一，如果元语言比对象语言丰富，且对象语言与元语言的区分是清晰的，则给出这种令人满意的定义是可能的。在这种情况下，我们可以首先利用递归方法定义"满足"的概念(先指明那些满足最简单的语句函数的对象，然后指明对象满足复合函数的条件)，而后再用"满足"和对象序列概念将"真理"定义为："能为所有对象序列满足的语句是真的。"循此思路，塔尔斯基为类演算的形式语言成功地构造了满意的真理定义，并指出："对于类演算语言的研究所用的结构方法，不需做什么重要改变，就可用于许多其他语言，甚至用于那些有着极为复杂的逻辑结构的语言。"①

第二，如果元语言与对象语言同样丰富或贫乏于后者，即使对象语言与元语言的区分是清晰明确的，构造出令人满意的真理定义也是不可能的。塔尔斯基证明，在这种情况下，仍然可以用映射的方法在对象语言中构造出悖论。

因而，更严格地说，上面所给出的语言层次系列，只有当由上到下一层比一层丰富的时候，才是避免语义悖论的一种有效方案。

上述成果涉及关于真理的认识这个根本的哲学问题，产生了极其广泛的影响。塔尔斯基构造的真理定义第一次精确地刻画了真理概念的语义特性，由此可唯一地决定被定义语言中真语句的外延。其直接的成果是现代科学语义学的确立，因为其他的一般性语义概念，均可按照关于真理定义的思路来进行研究。可以证明，经过精确分析，这些概念对于在语义上完全封闭的语言使用时，都必然导致悖论。因此，对象语言和元语言的区分都是必不可少的。而元语言比对象语言丰富，也是它们获得满意定义的必要条件。这就把"真理"论的结果，推广到了一般语义学理论。正如波兰学者沙夫(A. Schaff)所说："只有当塔尔斯基证明了人们可能把真理这个概念引入演绎理论中而不会陷入矛盾的时候，严格意义的语义学才开始它的真正的发展。"②

---

① A. Tarski, "The Concept of Truth in Formalized Language", in *Logic*, *Semantics*, *Metamathematics*, p.209.

② A. 沙夫：《语义学引论》，第49页。

以上我们对塔尔斯基经典方案的阐释尽管是非形式的,但已可清楚地表明,塔尔斯基的确认为语义悖论只有在一种严格的形式语言中才是可以避免的。为了保证真理定义在形式上正确,必须把对象语言和元语言都形式化。因为,只有在形式化语言中,才能保证其中每个表达式的意义,由其形式就可被唯一地确定,从而能真正严格地区分对象语言和元语言,也才能真正严格地确认元语言是否比对象语言丰富。沙夫所谓“严格意义的语义学”,实际上就是形式语言的语义学。这种严格语义学表明了在形式语言中摆脱语义悖论的道路和在形式系统中定义真理概念的途径。这正是塔尔斯基经典解悖方案最重要的价值之所在。

明确经典解悖方案构成形式系统语义学(经典模型论)的基本原理,有助于澄清对其功能的一些模糊认识。自经典解悖方案提出以来,始终有一些学者认为,该方案是罗素的恶性循环原则的一种新的体现,它的功能在于像分支类型论那样禁止自我指涉。然而正如我们已经看到,经典解悖方案与基于由自指定理所决定的自指构造的哥德尔不完全性定理本质相通,塔尔斯基不可能认为自指语句无意义。经典解悖方案所禁止的是“语义封闭”而绝非一般意义上的自指。[①] 克里普克在1975年推出其《真理论论纲》时,曾对此给予如下特别说明:

> 很多人认为,“语言层级”或塔尔斯基型方案好像禁止人们去构造某种自我指涉语言或包含其自身真值谓词的语言。我看并没有这样的禁令,而只有一些关于在普通的经典量化理论框架内什么可以做什么不可以做的定理。哥德尔曾表明经典语言能谈论其自身的语形;而使用有限制的真理定义和其他装置,这样一种语言也可以大谈其自身的语义。而塔尔斯基证明:一种经典语言不能

---

① 塔尔斯基的结果与哥德尔定理之间的形式关联,参见张家龙:《数理逻辑发展史——从莱布尼茨到哥德尔》,第390—392页。关于罗素方案与塔尔斯基方案之间的关联,参见A. Church,“Comparison of Russell's Resolution of the Semantical Antinomies with that of Tarski”, *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 41(1976). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, pp.289—306。

> 够含有它自身的真值谓词，而一种高阶语言可以为一种较低阶的语言定义真值谓词。这些结果都不是从关于自我指涉的先验限制而得来，而是从对一种经典语言的限制导出的。[①]

克里普克所谓“经典量化理论”，也就是哥德尔不完全性定理和塔尔斯基经典解悖方案所共同面对的，奠基于一阶逻辑系统之上的形式系统。哥德尔本人在引用塔尔斯基文章时亦曾指明，这种语言层次论所体现的并不是真正贯彻了恶性循环原则从而拒斥一般自指的分支类型论的精神，而与否定了恶性循环原则（而仅保留类型混淆原则）的简单类型论精神相通。[②]

克里普克之所以对经典方案与自指的关系问题给予特别强调，乃是因为当时西方学界尤其是哲学界对此存在着非常普遍的误视和错解。人们不了解塔尔斯基的结果和哥德尔不完全性定理的密切关联，而误以为经典方案中存在自指的一般禁令。因而如克里普克所说，当时人们对经典方案的批评所针对的往往是经典方案的某种“扭曲变体”（stranmannish version），而不是经典方案本身。甚至后来成为美国著名悖论研究专家的马丁（R. L. Martin）也犯过这样的错误。马丁在 20 世纪 60 年代末即致力于用真值间隙论来解决语义悖论，但他是从“修正”经典方案对自指的禁令出发的：“马丁归于‘语言层次论’的各种对自指的限制，即使就经典（形式）语言来说，也早已被哥德尔的工作所否定。……几乎所有马丁提到的自指的情形都能用经典的哥德尔型方法实现，而无须诉之于部分定义谓词或真值间隙。”[③]

我国学界近年探讨语义悖论的现状颇类似西方学界当时的状况，因而有必要对此予以着重澄清。

本书第二章在阐述哥德尔不完全性定理的证明过程时，曾给出了哥德尔自指定理 $\psi \leftrightarrow \phi(\ulcorner \psi \urcorner)$ 的严格证明。正是该定理决定了自指在经典形

---

① S. Kripke，“Outline of a Theory of Truth”，*Journal of Philosophy*，Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin，ed.，*Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*，p.58.

② 参见 K. 哥德尔：《罗素的数理逻辑》，载《数理哲学译文集》，第 184—185 页。

③ S. Kripke，“Outline of a Theory of Truth”，*Journal of Philosophy*，Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin，ed.，*Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*，p.62.

式语言中的不可避免性;同时,它也是连结哥德尔与塔尔斯基结果的枢纽性定理。该定理告诉我们,对经典形式语言中的任一公式 $Q(x)$(x 为唯一自由变元),都一定存在一个语形谓词 $P(x)$,使得公式($\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))$)是满足 $P(x)$的唯一对象。这也就意味着,($\forall x(P(x)\rightarrow Q(x))$)“谈论自身”。由此可见,只要我们承认初等数论的形式系统,那么自指就不可能一般地禁止。正是基于这种认识使克里普克敢于断言:自指语句的合法性无可置疑,就如同算术本身的合法性那样毋庸争辩。

由哥德尔自指定理理解说谎者悖论的逻辑构造,可以使我们对问题有更为清晰的认识。由克里普克所谓“说谎者的哥德尔形式”,我们得到:

$$(\forall x)(P(x)\rightarrow\neg T(x))$$

其中,$P(x)$是任一语形谓词,$\neg T(x)$表示“x 不真”,而整个公式为其本身的哥德尔数唯一满足。其实,塔尔斯基对说谎者的精确塑述,无非是这种“哥德尔形式”的一种特殊表现。说谎者悖论的导出表明了在经典语言中“什么不可以做”:真理在一种经典语言自身不可定义,其定义必须诉诸高阶语言。而假如有对自指的“先验限制”,认为自指句都是无意义的,那么这种重要结果就不可能严格得到,哥德尔和塔尔斯基对“真”与“可证”的关键区分也就失去了作用。

三、经典解悖方案与自然语言

我们确认塔尔斯基的“语言层次论”和“语言真理论”中的“语言”都是指经典“形式语言”。这是否意味着经典解悖方案根本不成其为自然语言中的语义悖论的解悖方案呢?塔尔斯基本人在《形式语言中的真理概念》这篇经典论文中有如下论述:

> 真理概念(以及其他语义概念)连同正规逻辑规律应用到日常语言时,必定导致混乱与矛盾。谁要不顾一切困难,而借助精确方法寻求日常语言语义学,就必须首先被迫承担对这种语言进行改

> 革这一注定徒劳的任务。他会发现,必须先定义它的结构,克服其中出现的语词歧义,最后还得把它分成一系列范围愈益增大的语言,其中每一个语言与下一个语言的关系如同形式化语言与它的元语言之间的关系。①

塔尔斯基之所以认为对日常自然语言的这种改革必定是"徒劳"的,乃因为他清醒地认识到,把任何一种自然语言从总体上改造为类形式语言层次系列,是根本不可能的;充其量只能把自然语言中的某些"片断"构造成这样的语言。因而,某些学者所称塔尔斯基基于对其不可避免的语言封闭性的认识而对自然语言做了"死刑判决"的说法是有根据的。不过,塔尔斯基在《真理的语义学概念和语义学的基础》一文中的说法有所变化:

> 我们的日常语言当然不是一种具有精确规定结构的语言。我们并不精确地知道哪些表达式是语句,至于哪些语句是可肯定的就知道的更少了。因而对于这种问题,相容性问题并没有什么精确的意义。最多我们只能冒险猜测说,一种具有精确规定结构并且与我们的日常语言尽可能相似的语言大概会是不相容的。②

这实际上已从"自然语言必定不相容"的立场后退了很多。塔尔斯基在此处只是强调了在科学论述中"用具有明确规定结构的语言代替日常语言"的期望的合理性,并说明尽管只有在形式语言中真理才能获得精确的定义,但应当使得形式语言与自然语言的差距"尽量地小"。这显然是一种在维护相容性的前提下,使语言的形式理论尽可能地"逼近"自然语言实际用法思想的表露。塔尔斯基还有一个与此相关并颇具启发价值的观点:关于形式语言的"理论语义学"与关于自然语言的"描述语义学"的关系,"类似于纯数学和应用数学之间的关系,或者理论物理学与实验物理学之间的关系。语

---

① A. Tarski, "The Concept of Truth in Formalized Language", in *Logic, Semantics, Metamathematics*, p.267.

② A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,第 256 页。

义学中的形式化语言的作用可以粗略地类比为物理学中孤立体系的作用"[①]。因此,断言塔尔斯基在"死刑判决"之后不再关心自然语言的说法也是不正确的。

显而易见,在塔尔斯基本人看来,他的经典解悖方案不仅是一种说明在形式语言语义学中如何避免语义悖论的方案,也是解决自然语言中语义悖论问题的出路所在,因而也是为后者提供的一种解决方案。我认为,因塔尔斯基经典方案对自然语言的"死刑判决"或"准死刑判决"而否认其作为一种自然语言悖论之解悖方案的"资格",是不正确的;因其对经典形式语言的适用性而推出对自然语言的非适用性更是不合逻辑的。一种当代解悖方案的重要任务,就是要建构一种尽可能合理地刻画自然语言现象,并能给出非特设性哲学说明的形式理论。经典解悖方案的问题不在于它不关心自然语言,而在于它对自然语言的"死刑判决"或"准死刑判决"具有高度的特设性,依据 RZH 标准,其作为自然语言语义悖论的解悖方案,具有高度的非合理性。

无可否认,塔尔斯基本人的"经典方案"并不是诉诸医治自然语言中出现的悖论疾患(在他看来这是不可救药的),而只是力求使用经过消毒的形式语言(塔尔斯基认为这是任何一门科学最终都要采用的语言),使之免受自然语言疾病的传染。这个方案的提出,理所当然地得到以卡尔纳普为代表的人工语言哲学学派的欢迎和支持。然而,随着日常语言学派的兴起,其作为解决自然语言悖论的合理性自然受到越来越多的质疑。许多学者指出,真理概念在自然语言中的可表达性,是一个不容否认的经验事实。关于这一点的直觉力量,绝不弱于塔尔斯基(T)模式所依据的直觉。问题在于如何疗救说谎者悖论这样的语义疾患。人们最先想到的药方是对塔尔斯基方案的某种改造:在承认自然语言可以相容地表达真理概念的前提下,保留对语言的分层要求,即自然语言中也应有一个真值谓词的层级,每一个真值谓词都要应用到比它所属层面为低的层面上。说谎者型语句之遭拒斥,并不是因为自然语言中没有相容的真理概念,而只是这种分层的推论。显然,

---

① A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,第 279 页。

这是一种试图运用人工语言成果改造自然语言的方案。尽管后来戴维森“真值条件意义理论”的提出和试图填平人工语言与自然语言鸿沟的蒙塔古语法的出现，使这种“改造论”受到鼓舞，但许多学者认为，“真”在自然语言中本是单义的，通过分层把真值概念分裂成无穷多的谓词常项，与人们的日常思维相去甚远，是严重违反直觉的；而且这种层级建构除了避免悖论之外，给不出其他令人信服的理由，具有强烈的特设性。坚持“改造论”的学者则以人类认识史为根据，说明反直觉绝非拒斥一种理论的决定性理由。直到 1975 年上述克里普克的《真理论论纲》发表之后，人们对能否用塔尔斯基型层级分析自然语言中的悖论，才逐渐有了较为统一的认识。

克里普克指出，把塔尔斯基型语言分层理论运用于自然语言不只是违反一些重要直觉，而且在许多情况下，自然语言中的真值谓词根本无法被指派到确定的层面。前面我们已看到克里普克所举出的由于“经验事实的不利出现”而导致悖论，从而说明悖论并不源于悖论性语句的内在缺陷的例子，现将例子稍加改造如下，假设迪安说：

尼克松关于水门事件的所有断言都是假的。

根据“改造论”，这句话应被指派到在假设的层级之中高于尼克松关于水门事件的言论所属的最高层面的另一个层面。然而，不仅我们通常并没有确定尼克松关于水门事件的言论之层面的方法，而且如果出现不利的情况，相容地确定其层面实际上是不可能的。假如尼克松关于水门事件的言论中恰有：

迪安关于水门事件的所有断言都是真的。

则不仅造成二者之层面的相互“高于”，而且亦可由此建立与说谎者类似的矛盾等价式。而如果孤立地考察这两个语句，我们在直觉上会认为完全可以分别赋予它们无歧义真值。克里普克的这个发现构成了对改造论的致命打击。因为，上述情况是设定语言具有预先固定内在层面的塔尔斯基型分

层理论所难以处理的。克里普克形容道:“不可能存在这样的语形或语义‘筛子’去筛除‘坏’情形而保留‘好’情形。”①

由此可见,前述“改造论”的失误之处,就在于试图让自然语言削足适履地去适应一种经典的人工语言。在这种语言中,所有谓词都必须在变项的值域上完全定义。而这正是塔尔斯基的语言层次论不适于分析自然语言的原因所在。克里普克表明,这条路是注定走不通的,要解决自然语言中的语义悖论问题,就必须把研究思路倒转过来,回到自然语言中去,考察“本真态上的即先于哲学家的语义学反思的自然语言”,为“先于我们对有关真理概念的生成过程所进行的反思,并在非哲学家说话者的日常生活中延续着的那个阶段上的自然语言”建立一种相容的语义学理论。可以说,克里普克在此已明确地提出了“回归自然语言的研究路线”,并为此作出了十分有力的论证。正是这条研究路线,开创了语义悖论研究的崭新局面。

第三节 从“语境迟钝方案”到“语境敏感方案”

一、“语境迟钝方案”的成就与困境

“语境迟钝方案”与“语境敏感方案”,是当代西方学界关于语义悖论解决方案两大系列的称谓。我们先来考察语境迟钝方案的几个主要代表,然后再说明这种称谓的含义。

美国学者克莱默(M. Kremer)形容道:“自从1975年克里普克《真理论论纲》一文发表以来,我们看到关于说谎者悖论的工作如潮水般涌现出来。”②的确,正是克里普克的这篇著名文章,把悖论研究推进到了一个新的阶段,并促成了20世纪西方学界逻辑悖论研究的第二次“高潮中的高潮”的出现。克里普克的贡献不只在于前述对以往解悖方案的批判,而且在于他遵循回归自然语言的研究路线作出了建设性的工作,提出了一种以“有根基

① S. Kripke, “Outline of a Theory of Truth”, *Journal of Philosophy*, Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.55.

② M. Kremer, “Paradox and Reference”, in J. M. Dunn and A. Gupta, eds., *Truth or Consequences*, Kluver Academic Pub., 1990.

性”概念为核心的新颖方案。

克里普克在对以往方案的批判分析的过程中认识到，要想既能体现出自然语言真值谓词明显的单义性，又能解决塔尔斯基理论面临的难题，就应当改变“经典的方法”，不要求所有谓词都完全地定义。可以允许真值的“间隙”(gap)存在，即允许有的合式语句既不是真的，也不是假的。这样就可以采用一种比较合乎直觉的方案，只需要单一的而不是有歧义的真值谓词，使之也适用于含有该谓词本身的语句。而语义悖论可以通过宣布悖论性语句恰好陷入真值间隙而予以避免。这样既符合我们关于自然语言语义封闭性的直觉，同时又能维持相容性。

真值间隙的思想并不是克里普克提出的，在他之前已有不少人对此进行了探索。以 RZH 标准衡量，克里普克的贡献在于：从形式技术上说，他建立了一种能贯彻这一思想的形式语言，这种语言足以谈论其本身的基本语形，而且含有自己的真值谓词；在哲学说明方面，他把这种真值间隙理论建基于“根基”理论之上，以克服仅为躲避悖论所使然的特设性。

在本书“导论”开篇，我们即已引用了克里普克对伊壁门尼德说谎者问题的描述，他正是就说谎者型悖论展开讨论的。他认为，以往一些解决语义悖论的方案，尽管在形式技术上可以排除悖论，但在哲学说明上却困难重重，从而不能令人满意。因此，研究悖论的正确途径应当是：首先要找到关于悖论根源的一种令人满意的哲学说明，然后在此基础上再建立形式理论。克里普克以为自己已找到这种令人满意的说明。其基本观点是：说谎者型语句并不如罗素的分支类型论以及其他许多误用塔尔斯基语言层次论的方案所说的那样没有意义，而是有意义但没有“根基”的。

“根基”的概念也并非克里普克首创。如前已述，米里曼诺夫在 1917 年提出集合论“有根基性悖论”，引出了基础公理；1970 年，加拿大哲学家赫兹博格根据其语形和语义相统一的思想，提出了语义学上类似的悖论。[①] 克里普克此概念即采自赫兹博格。克里普克的突破之处，在于他不局限于语

① Cf. H. Herzberger, “Paradoxes of Grounding in Semantics”, in *the Journal of Philosophy*, Vol. 67(1970). 关于“有根基性”概念史实的澄清，参见本书第二章的修订本注。

形—语义的分析,而从语用学的角度,即从认知主体对概念的使用的角度,在哲学说明方面重新阐释了"根基"概念;同时,克里普克的工作也第一次给出了语义"根基"这个直觉概念的严格定义。

在日常语言使用中,人们是如何给一个语句赋予真值的呢?克里普克说,假如某个人试图向一个不懂得"真的"这个词的人解释它,可以运用这样的原则:一个人可以断定一个语句是真的,恰当他可以肯定那个语句之时;而一个人可以断定一个语句是假的,恰当他可以否定那个语句之时。比如某人可以肯定语句:

雪是白的。

则上述原则允许他断定:

"雪是白的"是真的。
"雪不是白的"是假的。

可把这种用法扩大到那些已包含"真的""假的"的语句,比如此人也可以断定:

"'雪是白的'是真的"是真的。
"'雪不是白的'是假的"是真的。
"'雪不是白的'是真的"是假的。

在克里普克看来,真值概念的外延,便是通过这样的赋值过程而逐步得到确立的。将上述过程颠倒过来考虑,就可以直观地明了"根基"的概念:本身含有真值谓词的语句,其真值必须通过考察赋值过程中某个在先的语句来确定,如果后者仍含有真值谓词,则就得通过考察它的某个在先语句来确定。如果这种考察最后终止于不含有真值谓词的语句,而人们又可以肯定或否定这种语句,使得能够确定原语句的真值,则原语句就叫作"有根基"

的，否则就叫作“无根基”的。在上面所举的例子中，由于“雪是白的”和“雪不是白的”都不含真值谓词，而它们又是人们能够肯定或否定的，因此，其后赋值过程中的语句都是有根基的。不难见得，在这样的赋值过程中所使用的真值谓词是单义的，而不是像分层语言论所规定的那样在每个层面上都有不同含义的歧义谓词。

一个语句是有根基的语句，它才是有真假可言的；一个无根基的语句，即使它所表达的意思是很清楚的，也是不具有真值的。其道理也可作如下直观理解：要理解一个语句是真的意味着什么，必须先理解这个语句的意义。例如，令 p 是语句“雪是白的”。我们要理解什么叫 p 的真假，总得事先理解 p 中的每个词的意义，理解 p 所断定的究竟是什么。我们是知道 p 中每个词的意义的，并且还可以肯定它，因此，我们应知道 p 是真的。但是，倘若不是我们事先知道并可以肯定雪是白的，我们是不可能知道 p 为真的 。因此，任何一个包含了真值谓词的语句，都应有一个可为人们理解并能给予肯定或否定的不含真值谓词的语句为基础，否则，便是没有真假可言的。

显而易见，依照“根基”概念的含义，说谎者语句“本语句是假的”便是没有根基的。该语句中包含了真值谓词“假的”，而这个谓词又是指称自身的，无法通过另一个不含真值谓词的语句而确定其真值。

请注意并非所有自我指称的语句都是无根基的。“本语句有六个汉字”便是一有根基的语句，它本身不含真值谓词，是我们能够否定并给予“假”值的。同时，也并非所有无根基的语句都是自我指称的。卡片悖论中正反面两个互相指称的语句都是无根基的。砝码悖论中的无根基语句也大多不是自指的。

一般来说，所有含有真值谓词的悖论性语句都是无根基的。但是，并非所有无根基语句都是悖论性的。语句“本语句是真的”并不导致任何悖论，但它也是无根基的，因为我们也无法找到另一不含真值谓词的语句来确定它的真值。克里普克在批评经典解悖方案时给出的那些本身虽无问题但由于经验事实不利出现而导致悖论的语句，也都是不可能在赋值过程中找到根基的。所有无根基语句都陷于真值间隙，都无真假可言。悖论性语句作为无根基语句的一种特殊情况，既不为真亦不为假，从而使得语义悖论无从

产生。

在上述思想指导下，克里普克为他的方案给出了一种严格的形式理论，这是他的方案之所以产生重大影响的另一个重要因素。他认为，如若不然，就没有资格与塔尔斯基的经典方案相提并论。克里普克的形式刻画实际上是真值谓词在一种动态层级上的归纳构造，他从一个经过解释的可表达其自身语法的经典一阶语言出发，再加上一个单一的一元谓词"T"，构成一个形式语言 L；其中，"T"只是部分定义的，它将在最后被解释为 L 中的一个真值谓词。他表明，可以通过把 L 划分为不同的"阶段" 逐步做到这一点。这种阶段便是前述直观的赋值过程的一种刻画。一开始是阶段 L_0 其中 T 被解释为完全没有定义的。L_0 中所有形如 $T(x)$(x 值域中有些是 L 中的语句) 的语句都是无定义的；L_0 中的复合语句的真值则是根据克林的强三值赋值规程来确定：

> 如果 p 是假的(真的)，则 $\neg p$ 就是真的(假的)；如果 p 是不定义的(无真假可言)，则 $\neg p$ 也是不定义的；如果至少一个析取支是真的(不管另一个是真的、假的还是不定义的)，则该析取句是真的，如果析取支都是假的，则析取句是假的，在其他情况下，析取句便是不定义的；其他真值函数可用通常方式由否定和析取定义而来。…… 如果 $A(x)$ 在个体域 D 中对于 x 的每一指派来说都是假的，则 $(\exists x)A(x)$是假的，在其余情况下，$(\exists x)A(x)$便是不定义的。$(\forall x)A(x)$可定义为$\neg(\exists x)\neg A(x)$。①

其他阶段的语言也是如此。这样不用知道 T 是什么就能确定所有不含 T 的语句的真假。然后可以把 T 的解释扩大，规定 $T(x)$对于 L_0 中的真语句成立，对于 L_0 中的假语句或不是 L_0 中的语句的元素不成立。于是我们就前进到了阶段 L_1。继而我们可以用 T 的新解释确定更多的语句的

① S. Kripke, "Outline of a Theory of Truth", *Journal of Philosophy*, Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.64.

真假,并上升到阶段 L_2。依此类推,使得在一定时期内 T 的外延不断扩大。但这种过程并非没有止境,必然存在某些定点(fixed point),即其中 T 的解释不能再扩大的那种阶段。而与有无根基相关的是所谓"最小定点":任何定点中 T 的解释都扩大了它的 T 的解释的那种定点。换言之,如果一个语句在最小定点被确定为真或假,那么它就在任何定点中具有同样的真值。如果 L 中的一个语句在最小定点上获得确定的真值,则称它是有根基的,否则便是无根基的。克里普克证明,前述包含真值谓词的悖论性语句以及"本语句为真"之类语句在 L 中的形式表达式,都是在这样的意义下无根基的。

克里普克给出的形式理论是能够经得起严格的技术推敲的,完全可以和塔尔斯基经典理论的严格性相媲美。其效应如巴威斯所说,由于克里普克这项工作揭示了描述一种成功的含有自身语义学语言的可能性,"使人们认识到日常语言中的说谎者并不是根本不可驯服的,由此又激起了人们对这个老问题的浓厚兴趣"。① 因此我们有必要就克里普克形式理论的基本构架做如下讨论。②

设 L 是一种经典一阶(带等词)形式语言,含有通常的个体常元、变元、谓词、联结词和量词;并设 L 足够丰富,以至于它的语形结构(经过哥德尔式算术化)能在 L 中得以表达,从而对于 L 的每个公式 ψ 都有一个单称词项 $\ulcorner\psi\urcorner$ 作为它的名称。显然,在塔尔斯基经典语义学下,若在该语言中引入真理谓词,必导致说谎者悖论。克里普克语义学则采取如下阶段策略:设 L 变项的取值范围为非空个体(语句)域 D。初始阶段 L_0 上的 n 元谓词由 D 上完全定义的 n 元关系来解释,且在以下所有阶段保持不变。但初始阶段并没有谓词 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$。接下来通过增加一个只需部分定义的一元谓词 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$,进展到阶段 L_1。$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的解释由"部分集合"$\langle S_1,S_2\rangle$ 给出,其中 S_1、S_2 分别是 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的外延和反外延,而 $S_1\cup S_2$ 之外对象对

① J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*, p.7.

② 没有形式兴趣的读者,可跳过下面的形式叙述,不影响阅读的连续性。

$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 是未定义的。

令 $V_1(S_1,S_2)$ 是 L_1 的这样的解释:它由序对 $\langle S_1,S_2\rangle$ 而获得,而其他谓词的解释仍如 L_0。令 S'_1 是 $V_1(S_1,S_2)$ 的真语句集,S'_2 是 D 中假语句集或未定义语句集的并集,且 S'_1 和 S'_2 由 $\langle S_1,S_2\rangle$ 的选择唯一确定。克里普克指出,假如 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 解释为包含其自身在内的语言 L 的真值谓词,则我们在以后的某个阶段上必有 $S_1=S'_1,S_2=S'_2$。满足该条件的序对 $\langle S_1,S_2\rangle$ 即称为定点。

对于 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的一个给定解释 $\langle S_1,S_2\rangle$,令 $\langle S_1,S_2\rangle=\langle S'_1,S'_2\rangle$,$\phi$ 是定义在 D 的不相交子集的所有序对 $\langle S_1,S_2\rangle$ 上的一元函数。则定点也就是这样一些序对 $\langle S_1,S_2\rangle$,它们使得 $\phi(\langle S_1,S_2\rangle)=\langle S_1,S_2\rangle$。

克里普克给出了关于定点之存在性的形式证明。令 $\langle S^+_1,S^+_2\rangle$ 扩充 $\langle S_1,S_2\rangle$(记为 $\langle S^+_1,S^+_2\rangle\geqslant\langle S_1,S_2\rangle$),当且仅当,$S_2\subseteq S^+_2$。显然,依据克林强三值赋值过程,$\phi$ 是对 $\leqslant$ 的单调(保序)运算:若 $\langle S^+_1,S^+_2\rangle\leqslant\langle S_1,S_2\rangle$,则 $\phi(\langle S^+_1,S^+_2\rangle)\leqslant\phi(\langle S_1,S_2\rangle)$。

由 ϕ 的单调性可以推断,对于任一序数 α,$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 在 $L_{\alpha+1}$ 中的解释都扩充了其在 L_α 中的解释。对于 $\alpha=0$ 这是明显的,因为在 L_0 中,$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 对于所有 ψ 都未加定义,$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的任何解释都自动地扩充它;而如果 $T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 在 $L_{\beta+1}$ 中的解释扩充了它在 L_β 中的解释,那么任何在 L_β 中为真或为假的公式在 $L_{\beta+1}$ 中仍保持其原来真值。由归纳证明,对所有有穷 $\alpha T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 在 $L_{\alpha+1}$ 中的解释,总是扩充其在 L_α 中的解释,其外延和反外延均随 α 的增长而增长。于是,由集合论的"穷竭"方法,我们可以定义第一个"超限阶段",称之为 L_ω,并定义 $L_\omega=\langle S_{1,\omega},S_{2,\omega}\rangle$,这里 $S_{1,\omega}$ 是有穷 α 的所有 $S_{1,\alpha}$ 的并集,$S_{2,\omega}$ 则是对有穷 α 的所有 $S_{2,\alpha}$ 的并集。由此我们可继续定义"$L_{\omega+1},L_{\omega+2},L_{\omega+3}$……"等等。进而可继续使用穷竭方法得到新的并集。从而就超限层次论,$T(\ulcorner\psi\urcorner)$ 的外延和反外延亦随 α 的增长而增长。①

① 请参见本书第二章关于超限序数的有关内容。显然,必须使用消除了已知悖论的新型集合论,上述理论才成其为一个合理的形式理论。

这里的“增长”并不一定是“严格增长”，$\subseteq$关系是允许相等性的。那么是否存在阶段δ，在那里$S_{1,\delta}=S_{1,\delta+1}$且$S_{2,\delta}=S_{2,\delta+1}$，使得下面的层次没有“新的”公式再被赋予真值呢？克里普克表明，答案是肯定的，在现代集合论中我们可以给出严格证明。必有一个序数δ使得上面两个等式成立，从而使$\langle S_{1,\delta},S_{\alpha,\delta}\rangle$构成一个定点，而且还可证明它是“最小定点”：任何定点都将扩充它。（克里普克所利用的是序数上的正规函数定点及最小定点定理。所谓正规函数就是单调、递增且连续的函数。）换言之，如果一个公式ψ在L_α阶段取值为真或假，那么在任何定点上它都保持同样真值。

利用严格的“定点”概念，克里普克不仅严格地区分开了有根基语句和无根基语句，而且也严格地区分开了既无根基又导致悖论的语句和虽无根基但并不导致悖论的语句。其区分标准是：如果一个语句在最小定点处获得真值，则是有根基的；如果一个语句在任何定点都没有真值，则是悖论性的；如果一个语句在最小定点处没有真值，但在其他定点获得真值，则它是无根基的但非悖论性的。从而使三者在直觉上明显合理的区分得到了严格的形式刻画。

克里普克的形式方案与塔尔斯基经典方案相比的确有明显的优越性：它说明包含初等数论的形式系统在内的任何形式语言都能相容地扩展到一个带有自己的单一真值谓词的语言，而且利用现代集合论技术，真理及其相关概念亦可得到严格的形式定义。更为重要的是，经典方案一旦涉及超限层次即陷入混乱之中，而克里普克方案可自然推广到超限层次，并且恰恰利用超限集合论方法证明了“定点”的存在。

与塔尔斯基经典方案相比，克里普克方案在如下两个方面也给人以很大的启发：一是表明语义悖论的研究不应只局限于语形的和语义的分析，而应把语用分析引进来，在三者的统一中考察问题，这样会得到仅仅着眼于语形和语义的分析所得不到的结果；二是表明悖论研究不应只局限于“静态”的分析，而应把“动态”分析引进来。克里普克的赋值过程，便是关于真值概念的动态分析。同时，关于定点的思想，又反映了真值概念的相对稳定性。因而，他所采用的是一种“动”“静”相结合的研究方法，使人们看到了解决问题的一种新的路径。

克里普克方案的提出令人耳目一新,其本身也自然成为一个重要研究对象。[①] 人们在充分肯定其创造性贡献的同时,也相继指出了该方案所存在的种种缺陷。其中最重要的一条,就是它难以圆满处理强化的说谎者悖论问题。强化的说谎者悖论,用范·弗拉森(B. van Fraassen)的话说是特地为那些不受二值原则约束的开明哲学家设计的,其最初提出时所针对的是苏联逻辑学家鲍契瓦尔等人提出的三值逻辑方案。如前所述,试图以多值逻辑方案解决集合论悖论的努力已归于失败,而试图以多值逻辑方案解决语义悖论的努力则必须面对强化的说谎者悖论。如果像鲍契瓦尔那样,把"悖谬的"作为第三值,则"本语句或是假的或是悖谬的"仍可导致悖论,从而"跳出油锅又进火坑"。这是以往的多值逻辑方案所无法解决的问题。对于作为一种特殊的真值间隙论的克里普克方案,人们自然也会提出如何处理"本语句或假或无根基"的问题。克里普克本人的解答是:他的观点不是说无根基语句有某种非经典的真值,而是说它们根本没有真值,"未定义的"不是一种真值(有意义语句可以表达而并不总是表达命题),因而绝不构成对经典逻辑法则的挑战;而"有根基"这样的特殊的语义概念,并不属于对象语言即"本真态"的自然语言,而属于一种不包含真值间隙的元语言,而这种元语言是经典二值化的。然而正如后来伯奇(T. Burge)所指出,因为这种元语言也是用自然语言表述的,"那么这种依赖真值间隙的方案就不能完全覆盖自然语言中的'真'(至少不能把握它的一种用法)。总之,仍需要在元

---

① 此处应当指出的是,几乎与克里普克文章发表的同时,马丁和伍德拉夫(P. Woodruff)两位美国学者也发表了一篇与之在形式技术上颇为类似的短文《论在 L 中刻画"在 L 中为真"》("On Representing'True-in-L'in L",*Philosophia*,Vol. 5(1975))。由于它没有克里普克文章所体现的广阔的学术视野和深刻的哲学分析,未能产生同样的影响,但这一事实也在某种意义上说明了克里普克方案产生的必然性。从此以后,首先需从"本真态"自然语言的探讨中寻找悖论的根源,概括出一些基本的语义学原则,并由此建构严格的形式化方案,已成为西方逻辑哲学与语言哲学界探讨语义悖论问题的一般范式。而比较由马丁担任主编的两本语义悖论研究文集 *The Paradox of Liar*(Ridgeview Publishing Company,1970)和 *Recent Essays on Truth and The Liar Paradox*(Oxford University Press,1984),可以清楚地看到这种范式转换。

语言中（而且是在自然语言中）对‘真’作出解说。”[1]这对于克里普克本人关于真值谓词单义性的主张，实际上构成了一种自我否定。更为重要的，克里普克并没有为本真态的自然语言与哲学家所使用的作为元语言的自然语言提供明晰的区分标准。有许多哲学家认为，找到这样的界限是根本不可能的。

克里普克方案的另一重要缺陷，是它不能妥善处理经典逻辑法则在 L 中的表达问题。美国学者古普塔在1982年发表的《真理与悖论》一文中，曾就此给出了严格清晰的分析。[2]

古普塔赞同克里普克关于自指不可拒斥的主张，认为在形式语言中都不能拒斥自指，面向自然语言时更应如此，因为“有许多涉及自指的语句在任何明显的方式上都不是成问题的”。其中最典型的就是表述逻辑基本法则的语句。例如：

没有语句是既真又假的。

以最自然的方式理解，该语句是不应排除自指并必定为真的，说它无意义或非真的任何说明都是难以接受的。然而，古普塔指出，以回归自然语言为己任的克里普克方案，却恰恰不能处理这类逻辑语句。该语句可符号化为：

$$(\forall x)\neg(T(\ulcorner x\urcorner)\land\neg T(\ulcorner x\urcorner))$$

古普塔表明，这个公式在 L 的任何定点上都没有真值。因而按照克里普克的标准，它是悖论性的并且居于真值间隙。极力追求符合自然语言使用的

---

① T. Burge, "Semantical Paradox", *The Journal of Philosophy*, Vol. 76(1979). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.88.

② Cf. A. Gupta, "Truth and Paradox", *The Journal of Philosophical Logic*, Vol. 11(1982). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, pp. 175—235.

“重要直觉”的克里普克方案,在这里却违反了一个带有根本性的重要直觉。

此外,古普塔仿照克里普克的思想实验方法,为克里普克方案提出了一种“经验反例”:

> 设有两个说话者 A、B,分别作出如下断言:
>
> 1. A 说:
>
> (a_1)2 加 2 等于 3。
>
> (a_2)雪总是黑的。
>
> (a_3)B 所说的东西皆真。
>
> (a_4)10 是一个素数。
>
> (a_5)B 所说的东西有的不真。
>
> 2. B 说:
>
> (b_1)1 加 1 等于 2.
>
> (b_2)我的名字叫 B。
>
> (b_3)雪有时是白的。
>
> (b_4)A 所说的东西至多一真。

据此,我们可以作出如下推理:其中(a_3)与(a_5)矛盾,因此二者不能同真。由于 A 所说其余语句皆假,故可知 B 的断言(b_4)为真,加之(b_1)(b_2)(b_3)均明显为真,故又可推知(a_3)为真而(a_5)为假。

由经典逻辑看,这个推导是充分适当无可怀疑的。但古普塔指出,如果我们接受克里普克理论,把最小定点作为真理模型,那么我们就必须拒斥上面这个推导。这是因为,其中的(a_1)(a_2)(a_3)(b_1)(b_2)(b_3)这几个语句都是在初始阶段可判定的,但语句(a_3)(a_5)的判定将依赖于(b_4),而(b_4)的判定却又依赖于(a_3)(a_5)的判定,因而在克里普克系统中,这三个语句均永远不可判定,因而都是无根基的。

我们看到,在上面的推导中所使用的逻辑法则是非常基本的,因而这种反例的发现,构成了对克里普克关于其方案与经典逻辑相协调之观点的有力反驳。对克里普克方案的批评导致了两个方向上的重要进展,相对于克

里普克方案而言，我们可分别称之为“改良性方向”和“革命性方向”。

改良性方向上的成果，以赫兹博格的“素朴语义学”方案和古普塔的“真理修正程序”方案为主要代表；革命性方向上的成果，则是指一系列“语境敏感方案”的出现。我们先来考察改良型方案。

赫兹博格是加拿大著名的悖论研究专家。他曾经致力于用多值逻辑解决语义悖论，但经多方尝试不能奏效。这使他逐步认识到，各种多值逻辑与二值逻辑一样，都不能解决悖论问题，只不过在由多值逻辑而产生的复杂的语义结构中，悖论的辨认比较困难一些罢了。克里普克运用“根基”概念提出上述赋值过程后，赫兹博格曾给予高度评价。但他经过进一步研究之后认识到，克里普克的方案受损于其赋值过程之三值的色彩。于是，他尝试建立这样一种理论：既能保留克里普克方法的长处，又能适用通常的二值语义学。经过反复探讨，赫兹博格提出了一种新颖的理论——素朴语义学。

在 1982 年发表的《素朴语义学与说谎者悖论》一文中，赫兹博格阐述了他的研究成果。文章是以如下概括性的语言开头的：

> 由近年来与语义悖论进行的哲学性斗争的历史中，我倾向于得出这样的结论：那些企图对它们进行压制的新的技术，看来并未能促进我们对于基本问题的理解。每当一个语义学悖论被粉碎了，便即刻有某个新的悖论出现取代它的位置。①

在赫兹博格看来，以往的方案都是千方百计地（或施加某种限制，或改变逻辑法则）压制悖论、排除悖论，而因为日常自然语言中语义悖论的产生具有必然性（如塔尔斯基所揭示的那样）。这种压制会产生一些反直觉的、特设性的后果，悖论又会从别处冒出来；因此，我们应改换研究的视角。赫兹博格赞同克里普克关于在自然语言的本真态上研究语义悖论的主张，但他认为这种本真态并不一定含有真值间隙；既然承认真值间隙必导致强化

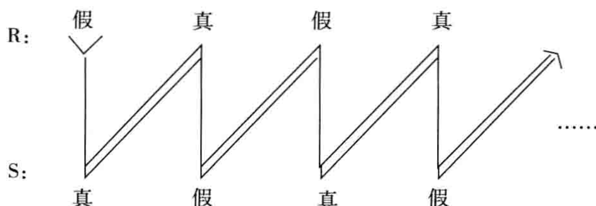
① H. Herzberger, “Navie Semantics and the Liar Paradox”, *The journal of Philosophy*, Vol. 79(1982).

的说谎者悖论,那么我们还是应当回到素朴的二值化日常语言之中,去考察语义悖论的"所作所为"。他认为,我们不应千方百计地压制悖论的产生,相反,"我们应积极地鼓励悖论的产生,看看它们是如何自发地产生出来的。……这意味着我们往后站一站,让悖论自己透露自己的内在原理。"①

依据这样的指导思想,赫兹博格仔细研究了如下两个语句在赋值过程中的真值变化情况:

> 苏格拉底说:"我所说的唯一一句话是谎话。"(简记为 S)
> 罗伯特:"苏格拉底说的是真话。"(简记为 R)

显然,这两个语句是说谎者的直接变型。R 不过是把 S 作为一个陈述句同时肯定自身的性质明确表示出来而已。容易有"S 真当且仅当 S 假",或"R 真当且仅当 R 假"。依照"素朴语义学的态度",我们不去限制公共背景知识或改变逻辑规律,而是按照公共知识和逻辑规律去思考,让悖论自己展示自己。由于 R 是对 S 的直接肯定,它们应具有相同的真值;又由于 S 是 R 的否定,它们又应具有相反的真值。采用类似于克里普克的"赋值阶段"(不考虑有无根基和真值的保持),并设由 S 到 R 的过渡需要在赋值过程中前进一个阶段,而由 R 到 S 的过渡阶段不变,则这对命题的真值变化情况就如下图所示:



单线表示真值相异,双线表示相同,且每条双线表示一赋值阶段。赫兹博格

① H. Herzberger, "Navie Semantics and the Liar Paradox", *The Journal of Philosophy*, Vol. 79(1982).

指出，尽管这里的真值是不稳定的，各语句的真值在不断地改变，任意截取两个阶段则会看到逻辑矛盾而断言其不相容。但是，通观整个赋值过程我们会发现，语句的真值的改变并不是任意的毫无规律的，一个悖论性语句就表现为在某个阶段被赋值为真，而在后一个阶段又被赋值为假，如此循环往复，表现出一种周期性。赫兹博格称悖论性语句的这种表现为“系统地不稳定”或“有规律地不稳定”。他认为，任何语义悖论经过分析都会表现出周期性，这就是悖论之区别于普通的逻辑矛盾之处。据此，赫兹博格提出了如下“周期性定律”：任何语句，不论它在开始时表现得怎样“无序”，终究要表现出一定的周期性。不导致悖论的正常语句可看成其真值的变化周期为一的语句；对于克里普克所说的某些无根基的导致悖论的语句，尽管在赋值过程开始之初包含有不少不稳定的成分，但是，某些“稳定的岛屿”将逐渐浮现出来，并不断得到增加，直到最后一切都被纳入某种秩序之中。若我们把这种周期性体现的规律性视为广义的“语义稳定性”的根本标志，则悖论性语句所表现出的“有规律的不稳定”亦可为其所统摄。如同“根基”概念是克里普克的方案的基石一样，“语义稳定性”概念是素朴语义学理论的基石。赫兹博格曾将二者作了对比，指出有根基的陈述只是一类特殊的语义稳定陈述。

基于如上分析，赫兹博格提出，既然悖论性语句也满足周期性要求，那么就不应把它们看成是无序性、无规律性和不相容性的表现。虽然语言中有悖论存在，但就整体而言，人们所使用的日常语言仍是相容的、有序的。而悖论之产生的原因，在于语言的不完全性，即日常语言的各种要素并不足以固定它的每个语句的真值。塔尔斯基的理论的意义便在于对日常语言的这种不完全性的揭示。

赫兹博格通过对克里普克形式理论的修正，给出了一种具有非单调性的半归纳形式构造，从而也使他的上述思想得到了严格的形式刻画。

古普塔独立提出的“真理修正程序”方案与赫兹博格方案的诉求在本质上相通，并几乎与后者同时发表。其形式技术方面也是对克里普克方案的一种类似改进，但在哲学说明方面很有自己的特色。它是由真值谓词和普通谓词的区别出发的：像“x 是红的”、“z 是 x 与 y 的和”这样的谓词表达

式,我们都可以有一种递归程序判定其中谓词的外延;与之相反,“x 是真的”、“x 是假的”中的真值谓词的使用,就没有这样的递归程序,而须用修正程序来代替它。“当我们学习‘真的’一词的意义时,我们所学习的是一种能使我们改进真理外延之候选者的规则。我认为这样一种规则的存在,正可说明真理概念的特征。”①

正如美国学者西门斯(K. Simmons)所比较的那样:“克里普克对经典赋值模式的拒绝,使其进行单调建构成为可能;而赫兹博格和古普塔都采用经典(赋值)模式而放弃了单调性。”②与赫兹博格方案中真值增长的非单调性质类似,古普塔方案对真值外延候选者的辨识也是非单调的。比如,假定已知 Ga 为真,又知真理候选者集合 U 并未包含 Ga,则我们就可以有一个更好的真理外延候选者集合 V,使 V 包含 Ga,而不管 Ga 在 U 中是未定义的还是在克里普克意义上的反外延之中。

显然,对于普通的非悖论性语句(如克里普克所谓有根基性语句),依修正程序可产生“确定”的判断;而对于说谎者型语句,在这种修正过程中则既不能稳定地真也不能稳定地假,但它们都是“合规则”运行的,只是不能产生“确定”的判断而已。特别重要的是,$(\forall x)\neg(T(\ulcorner x \urcorner)\wedge\neg T(\ulcorner x \urcorner))$ 之类表达逻辑规律但在克里普克系统中无根基的语句,在古普塔系统中都是可确定的,只要将它们的应用限定于可确定语句即可。这构成古普塔系统的一个重要优点。古普塔于 1993 年与贝尔纳普(N. Belnap)合作出版了《真理的修正理论》一书,从形式技术和哲学说明两方面对其方案进行了详细论证,充分显示出了该方案的独特价值。③

依据赫兹博格的一些表述,有的学者把赫兹博格和古普塔的结果简单地概括为“悖论是不矛盾的”,我认为这是不准确的。赫兹博格只是论证自

---

① A. Gupta,“Truth and Paradox”, *The Journal of Philosophical Logic*, Vol. 11(1982). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.212.

② K. Simmons, *Universality and the Liar: An Essay on Truth and the Diagonal Argument*, Cambridge University Press, 1993, p.63.

③ 参见 A. Gupta and N. Belnap, *The Revision Theory of Truth*, The MIT Press, 1993。[台湾学者王文方教授的《古朴塔和贝尔那普的真理修正理论述评》(载《欧美研究》2006 年第 1 期),对“真理修正程序”方案做了简明介绍和批判性讨论,请读者参考。——修订本注]

然语言总体上的相容性,否认因为出现悖论便绝对否定自然语言的相容性的观点。但他并未否认,由于自然语言的不完全性,在由悖论式语句而展开的周期发展中截取某些阶段的并,仍会出现逻辑矛盾,尽管悖论性语句在某单一阶段之内并不导致矛盾。赫兹博格的贡献在于,揭示了悖论性语句作为一种逻辑矛盾句之区别于普通的逻辑矛盾句的特殊性。普通的逻辑矛盾句的出现一般是由于思维混乱而使然,悖论性语句却是合规律地出现的。如此,赫兹博格让悖论自己展示自己的性质的结果,便是从不稳定中找到了稳定的成分,在无序中找到了有序的因素。这是对克里普克"动"与"静"结合的分析方法的继承和发展。在追求与经典逻辑相协调方面,从克里普克到赫兹博格、古普塔是一以贯之的,他们都不可能直接承认悖论"不矛盾"。而同样一以贯之的是,他们都把塔尔斯基对语义悖论的静态分析转化成了一种动态分析。如果说,在克里普克方案那里,"动"与"静"的结合还是外在的,则在赫兹博格和古普塔方案这里,已是一种内在的把握了。它们的"动"已不仅是赋值过程之动,而且是真值本身之动;它们的"静"则是这种动的规律性。因而,它们的"动""静"统一是在最纯粹的形态上反映了语义概念"真""假"之有规律性地变化的本性。

以上评述已使得赫兹博格和古普塔的成果与辩证哲学的联系十分明显。然而,由于对辩证哲学的认识不充分,他们并未能进一步深入阐述其结果与辩证哲学的内在关联。另外,由于他们仅仅局限于语义悖论的研究,未进一步阐发其结果与集合论—语形悖论的关系,使得它们不能发挥其应有的作用。本书第五章将就此做进一步讨论。

赫兹博格和古普塔的方案虽然比克里普克方案更加逼近自然语言的"本真态",但它们并未克服后者的一个根本缺陷:必须诉诸一种在自然语言中并不存在的元语言层次,而且这种层次不能在自然语言中得到合理表达。与克里普克的"有根基性"一样,赫兹博格的"语义稳定性",古普塔的"真值确定性"都不能归属于对象语言。因此,它们都不可能真正克服强化的说谎者悖论,从而不能真正刻画具有塔尔斯基意义上的"语义封闭性"或"普遍性"的自然语言的本真态。

克里普克本人在提出其方案时即已认识到:"不得不上升到一个元语言

可能是本理论的一个弱点。塔尔斯基的层级的幽灵仍然纠缠着我。”①不过,克里普克表示怀疑,那种能够真正刻画自然语言的语义封闭性或普遍性的“彻底的”形式理论是否有可能得到。他认为自然语言的严格语义学也许只能在“包含自身真值谓词甚至自身的满足谓词”这样的程度上得到合理刻画,而存在不能归属于对象语言的元语言这种“反直觉”方面总是需要的。其实,这种观点罗素早在1950年就曾明确表达过:“有可能建构一种语言,在其中关于这种语言的许多东西可以说出来,但不是所有东西都可以说出来:有些东西将永远属于元语言。”②赫兹博格和古普塔的研究成果似乎是对罗素和克里普克这一论点的确证;然而,一种不必“上升到一个元语言”,从而能够克服克里普克方案根本缺陷的方案——“语境敏感方案”的出现与发展,已构成可以证伪罗素和克里普克上述论点的“革命性方向”。

二、“语境敏感”方案的兴起与发展

顾名思义,所谓“语境敏感方案”,就是语境变化因素在其中起着本质作用的解悖方案。“语境”是一个与语言使用主体高度相关的语用学概念。尽管“语境”的界说迄今仍众说纷纭,有小到“上下文”大到“社会历史文化环境”的广狭理解,但对于语义悖论研究来说,主要与语言的认知意义相关的语境概念更为适用。③ 我们看到,克里普克在对其解悖方案进行哲学说明时,已运用语言使用者的因素来阐释“有根基”概念,然而在其形式刻画中却完全抛开了语用因素,赫兹博格与古普塔的改进也未能改变这种状况。因而这些方案与塔尔斯基经典方案一样,都没有本质地刻画语言的使用语境的变化,因而都是“语境迟钝方案”。

“语境敏感”解悖方案的真正开山之作,当推美国知名哲学家伯奇1979年发表的《论语义悖论》一文中提出的方案。尽管在此之前通过引进语境因

---

① S. Kripke,“Outline of a Theory of Truth”, *Journal of Philosophy*, Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.80.

② B. 罗素:《逻辑实证主义》,苑莉均译,载《逻辑与知识》,第450页。

③ 有关“语境”概念的历史沿革,可参见周礼全主编:《逻辑——正确思维和成功交际的理论》,第385—392页。

素探讨语义悖论的思想早已出现，并已有人尝试使之系统化，但只有伯奇这篇在哲学说明的广度与深度上均可与克里普克《真理论论纲》相媲美的论文的发表，才使人们真正认识到语境敏感方案所可能具有的价值。

伯奇对克里普克回归自然语言研究悖论问题的路线表现出强烈共鸣，并作了更为明确的阐述。他指出，塔尔斯基推断自然语言不相容，实际上是把自然语言不合理地同化到一种语义学理论系统之中而得出的结论。产生悖论的不是自然语言本身，而是“一种特定的素朴理论”。悖论的发现无非说明这种理论有待改进而已。因此他主张对于真理法则的应用要“尽可能依据自然的‘前理论’语义直觉”来说明。不过，他还是充分肯定了塔尔斯基创建作为“真理的律师”的形式语义学的历史功绩。因为只有在这种形式工具的透视之下，语义悖论问题的严格研究才成为可能。他的分析也是从塔尔斯基方案入手的：

> 塔尔斯基关于说谎者的分析提供了避免悖论的三种可能途径：一种是使语言无法给自身的语句命名，另一种是限制对真值模式“x是真的，当且仅当，p”的代换结果（对语言中的每一语句，用语句的名字置换x，用该语句自身置换p）的断言，第三种途径是限制经典的变形规则或改变经典逻辑所依据的语义假定。第一种途径对任何想要诠释自然语言或数学中的演绎推理的人来说都是不可行的。塔尔斯基选择了第二种并坚决拒绝了第三种途径。①

第一种途径已被哥德尔定理说明行不通，塔尔斯基拒斥它是理所当然的，但如前所述，直到克里普克《真理论论纲》发表，人们对这一点才形成了较为统一的认识。伯奇把克里普克方案归入第二途径与第三途径相结合的方案，但他并不局限于评论克里普克方案本身，而是系统考察了当时流行的各种非二值化理论的直觉动因，论证了所有运用真值间隙论去克服强化的

① T. Burge,“Semantical Paradox”, *The Journal of Philosophy*, Vol. 76(1979). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, pp.84—85.

说谎者悖论的企图都必然归于失败。他令人信服地表明：

> 拥有单一性真值谓词的相容的、非二值的逻辑，当然是可以建构的。但迄今还没有这样一种逻辑：在它假定真值谓词具有确定外延的情况下，已给出了语义悖论的一种合理的解说。其所以如此，乃由于被称为“强化的说谎者”的问题族的存在。强化的说谎者(或许称为“顽固的说谎者”更好)实际上是原始说谎者的一种重构，是针对那些试图通过区分虚假与非真性的其他种类来消解悖论的人而构造的。不能消解强化的说谎者，并不是一种枝节性困难，也不只是对一种解决方案的反驳，而是在基本现象解说上的一种失败。不管什么压制类说谎者推理的方案，如果被一套装置或术语压下去的问题又能用另一套装置或术语重新冒出来，则显然说明它不足以把握语义悖论变化多端的现象。①

正是强化的说谎者悖论的存在，使得任何在真值谓词既是单义的又具有固定外延的情况下给出语义悖论的合理解说的企图，都会走入死胡同。而像塔尔斯基那样使真值谓词多义化，又与自然语言实际显然不符，故伯奇认为，唯一的出路就是改变真值谓词具有固定的外延的观念。

在伯奇看来，克里普克方案存在以上种种问题，其根本原因就是它追求这样一种语言，其中有一个具有固定外延的单一性真理谓词，可适用于该语言中能被赋予真值的任何东西。实际上，如果我们引入语境因素，就完全可以使真值谓词的外延合理地“流动”起来。

伯奇是通过把真值谓词视为一种索引性语词而引进语境因素的。索引词可以是单义的，但其每一次出现却可以指谓不同的外延。比如像“我”这样的索引词显然是可以作单义规定的，然而从不同的口里说出来却具有不同的外延。“我很快乐”这个语句也是有明确意义的，但不同人或同一人在

---

① T. Burge,“Semantical Paradox”, *The Journal of Philosophy*, Vol. 76(1979). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.87.

不同时间说出来其真值显然可以不同，也就是说同一语句普型在不同语境所确定的语句殊型可以具有不同的真值。与之类似，“真的”和“假的”虽有单一而恒定的意义，但应与依赖于其使用语境的不同层面相关联，即应把真值谓词视为具有单一意义而非固定外延，即外延为其使用语境之函项的索引词。伯奇认为，这种处理是和日常思维的素朴直觉完全相容的。而一旦这样处理，说谎者问题便可迎刃而解：面对“L：L 不是真的”这样的语句，我们起先因为由它引至矛盾而断定它不是真的，然后又因它言其所是而断定它是真的，我们前后两个断定的相互否定只是表面上的，实际上这里的谓词“真的”和整个语句的使用语境已发生了微妙的变化，即前后两个“真”已具有不同的外延。其推理有如下明确的步骤划分：

1. 运用(T)模式可得：L 是真的，当且仅当，L 不是真的。
2. 由(1)知 L 不是真的，因为不存在使之为真的条件。
3. 由(2)又可知 L 是真的，因为它恰恰言其所是。

伯奇认为，这些推理是完全正当的。关键乃是要看出，从推理的步骤(2)到步骤(3)索引性地发生了使用语境的层面变化。如果我们用 i 标记出现在步骤(3)中的“真的”之语境层面，用“$i+1$ 表示出现在步骤(2)中的“真的”之语境层面，则“L 不是真$_i$ 的”与“L 是真$_{i+1}$的”并不矛盾，这样，自然语言中的说谎者与强化的说谎者就都无从建构了。

伯奇为该方案提供了三种不同的形式说明，从而满足了克里普克对一种“真正的理论”的要求。真值谓词 T 被分解到一个单独的语境敏感谓词之外延的层级的各个层面，T 的每一次出现都由其语境确定于某个层面。任一层面上的一个语句殊型之真值，依据其所表达的伯奇型命题确定；而所谓伯奇型命题，则由一个日常语言的语句普型与该语句普型的每一索引元素指派(特别地，对于“真”的每一出现的序数指派)所构成。

殊型(Token)和普型(Type)作为一个范畴对偶，是由美国哲学家皮尔斯(C. S. Peirce)最先引入的。皮尔斯将之视为哲学上的个别和一般范畴在语言符号学上的一种特殊表现。所谓语句普型就是指一个完全合乎语法的

语句,殊型则指该普型的一次实际的具体出现。语句普型和殊型之区分的重要意义,在于其与当代真理论论争的关系。许多学者主张,如果说语句是真值载体(不管是本原载体还是派生载体),那么这种载体不是语句普型而是语句殊型。这也正是伯奇和后来所有支持语境敏感方案的学者所共同持有的观点。但是,切不可把语句殊型只理解为具体的物理对象。比如我们在101室黑板上写有:"本语句是101室黑板上的语句",如果我们把黑板移至室外,物理对象依旧,但语句的真值却发生了变化。因此,必须对殊型作"语境化"理解,将之视为语句普型在某个具体语境中的确定出现。只有这样,语句殊型才能成为适当的真值载体。伯奇型语句真值外延的变化,恰可用不同殊型的前后相继加以解释。

伯奇方案与克里普克方案在功用方面的根本差异,就在于前者可以在形式技术上比较圆融地处理强化的说谎者问题。但是在哲学说明方面,它也受到了诸多批评。其中最主要的,就是许多学者对真值谓词的"索引性"提出质疑,认为伯奇将之诉诸自然语言中体现的素朴直觉,缺乏足够的说服力。不少人认为,这种"索引性"的合直觉性尚不及克里普克的"有根基性"概念,甚至也不高于塔尔斯基的经典方案。因此,《论语义悖论》发表之初,人们只是对其中关于真值间隙论方案的系统批评表示关注,其方案本身没有得到多少响应。人们还是对克里普克方向上的改良方案(以赫兹博格和古普塔方案为代表)倾注了更大热情。然而,由于强化的说谎者悖论始终挥之不去,加之语境迟钝方案对解决新型的语用悖论无能为力(详见下章),人们才逐渐把注意力的重心转移到语境敏感方案上来。

以色列学者盖夫曼(H. Gaifman)是支持伯奇开辟的新方向,长期致力于语境敏感解悖方案研究的一个代表人物。他信服伯奇运用强化的说谎者悖论对真值间隙论的反驳,并给强化的说谎者悖论起了一个形象的名字"语义学黑洞"——把所有真值间隙论解悖方案吸入空无。他经过多年研究而形成的《运算指语义学:对自指疑难的解决I》一文,于1988年提交由美国IBM Almaden研究中心主办的第二届"关于知识的推理理论"大型研讨会,并在当年出版的会议论文集中公开发表,成为语境敏感方案的一篇

重要作品。①

据盖夫曼自己说明，他的研究本来由试图把伯奇的序数层面指派给"真"的实际出现提供一种算法开始；后来他放弃了这种计划，而代之以发展出一种更简单的语义学，其中伯奇型命题被完全省略，具体的语句殊型被直接赋值。盖夫曼坚持我们应区分自我指涉殊型（如 Line 1）和非自我指涉殊型（如 Line 2），它是同一普型的殊型：

Line 1：Line 1 上的语句不是真的。
Line 2：Line 1 上的语句不是真的。

盖夫曼的算法赋予 Line 1 不是真的，而赋予 Line 2 为真。

盖夫曼方案的主要贡献，是他为语句殊型网络赋值构造了一个算法。一个殊型的汇集构成一个有向图，其中结点是语句殊型，而有向边线表示 calling 关系。一个殊型 call 另一个殊型，如果第二个是第一个的逻辑构成项（诸如一个合取支或析取支），或者一个殊型是含有一个指称第二个殊型的一个项的原子语句的殊型。正是一个殊型在构成该殊型语境的网络中的定位，与指派它的伯奇型层面相关。

显然，盖夫曼方案对伯奇方案的改进主要是技术上的而不是哲学说明上的。而且其技术上的变化导致该方案不能合理地解决无穷递降链问题。孔斯形容说，这形成了盖夫曼方案本身的一个"黑洞"。②

语境敏感解悖方向上另一更为重要的推进，是美国著名逻辑学家巴威斯及其合作者提出的情境语义学解悖方案。他于 1987 年与埃切曼迪（J. Etchemendy）合作出版《说谎者：真理与循环论》一书，以说谎者与强化的说谎者悖论的解决为重心，对该方案进行了系统而全面的阐发。

① Cf. H. Gaifman, "Operational Pointer Semantics: Solution to the Self-referential Puzzles I", in *Proceeding of the Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning about Knowledge*, pp.44—60.

② Cf. R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, Cambridge University Press, 1992, p.101.

与盖夫曼一样,巴威斯明确赞同伯奇对真值间隙论方案特别是克里普克方案的批判,因而支持语境敏感的研究路向。但是,他认为伯奇视真值谓词为索引谓词的处理的确是远离直觉、高度特设的;而如果诉诸他所创立的情境语义学中情境参量的变化,就可以建构一种带有单义的、非索引性真值谓词的语境敏感解悖方案。

情境语义学本身并不是作为语义悖论的一种解决方案时提出的。1981年巴威斯发表的《场景与其他情境》一文,首次提出"情境语义学"概念,试图论证这种新型语义学"可视为可能世界语义学的替代品"①,但其中并未讨论悖论问题。纵观逻辑语义学发展史,在经典逻辑中运转良好的真值条件语义学或经典模型论语义学,无法合理地推广到引进"必然"与"可能"算子的真势模态逻辑;直到克里普克等人提出可能世界语义学并使之严密化系统化,才使得真势模态逻辑的语形系统有了合适的语义学理论。然而,把可能世界语义学向广义模态——命题态度的逻辑系统推广的努力,又遇到了一个十分棘手的难题——"逻辑全能问题"(其内容见本书第四章)。巴威斯说明,解决这一难题,是他和佩里共同创建情境语义学的一个基本动因。正因为如此,他们把标志着系统的情境语义学理论正式问世的著作命名为《情境与态度》。②

情境语义学问世之初,由于其颇具"革命性"的观念而遭到广泛质疑与反对,而赞同者很少,以至于情境语义学的另一位独立创建者德福林(K. Devlin),在得知巴威斯早有同样建树时感到意外惊喜,欢呼"一条船上终于有两个人了!"德福林对情境语义学的发展也作出了很大贡献,特别是从信息处理的角度做了独特阐发,其所著《逻辑与信息》一书,被公认为情境语义学的代表性著作之一。③

以上发生史的简单勾勒旨在表明,用RZH标准衡量,情境语义学解悖

---

① J. Barwise,"Scenes and Other Situations",*The Journal of Philosophy*,Vol. 78(1981).

② 参见J. Barwise and J. Perry,*Situations and Attitudes*,MIT Press,1983。(关于情境语义学的创生与沿革史的考察,请参见贾国恒:《情境语义学研究》,中国社会科学出版社2012年版。——修订本注)

③ Cf. K. Devlin,*Logic and Information*,Cambridge University Press,1991.

方案具有真正的“非特设性”。直到1985年，情境语义学才被用来解决语义悖论问题，从而有1987年巴威斯和埃切曼迪所获得的成果。而正是在解决语义悖论特别是说谎者悖论这一千古难题方面所取得的成就，有力地促进了情境语义学在学界的传播与影响。

情境语义学与语义悖论问题直接相关的，首先是其“语言效应论”：“所谓语言的‘效应’是指：不同的人，在不同的空间与时间，与世界的联系不同，所使用的表达式会有不同的解释，即使它们具有相同的语言意义。”[①]巴威斯1983年提出并论证这种效应论时仍没有讨论语义悖论，但我们经过上面语义悖论研究历程的考察之后很容易想到：如果将自然语言中形如“x 为真（假）”的赋值语句视为带单一性真值谓词的表达式，那么，语境敏感解悖方案就是语言效应论的必然推论。

巴威斯关于语言“效应”含义中对表达式所作的三个“不同”的限制，实际上也正是他所使用的“情境”（situation）一词的含义。从直觉上说，它和伯奇使用的“语境”一词“貌离神合”，只是在作形式刻画时才能给予严格区分。巴威斯解悖方案与伯奇方案的根本区别在于：巴威斯认为真值谓词本身不是索引性的，而是如自然语言使用者的常识所认为的那样，可以在同一意义上反复使用的非索引性谓词。而语言效应中的语境敏感要素，则通过所谓“奥斯汀型命题”内化于语句的意义之中。

奥斯汀（J. L. Austin）是牛津日常语言学派的主要代表，言语行动理论的创建者。奥斯汀在讨论“真理”概念时认为，日常语言与世界相连的方式乃经由两种约定：描述约定与指示约定。描述约定是指把语句普型与某些情境类型相关联；而指示约定则把语句殊型[奥斯汀称为“实际说出的语句”，亦称之为“陈述”（statement）]与世界上的历史——现实情境相关联：“一个陈述，如果指示约定使它与之相关联的历史事态（它‘指称’的那个事态）是这样一种类型的事态：描述约定使作出陈述时使用的语句与该类事态相关联，那么我们就说这个陈述是真的。”[②]奥斯汀把“作出陈述”作为语言

① J. Barwise and J. Perry, *Situations and Attitudes*, p.5.

② J. L. Austin, “Truth”, *Proceedings of the Aristotelian Society*, Supp. Vol. xxiv(1950). Reprinted in G. Pitcher, ed. *Truth*, Prentice-Hall, 1965, p.22.

使用者"以言行事"的重要部分,并认为陈述是真值载体。巴威斯和埃切曼迪就此作了如下重述:

> 依据奥斯汀,一个合法的陈述 A 提供两个东西:一个历史的(或实际的)情境 S_A 和一个情境类型 T_A。前者是现实世界(real-world)的某个有限部分:说话者使用奥斯汀所谓"指示约定"去指称它;而后者大致说来就是依据与(自然)语言相关联的"描述约定",由陈述所确定的情境属性。如果 S_A 的确具有类型 T_A,则 A 为真,否则其为假。①

奥斯汀本人并没有使用"命题"(proposition)这一术语,但巴威斯和埃切曼迪认为,奥斯汀型陈述 A 本身的"意义":S_A 具有情境类型 T_A,恰可作为 A 所表达的"命题"的合理说明。因而 S_A 和 T_A 都是巴威斯和埃切曼迪所命名的"奥斯汀型命题"的不可或缺的构成成分。换言之,情境要素本质地包含于"奥斯汀型命题"之中。

显而易见,要获得一个奥斯汀型命题的完整刻画,需要对某一语句普型的索引的和指示的元素的外延指派,加上一个命题所处世界的部分模型。在这种刻画下,真值谓词不是索引的,但"真的"在一个命题中的一次出现,是依据在有关情境中该谓词的部分外延赋值的。

理解奥斯汀型命题所本质地包含的"情境"概念,既要看到其指谓"现实世界"之部分的客观性方面,也要看到其与语言使用主体的高度相关性。现实世界之"某个有限部分"正是由主体选择所确定的。因此,一个情境必是由特定的主体相关性所决定的一个有限事态集合。从而,一个奥斯汀型命题 p 可表示为:$\{s;[\delta]\}$,其中 s 表示 p 所处的情境 s,δ 表示 p 所描述的事态,而$[\delta]$则表示取决于 δ 的情境类型。p 为真,当且仅当,事态 δ 属于情境 s。

由是观之,"说谎者"即可作如下重塑(所谓"奥斯汀型说谎者"):对任一

① J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*, pp.28—29.

情境 s 和命题 p 而言，都存在一个说 p 在 s 中为假的命题，也就是说，该命题断言 p 的假是 s 中的一个事实（某事态在 s 中实现叫作 s 中的事实）。如此即有说谎者命题 $L:\{s;[Tr,L:0]\}$，其中 $Tr,L:0$ 表示 L 为假（"L 为真"赋值为 0）这一语义事实。

说谎者命题的这种刻画已使消解悖论成为可能。回到 L 的原始表述："我现在说的这句话是假话"，当语言使用者说出这句话时，其必定指涉到一个情境 s 中该句话为真的断言，即有：

$$\{s;[Tr,L:1]\}$$

据奥斯汀型命题，该式与 L 的指谓相同，而据 L 的含义可得：

$$\{s;[Tr,L:0]\}$$

这样从假设 L 为真推出了矛盾，即 L 被归谬，由此可断定"L 是假的"或"L 不是真的"，即有：$[Tr,L:0]$，兹问：这个情境类型所处情境为何？当我们假设 L 为真时，其情境为 s，但 s 是不是前面这个 $[Tr,L:0]$ 即"L 是假的"（或"L 不是真的"）之断言的适当情境呢？如果是，则必有：$\{s;[Tr,L:0]\}$，而这恰好就是 L，即可得：$\{s;[Tr,L:1]\}$，再次陷入矛盾。前一次陷入矛盾后我们通过归谬法推得 L 不可能为真，但这次我们还有一个假定可以归谬，那就是：s 是断言 $[Tr,L:0]$ 的适当情境。也就是说，矛盾的推出说明断定"L 是假的"（或"L 不是真的"）的适当情境必定不是 s，而是（比如说）s'，其中 L 为假这一语义事实包含在 s' 之中。这也就意味着，当某人在情境 s 中说"我现在说的这句话是假话"，他一定是在说一个假陈述或表达一个假命题，但此陈述或命题为假这一语义事实，却不能在相同的情境 s 中被断言；换言之，L 为真和为假的情境是不同的，从而也就不可能再为说谎者建构矛盾等价式。其结论恰如德福林所言：

说谎者悖论的真实根源不在于自我指涉，也不在于真假值，而

> 在于未被认知的脉络["语境"(context)的另外一个译法,德福林将之视为"情境"的同义语——引者]。一旦你弄清楚语句出现的脉络之后,说谎者悖论便不再是悖论,就如同美国人认为六月是夏天,澳洲人认为六月是冬天,两者之间并没有真正的冲突一样。①

使用德福林所打的比方,我们推断"L 为假"的适当情境不是 s 而是 s',就如同居住在 x 国的人诚实地说六月是冬天,我们可以据此推断:x 国必定不是美国,其间的道理是不言自明的。

理解情境语义学解悖方案的独特价值,可通过进一步讨论"奥斯汀型命题"和经典的"罗素型命题"的基本差异来说明。巴威斯和埃切曼迪说明,他们使用"罗素型命题"的称谓不是因为罗素有什么独特的命题理论,而是因为罗素的观点是经典观点的典型代表,而且"真命题与假命题的性质是罗素毕生与之战斗的问题。他的理论受控于(语义)悖论、真命题由事实而使然的观点以及不存在使假命题为假的'假事实'的确定无疑"②。"真命题由事实而使然",是罗素型命题最基本的语义特征。原子事实使相应的原子命题为真,原子事实的集合使分子命题为真。罗素型命题是真的恰当在世界中存在使之为真的事实集合;而罗素型命题是假的恰当不存在这样的集合。

显而易见,所谓罗素型命题就是指经典命题理论中的"命题"概念,其与奥斯汀型命题的根本差异在于:后者本质地含有"情境"或"语境"要素,而前者只是对"事态"或"事态集合"的直接描述:对现实事态(事实)的描述使之相对于现实世界为真,否则为假。

需要强调指出的是,不能认为持有经典命题观念的学者不懂得语境的重要性;恰恰相反,在分析自然语言语句时,从弗雷格、罗素开始,他们大都坚持"语境唯一确定原则",即在确定的语境中才能确定语句的意义从而得到确定的命题。但是,他们只是把语境原则作为识别、把握命题的途径,也就是说,他们所理解的语境只是外在于命题的。而奥斯汀型命题则把"语

---

① K. 德福林:《笛卡尔,拜拜!》,李国伟、饶伟立译,天下文化出版社 2000 年版,第 330—331 页。

② J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*, p.27.

境”或“情境”作为命题的内在本质要素之一，这正是奥斯汀型命题观念的“革命性”之所在。

为清楚地刻画以上两种命题观的根本差异，巴威斯和埃切曼迪引入了“世界模型”的概念。所谓世界模型，就是指某个世界（比如现实世界，也可以指谓某一可能世界）中事态的集合。“事态”可规定为特定时空单位中个体（对象）具有某性质或个体间具有某关系，可由情境语义学工具给出严格刻画。在不加限制的情况下，事态集合中当然应包括涉及真值属性的语义事态。然而，正是语义悖论的教训告诉我们，这种不加限制的完整世界模型在经典语义学框架下必导致不相容。因而，若坚持罗素型命题观念，则需要规定基本的相容性条件。为此，巴威斯和埃切曼迪又引入了世界的“弱模型”概念。所谓“弱模型”即满足基本的相容性条件的世界模型。为严格说明这些相容性条件需引入如下定义：

1. 给定一个事态集 M，若有集合 $S \subseteq M$，且 $S \models p$，则命题 p 由 M 而真，记作 $M \models p$；若没有这样的 S，则 p 由 M 为假，记作 $M \not\models p$。

2. 若有 $\langle Tr, p; 1\rangle \in M$，则命题 p 在 M 中为真，记作 $Tr_M(p)$；若有 $\langle Tr, p; 0\rangle \in M$，则 p 在 M 中为假，记作 $Fa_M(p)$。

3. 若没有任何（语义）事态与其语义对偶（比如 $\langle Tr, p; 1\rangle$ 和 $\langle Tr, p; 0\rangle$）都是 M 的分子，则称事态集 M 是相容的。

4. 一个世界的弱模型 M 就是满足如下两个条件的相容集合：若 $Tr_M(p)$，则 $M \models p$；若 $Fa_M(p)$，则 $M \not\models p$。

如上节说的弱模型与经典的或罗素型的命题观念是一致的，而相容性条件的限制又可避免 M 本身的不相容性，那么，由此我们是否可以得到对以往各种解悖方案的某种新认识呢？答案是完全肯定的。

由弱模型研究说谎者悖论，巴威斯和埃切曼迪获得了如下重要结果：说谎者命题 L 在任一世界弱模型中均为假，但其为假这一语义事实却不是世界中的事实。该结果的证明并不复杂：

设$M\models L$，则存在集合$S\subseteq M$，且$S\models L$。其中$\langle Tr,L;0\rangle\in S$，从而$\langle Tr,L;0\rangle\in M$，然而由弱模型条件，$L$必由$M$为假，与假定相矛盾，故$M\not\models L$。即$L$必假。

再假设L为假的事实在M之中，即有$\langle Tr,L;0\rangle\in M$，令$s=\{\langle Tr,L;0\rangle\}$，则$s$是$M$之中的事实集且$s\models L$，故$L$由$M$为真，而前已证明这是不可能的。故$L$为假的事实比不在$M$之中。

这个结果非常简明而又严格地揭示出，如果我们坚持经典罗素型命题观而又坚持经典相容性的要求，那么就不得不接受这样一个推论：某些语义事实是不能归入世界的事实集中的"第二类事实"。即使我们把模型扩大到"最大模型"(不被任一其他模型所包含的模型)，也必有某些语义事实不能进入最大模型之中。巴威斯和埃切曼迪由此断言，在坚持经典命题观的情况下，由说谎者和类说谎者悖论必然会"生产一大批不能进入世界的关于它们的真值的第二类'事实'"。①

由我们的语义直觉看，若一个命题由某世界为假，那么该命题为假就应是该世界中的一个事实，但以上分析表明，罗素型经典命题观必导致对这种直觉的拒斥；也就是说，如果要维持"世界观"的经典相容性，那么就必须放弃能够容纳一切事实的世界的"完整性"直觉。

我认为，巴威斯和埃切曼迪的这个结果是极其重要的，它实际上为以往所有语境迟钝解悖方案所遭遇的困境，提供了一个统一的说明。克里普克的"有根基性"、赫兹博格的"语义稳定性"和古普塔的"真值确定性"所面临的都是与这里的"第二类事实"类似的问题。而如果我们无法阻止"第二类事实"并入世界模型从而得到不相容世界模型，那么，我们也就无法阻止所有语境迟钝方案产生新的强化的说谎者悖论。

实际上，语境迟钝方案发展到古普塔，其与以上弱模型结构的相通性已十分明显，因为整个古普塔方案即建立在语义谓词与普通谓词的区分之上。而正如孔斯所指出："这种解决方案蕴涵着一种我们所不能赞同的关于语义

---

① J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*, p.154.

事实的反实在论态度。”①

罗素型命题产生的问题，是否可由奥斯汀型命题加以解决呢？巴威斯和埃切曼迪给出了肯定的解答。他们为此又引入了世界的部分模型 U：

> 1. 世界的一个部分模型 U 是满足如下（相容性）条件的事态集合：没有任何语义事态及其语义对偶都是 U 的元素；若$\langle Tr,p;1\rangle\in U$，则 p 为真；若$\langle Tr,p;0\rangle\in$ U，则 p 为假。
>
> 2. 如果情境 $s\subseteq$U，则称 s 是模型中的“实际情况”；如果 s 在某个模型 U 中是实际情况，则称 s 本身为一“可能情况”。
>
> 3. 如果与命题 p 相关的可能情境在 U 中是实际情况，则称命题 p 在模型 U 中是“可及的”。
>
> 4. 如果模型 U 不真包含于任何其他部分模型，则称之为总体模型（total model）。②

部分模型 U 是否会像弱模型 M 那样排除“第二类事实”呢？我们仍通过说谎者悖论的讨论来作出解答。如前所述，奥斯汀型命题本质地含有一个情境参量，因而说谎者命题应塑述为 $L:[s;Fa,L]$。而巴威斯和埃切曼迪证明：如果 s 是某模型 U 中的实际情境，则与 s 相关的说谎者命题 L 必假；换言之，任何在模型中可及的说谎者命题都是假的。其证明显而易见：若 L 为真，则有$\langle Tr,L;0\rangle\in s$；但 s 是某个 U 中的一个实际情境，因此据上列相容性条件，L 在 U 中必定是假的。

请注意，这里所证明的是 U 中“可及的”必假，也就是说，其相关可能情境 s 包含于 U 中的 L 必假；而依据与弱模型讨论同样的程序，我们可以推知这一语义事实必不在情境 s 之中。然而，不在 s 之中，并不意味着不在 U 中！而表达这一语义事实的是命题 $L':[s';Fa,L]$，L'与 L 在其他方面完全相同，只是将 s 扩展到 $s'=s\cup\{\langle Tr,L:0\rangle\}$，而 L'在 s'中必定为真，推断

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, p.89.

② J. Barwise and J. Etchemendy, *The Liar*: *An Essay on Truth and Circularity*, p.131.

它所表达的语义事实在U中,不会导致任何矛盾。恰如英国学者保罗·金(P. J. King)所说:“奥斯汀型说明不产生事实‘间隙’。说谎者所表明的是世界中的这样一个事实:由说谎者陈述所表达的命题不是真的。其所告诫人们的只是这一事实不可能在该陈述所涉及的情境之中。”①

巴威斯和埃切曼迪引进“总体模型”的概念,正是要表明:模型U绝不会产生“第二类事实”。他们证明:如果U是一个总体模型,那么对于任何语义事态δ,δ与其语义对偶必定有一个在模型U之中。也就是说,任一语义事实都不可能逃出总体模型之外。这样,由模型U所体现的奥斯汀型命题观亦即情境语义学命题观,就使我们能够做到既可维持“世界”观的经典相容性,又不必放弃对世界的“完整性”直觉。

以上讨论已充分显示出情境语义学解悖方案的高度合直觉性和非特设性,表明了其在哲学说明上远高于语境迟钝方案的优越地位。同时,巴威斯和埃切曼迪以情境语义学的已有成就为背景,为其方案给出了严格的形式刻画,因而也是一个比较全面地符合RZH标准的方案。

需要特别指出的是,情境语义学与此前众多解决语义悖论的方案还有一个重要的不同之处:以往方案(从塔尔斯基到古普塔)都只是谈论说谎者“语句”,而情境语义学方案却直面说谎者“命题”。鉴于经典公理集合论不能刻画语义自指现象,巴威斯和埃切曼迪使用英国学者阿泽尔(P. Aczel)提出的一种能够方便地刻画循环现象的非良基集合论,来刻画命题的语义自指与循环。② 我认为,这种处理可以克服以往某些方案由于承认自指语句而否认或回避自指命题所必然带来的一系列问题,从而使其理论本身也具有较强的“完整性”。

情境语义学解悖方案与伯奇方案的比较研究是饶有兴味的。伯奇方案作为第一个(以RZH标准衡量)“够格”的语境敏感方案,有开辟之功,但它将语境敏感要素交由真值谓词的索引性体现,而其对语句所表达的命题的

① P. J. King,“Reconciling Austinian and Russellian Accounts of Liar Paradox”,*Journal of Philosophical Logic*,Vol. 29(1994).

② 关于阿泽尔非良基集合论的详细讨论,可参见史璟:《非良基集与模态逻辑》,南开大学2009年博士学位论文。——修订本注

认识依然受制于经典命题观念。因而，我们可以说伯奇型方案只是打开了经典命题观念控制的思想体系的缺口，而情境语义学才真正完成了命题观的“范式转换”。不过，依据伯奇的学生孔斯的研究，伯奇方案、盖夫曼方案和情境语义学方案，不仅在语境敏感这一点上有显著的“家族类似”，而且三者之间具有形式上的同态性。他通过对盖夫曼的语句殊型网络赋值算法的扩充，构成了三种语境敏感方案可通用的形式语用学，从而使该方向上的工作在形式理论上已趋于完善。[①] 由此看来，上述情境语义学解悖方案相对于伯奇方案的优越性就主要不是在形式技术方面而是在哲学说明方面。

我认为，无论在形式技术上情境语义学方案还需做何种改进和完善，其所具有的哲学说明上的高度合理性是难以否定的。[②] 在此意义上，李国伟先生的下述论断并非言过其实：情境语义学解悖方案“使得我们能从说谎者悖论的千古难题中脱困，而且解放得非常自然”[③]。在本书第五章将在哲学上就此做进一步讨论。[④]

---

① 参见 R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, pp.102—122.

② 对该方案重要的技术改进可参见：E. Brendel, “Partial Worlds and Paradox”, *Erkenntnis*, Vol. 39(1993); P. J. King, “Reconciling Austinian and Russellian Accounts of Liar Paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 29(1994), etc.

③ 李国伟：《〈笛卡尔，拜拜！〉导读》，载《笛卡尔，拜拜！》，天下文化出版社 2000 年版。

④ 应当指出的是，关于情境语义学解悖方案在语义悖论研究中的优势地位，迄今在国际学界并未达成共识，这主要缘于情境语义学在命题观上的“革命性”变革仍受到许多哲学家质疑。尽管笔者基于上述讨论和第五章所体现的哲学思考，在基本点上认同情境语义学的新命题观，但并不否认在语境迟钝方向上继续探索的必要性与重要性。巴威斯关于罗素型经典命题观必导致世界的“相容性”与“完整性”直觉相冲突的严格论证，使得所有坚持相容性条件的语境迟钝方案，必须要以论证容忍“不完整性”的合理性为基本进路。除克里普克—赫兹博格—古普塔方案进一步发展外，目前广受关注的一个重要进展是菲尔德(H. Feild)提出的一种“亚完全性方案”(paracomplete approach)(参见 H. Field, *Saving Truth from Paradox*, Oxford University Press, 2008。中文文献可参见李慧华、王文方：《试论语义悖论的弗完全理论》，《逻辑学研究》2011 年第 4 期)。从总体上说，王建芳教授所概括的语境敏感、语境迟钝、次协调(亚相容)方向“三足鼎立局面”(王建芳：《语义悖论与情境语义学》，中国社会科学出版社 2009 年版，第 30 页)，仍是目前语义悖论研究的现状。——修订本注

三、非经典方案的复活

关于语义悖论的非经典逻辑解决方案可分为两大系列:一是否认二值排中律之普适性的多值逻辑方案和真值间隙论方案;二是否认矛盾律之普适性的亚相容逻辑方案。因为后者的"真矛盾"理论事关逻辑矛盾与辩证矛盾的基本区分,我们亦放在本书第五章讨论。此处仅讨论前一类方案。

如前所述,多值逻辑已被证明不适用于集合论—语形悖论的解决,而所有试图运用多值逻辑解决说谎者型语义悖论的方案,均需面对强化的说谎者问题。因此,自从20世纪60年代末强化的说谎者悖论明确提出以来,尽管多值逻辑本身在理论与应用两方面都在不断发展,但多值逻辑解悖方案在相当长的时期内归于沉寂。正如赫兹博格根据自己建构多值逻辑方案而失败的经验于1982年所说:"所有已知的三值逻辑(方案)似乎都有某种奇异的特点。这些特点几乎较之它们所要解决的问题还更加带有悖论色彩;在某些例子上,不是药到病除,而是药比病更坏些。""几乎在任何一种多值逻辑,或甚至'无穷多值'语言中,采用对角线方法,都能产生类似一些著名语义悖论的悖论。"[①]因此,由RZH标准看,各种多值逻辑方案都是"跳出油锅又进火坑",不能作为适当的方案。

然而,赫兹博格的这个断言,实际上只对语境迟钝方案成立。由于对真理谓词之索引性的怀疑,赫兹博格对伯奇的语境敏感方案未抱热情。然而,多值逻辑并不仅仅出于甚至主要不是出于解悖的需要而产生的,有着其他多方面的重要根据。既然语境敏感方案可以和经典二值语义学相协调,那么它和多值化语义相协调也是顺理成章的。因而,随着语境敏感方案的优势地位愈益呈现,多值逻辑方案的复活,即成为题中应有之义。

沿语境敏感方向复活多值逻辑方案的典型代表,是印度学者布海威(S. V. Bhave)提出的一种概率化方案。他于1992年在美国《哲学季刊》发表《说谎者悖论与多值逻辑》一文,[②]使该方案得到较多关注。

如前表明,强化的说谎者语句"本语句或假或*X*"是悖论性的(其中"*X*"

---

① 杨熙龄:《赫兹博格谈悖论研究》,《国外社会科学》1983年第1期。

② Cf. S. V. Bhave,"The Liar Paradox and Many-valued Logic",*The Philosophical Quarterly*,Vol. 42(1992).

代表某个“第三值”或“居于真值间隙”)，乃是因为如果该语句是真的，则它或是假的或是 X(因为这正是它所说的)；而如果它是假的，则满足其中一个选言支，从而使它为真；如果它是 X，则满足另一个选言支，从而也使它为真。

摆脱这种困境的一种方式，是假设不只是语句“本语句是假的”，而且假定所有“本语句是 X”，“‘本语句是 X’是 X”之类语句，都是 X 的，这就等于说元语言本身必须具有与对象语言同样的 X 值语句。布海威引用伯奇的话说：这“显示出一种勇敢得令人钦佩的方法论相容性，但是难以令人信服”①。

布海威指出，他受伯奇等人语境敏感方案之启发而颖悟到，摆脱困境还有一种可行的出路，就是假定语句“本语句是假的”是 X，而语句“本语句是 X”不是 X，而是 Y，其中 Y 是区别于 X 的另一个“第三值”。即存在许多不同的“第三值”X_1，X_2，X_3 等等，它们以如下方式相互关联，如果“本语句是假的”是 X_m，则语句“本语句是 X_m”永不为真语句，而是 X_n，其中 X_n 区别于 X_m。

那么，如何给出这种方案的一种适当的真值语义学呢？布海威由多值逻辑产生的哲学背景出发，做了如下阐发。

布海威指出，有许多语句只能具有“真的”和“假的”这两个真值之一。一般地说，一个描述物理事态的科学语句，就只能是或真或假的；如果我们没有充分的知识去赋予它确定的真值，至少我们能够赋予它“或真或假”这个真值。但是并非所有语句都具有“真”“假”这两个真值之一。不具有二值之一的语句的最著名例子是亚里士多德即已讨论过的语句：“明天将有一场海战”。从亚里士多德至今，许多哲学家都认为这个语句具有“真”“假”之外的第三值；另一些人则认为该语句没有真值。布海威认为，无论认为语句“明天将有一场海战”具有第三值，或认为它没有真值，这两种见解哪个是正确的，如下情形却是不争的事实：我们完全可以依据某些实际情况，诸如有

① T. Burge, “Semantical Paradox”, *The Journal of Philosophy*, Vol. 76(1979). Reprinted in R. L. Martin, ed., *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*, p.89.

关国家之间的宣战，两支海军间的距离，海军指挥部发布的命令等等，把该语句说成是“很可能真的”、“非常可能假的”。进而，像下面这个语句：

“明天将有一场海战”是很可能真的。

可以基于今天的实际情况而被判定为或真或假的。而有关国家的战争当局经常急于弄清这样的语句的真值。许多战争对策经常依赖于对这样的语句之真值“真的”或“假的”的正确划归。

除这种有关“将来”的语句外，某些关于过去事件的语句，尽管我们可以确定它们有“真”“假”两个真值之一，但我们的知识也经常不足以赋予它们两个严格的真值之一。令 p 是一个我们已知“或真或假”的语句，那么，语句“p 是真的”经常被说成“很可能真”等等。那么元语句“‘p 是真的’是很可能真的”也是或真或假的。布海威指出，给这样的语句赋予一个“真”与“假”之中的正确的真值，在历史研究或法庭案例中也经常起着很大的作用。

亚里士多德曾在《工具论·解释篇》中指出，一个像“明天将有一场海战”这样的语句不能被赋予真值“真”或“假”之一，从而也不能赋予真值“或真或假”，因为“很显然，当在未来事件中是有选择的余地和一种相反的方向的可能性时，则相应的肯定命题和否定命题也有同样的性质”①。就是说，既具有为真的可能性，也具有为假的可能性，但实际上既不是真的，也不是假的。对于析取句“明天或者将有一场海战，或者将没有”，亚里士多德认为，尽管它的两个支语句不是或真或假的，但整个析取句却是确定地为真的(这显然因为该析取句穷尽了所有可能性)。至于过去事件的语句，情形则有所不同。一个关于过去事件的断言 p 只能够有“真”“假”这两个真值之一，而如果没有足够的证据能使我们判定是哪一个，我们也能赋予它真值“或真或假”。但是，当证据并不足以使我们赋予“真”“假”这两个真值之一时，却仍足以给语句“p 是真的”赋以真值“很可能真”。在此情形中，语句“p 是真的”之地位就类似于语句“明天将有一场海战”的地位。那么，语句

---

① 亚里士多德：《范畴篇·解释篇》，方书春译，商务印书馆1959年版，第66页。

“p 是真的”既有能够具有“真”或“假”的可能性，但在已得到的证据下尚不能够具有这两个真值之一。在此情形下，“p 是真的”只能被赋予某个在“真”、“假”和“或真或假”之外的真值，即某个像“很可能真”这样的真值。

布海威就此举了一个通俗的“思想实验”型例证：假如在我们面前抛一枚硬币并已平落在桌子上，但由于我们离桌子有一段距离，我们不能清楚地看出硬币的哪一面朝上。在此情形下，如果某人说：

(A) 抛掷的结果是正面朝上。

那么，显然(A)是一个或真或假的语句。在没有足够的证据知道“真”、“假”两个真值中的哪一个可赋予它时，我们仍能说(A)是“或真或假的”。像“所抛的硬币有一个向正面的强斜度”这样的已知证据并不能改变这个情况。如果我们走近桌子，并准确地看一眼硬币，我们就能够赋予(A)两个严格的真值“真的”或“假的”之一。因此，无论已得到什么证据，语句(A)都只可具有真值“真”、“假”及“或真或假”三者之一。现请考虑如下语句：

(B) “语句(A)是真的”。

当得到“所抛硬币有一个向正面的强斜度”这样的经验证据时，我们显然可以赋予(B)除“真”、“假”及“或真或假”以外的真值。依据该证据，我们可赋予语句(B)“很可能真”这个真值。反之，如果得到的证据是所抛的硬币有一个向反面的强斜度，则赋予(B)的正确的真值应是“很可能假”。这样，(B)就是一个关于过去事件的语句[断定语句(A)的一个特定值]，它能以适当的证据具有真值“真”和“假”[当证据足以为语句(A)给出这样的真值时]，或能以适当的证据具有像“很可能真”这样的“真”、“假”之外的真值[当所得证据只能断定语句(A)“或真或假”时]。

初看起来(A)和(B)的意义应是同一的，据上述证据，似应给这两个语句赋以同样的真值“很可能真”。然而，布海威表明，这种表面上相当合理的真值归属实际上会导致不相容。

请考虑在引进“可能真”、“很可能真”等真值的情况下，如何给出复合语句 $p \wedge q$ 和 $p \vee q$ 的真值。从一副洗好的牌中拿出一张黑牌的机会，自然远大于拿出一张黑桃牌的机会，这种考虑可引至如下一般可接受规则：

> 如果 p 具有真值“真的”而 q 具有“x 可能真(其中 x 为某种概率度)，则 $p \wedge q$ 是 x 可能真的而 $p \vee q$ 是真的。如果 p 是假的，则 $p \wedge q$ 是假的，而 $p \vee q$ 具有 q 的真值。如果 p 是 x_1 可能真的而 q 是 x_2 可能真的，则 $p \wedge q$ 是 z 可能真的，其中 z 比 x_1 和 x_2 离真都要远；而 $p \vee q$ 是 z_1 可能真的，其中 z_1 比 x_1 和 x_2 中较小的离真近，除非 $p \vee q$ 是假的，z_1 至少与 x_1 和 x_2 中较高者一样接近于真。

依据这几个直觉上明显可接受的规则就足以表明，像(A)和(B)这样的语句并不总能具有或被赋予同样的真值。假如我们有两种类型硬币合成的硬币组，一种使语句 Ax_1(向硬币正面的倾斜度为 x_1)为真，另一种使 Ax_2(向硬币正面的倾斜度为 x_2)为真。在硬币组中两种类型硬币的比例为 z 和 1—z。由这样的硬币组，我们用一种能使组中每一硬币都有同等机会被挑选的方法各选一枚硬币。那么可用如下方式计算如下语句(C)的真值：

> (C) 所选出硬币被抛掷结果将是正面朝上。

显然，C 的真值归属就是如下语句的真值归属：

$$(Ax_1 \wedge C) \vee (Ax_2 \wedge C)$$

已知如果 Ax_1 是真的，则$(Ax_1 \wedge C)$的真值是 x_1 可能真的，如果 Ax_2 是真的，则$(Ax_2 \wedge C)$的真值是 x_2 可能真的，而且因为硬币被选出的方式，则 Bx_1(“Ax_1 是真的”)是 z 可能真的而 Bx_2(“Ax_2 是真的”)是$(1-z)$可能真的。

因为无论采用什么方法,Ax_1 和 Ax_2 两语句只有一个为真,另一个必为假,则每一个的真假归属都带有约定的或真或假,即约定如果 Ax_1 是真的,则 Ax_2 是假的,而如果 Ax_1 是假的,则 Ax_2 是真的。如此,语句$(Ax_1 \wedge C) \vee (Ax_2 \wedge C)$就具有真值"或 x_1 可能真或 x_2 可能真"。

然而,如果我们为 Ax_1 和 Ax_2 分别采用 Bx_1 和 Bx_2 的真值,我们就为$(Ax_1 \wedge C) \vee (Ax_2 \wedge C)$得到了一个依据于 x_1,x_2 和 z 与 $1-z$ 的真值,它甚至不必或者与"x_1 可能真"相符或者与"x_2 可能真"相符,进而,它可能随 z 的变化而变化,就是说,随着从硬币组的哪部分选币的不同而变化。这就如同硬币依据从哪一部分选取而改变其向正面的倾斜度一样。显然,为 Ax_1 和 Bx_1 采用相同的真值会引至矛盾。

当所获证据只是那枚已抛掷并已落在桌子上的硬币有一个向正面的强斜度时,则语句(D):

(D)"所抛结果是正面向上"是真的。

具有的真值是"很可能真"。如果在此情形下有人说"语句 D 是真的",则是一个假语句,因为(D)的正确的真值(据所得证据)不是"真的"而只是"很可能真"。这样,语句(E):

(E)(D)是真的。

所具有的真值就是"假的"。继而给(E)附加"是假的"而形成的语句是真语句。因此,语句(F):

(F)"(D)是真的"是假的。

是真语句。但是,通过把(F)中的"'是真的'是假的"置换为"是假的",得到的又是假语句。

在上面指出证据的语境中,在真语句中由"是假的"置换"'是真的'是假

的”,并不能得到真语句。而在另一种语境中,即当证据能使(D)具有真值“真的”或“假的”时,在真语句中作这样的替换可得到真语句。

当证据(即语句“硬币有一个向正面的强斜度”)已知为真时,语句(D)(“投掷的结果是正面朝上”为真)的真值是“很可能真的”。我们可把语句(D_1):

(D_1) (D)是很可能真的。

视为从语句“硬币有一个朝向正面的强斜度”引出的推论。如果语句“硬币有一个朝正面的强斜度”已知为“很可能真的”(如已知的只是它是从一组大多数都有着朝正面的强斜度的硬币中任意选出的一个硬币),那么推论(D_1)的自身真值将只是“很可能真的”。而语句(D)的真值就会是某种较弱的东西,如“较有可能真”。这样,如果语句(D_2):

(D_2) (D_1)很可能真。

是真的,则语句“(D_1)是较有可能真的”所具有的真值就是“真的”。

正如布海威所指出,这种推理在实际生活和科学研究中是普遍应用着的。一般地说,如果 x_1,x_2,x_3 是概率度的不同程度或范围,可发现如果对任一语句 p:

“p 是 x_1 可能真的”是 x_2 可能真的。

是真的,则:

p 是 x_3 可能真的。

是真的,其中 x_3 是不同于 x_1 的一种概率度的程度或范围。这也可适用于当 x_2 与 x_1 有同样概率时的情形。这个规则显然也适用于对诸如“最可能假”、“较有可能假”等表达式。

由此，我们就可以重新合理地从多值逻辑的观点说明和解决说谎者和强化的说谎者悖论。在布海威看来，从引入“真”“假”之外的像“x 可能真”这样的真值和制约涉及这些真值的逻辑原则的多值逻辑观点看，说谎者语句 L（“本语句为假”）必具有像“x 可能真”这样的真值。因为两个假设（“L 是真的”和“L 是假的”）都引至矛盾，表明这二者都是假的，从而引至结论 L 是 x 可能真的，其中 x 是某种概然度。再来分析此处的强化的说谎者语句 L^*：“本语句是 x 可能真的”，假设 L^* 是真的引至矛盾。因为如果 L^* 是真的，则它所说的即为属实，就是说，“L^* 是 x 可能真”是真的，即 L^* 具有一个不是“真的”的真值；假设 L^* 具有真值“x 可能真”亦导致矛盾，因为如果 L^* 具有真值“x 可能真”，则 L^* 所言即为属实，故必具有真值“真的”。所以，L^* 只能或者具有一个真值“y 可能真”，其中 y 不同于 x；或者具有真值“假的”。但如果 L^* 是假的，则意味着它所言不属实，即“L^* 是 x 可能真的”是假的，故 L^* 便能或是真的（我们已看到这是不可能的）或有一个像“y 可能真”这样的真值，其中 y 不同于 x。同样，语句“本语句是 y 可能真的”必具有一个真值“z 可能真”，其中 z 既不同于 x 也不同于 y。因为这个过程能被无限重复，概率度 x,y,z……的数目必是无限的。

关于此处的概率度 x,y,z 等等，无法断言比“不同的概率度”（即真值“x 可能真”、“y 可能真”等既相互不同又有别于“真的”和“假的”）更多的东西。这种情形类似于当缺乏足够的知识时，一个语句不得不被指派“或真或假”。布海威指出，正像 p 是任一具有“真”“假”值之一的语句时，语句“p 和 $\neg p$ 必是假的”，而语句“或 p 或 $\neg p$”必是真的一样，说谎者语句，由于其形式，也必定具有像“x 可能真”或“x 可能假”这样的真值，而语句“本语句是 x 可能真的”也必定具有“y 可能真”这样的真值。

在把“很可能真”这样的表达式称为真值时，布海威追随的是那些试图为命题的概率发展出一种逻辑的实践。但布海威强调，他的上述论证并不依赖于关于这样的表达式的称谓的任何特殊观点，即是否应称为“真值”，或“特征值”，或是否把“真”和“假”视为“很可能真”和“很可能假”的极限。仅在如下意义上说，“很可能真”这样的表达式可视为表达一种真值，即把语句描述为“很可能真”等是有意义的，而且这样的描述本身可以为真或为假。

布海威表明,在实际生活和科学研究中实际运用着的逻辑原则,制约着推理和从其他真语句推出真语句的规则,即使当所讨论的语句含有像"很可能真"这样的表达式时也是如此。"说谎者和强化的说谎者所导致的结论是:任何旨在阐明'真'的单义性,并说明(而不只是阻止)悖论性推理,以及给出我们关于'真'的直觉一个正确分析的理论,都必须去把握在自然语言中经常出现的'很可能真'等表达式,以及制约它们用于描述语句和进行推理的逻辑原则。"①

布海威方案可以看作是伯奇方案的一种多值化改造,当然也存在与后者同样的问题,特别是真值谓词的索引性问题。但由于伯奇方案与情境语义学方案的形式同态性,我们亦可为后者构造类似的多值化变体,从而构成一种既适用于二值化语境,又适用于多值化语境的新方案。

许多学者(如布海威)认为,真值间隙语义学无非是多值逻辑语义学的一种特殊形态,但大多数持有真值间隙论观点的学者都否认其理论的非经典性,强调其理论与经典二值语义学的协调性。例如克里普克即通过强调语句与命题的区别来说明这种协调性:命题仍维持二值语义,而语句可以虽有意义但无真值(即不表达命题),而"运用不表达命题的约定,在任何重要的哲学意义上都不是'逻辑的改变'"②。然而,强化的说谎者悖论之构成的必然性,恰恰清楚地显示了真值间隙论理论与多值逻辑理论之相通之处。伯奇指出,在克里普克的《真理论论纲》中,强化的说谎者问题"几乎是作为一种事后思考(after thought)提及的"③。但这也许是一件历史的幸事,当时克里普克若陷入该问题,启动悖论研究新高潮的《真理论论纲》很可能无法诞生。正如我们已经表明,运用任何语境迟钝的间隙化方案消解强化的说谎者悖论,存在根本性的理论困难。

---

① S. V. Bhave,"The Liar Paradox and Many-Valued Logic",*The Philosophical Quarterly*,Vol. 42(1992).

② S. Kripke,"Outline of a Theory of Truth",*Journal of Philosophy*,Vol. 72(1975). Reprinted in R. L. Martin,ed.,*Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*,p.65.

③ T. Burge,"Semantical Paradox",*The Journal of Philosophy*,Vol. 76(1979). Reprinted in R. L. Martin,ed.,*Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*,p.88.

然而,真值间隙理论与多值逻辑理论的相通性恰可启示我们,语境敏感要素的引进同样可以用来拯救真值间隙论方案。伯奇的学生西门斯在其1993年出版的《普遍性与说谎者》一书中提出的"奇异点"(Singularity)方案,便可视为这种努力的一项成果。该方案可视为哥德尔提出的下述设想在语义悖论研究中的尝试。哥德尔认为:"可以合理地假定:每一个概念,除对某些奇异点(singularity point)或限制点(limiting point)之外,是处处有意义的。这样,悖论看起来就类似于用零做除数的某种东西。"①依照西门斯奇异点方案处理,关于每一语句或真或假的直觉本质上是正确的,"只是在我们错误地假定那些本来既不真也不假的陈述或真或假时,才进入病态的或悖论性的语境。在这种情形下我们对'真'和'假'的应用只需要极小的修正。""我们并不把真理划分到无穷多个语言之中,而是去识别一个单一的语境敏感真理谓词的奇异点。"②

无论是多值化语义学还是真值间隙论语义学,都与经典二值语义学有一个重要的相通之处:均遵守"强化的排中律",亦即"任一语句或真或不真",在三种语义学下都是成立的。笔者曾经论证:"多值逻辑的确立所否定的只是二值排中律也即二值法则的普适性,而二值法则只是强化的排中律在二值逻辑视界内的一种表现形式。由于强化的排中律居于比二值法则更为基本的层次,当它面向多值逻辑的时候,仍可保持其普适性,从而仍不失为多值化正确思维(在实际思维中无疑大量存在)的必要条件。也就是说,作为逻辑思维基本法则的应是排中律的强化形式而非二值形式。"③由是观之,与经典二值逻辑相协调的语境敏感解悖方案向多值化与真值间隙论语境的推广,就不仅是可行的,而且是应当的。多值化与真值间隙论解悖方案的"非经典性"与我们后面(第五章第三节)将要讨论的否定矛盾律的普适性的亚相容逻辑的"非经典性"具有根本性差异,绝不能同日而语、等量齐观。

---

① K. 哥德尔:《罗素的数理逻辑》,载《数理哲学译文集》,第181页。

② K. Simnons, *Universality and the Liar: An Essay on Truth and the Diagonal Argument*, p.116.

③ 张建军:《"强化的排中律"与多值逻辑——从强化的说谎者悖论谈起》,载《矛盾与悖论新论》,第241页。

第四章　语用悖论研究

如本书"导论"所表明的，我们所界说的"语用悖论"是从语义悖论中分离出来的，其由以建构的"背景知识"之所指层面不仅含有语义要素，亦本质地含有语用要素。由于语用悖论研究与人工智能、信息经济学、公共选择理论这些当代"显学"的密切关联，近年来得到学界越来越多的关注，在西方学界与语义悖论研究已呈并驾齐驱之势。由于国内学界的语用悖论研究尚处于起步状态，本章拟较详细地说明几个主要的语用悖论的来龙去脉，并给出其严格的形式刻画，在此基础上探讨其解决途径。① 认知逻辑的"逻辑全能问题"与语用悖论有着深刻的本质关联，亦在本章一并加以研讨。

第一节　认知悖论：语用悖论的第一家族

我们断言在当前西方学界语用悖论研究已与语义悖论研究呈并驾齐驱之势，是依据本书关于"语用悖论"的界说而言的；在西方学界，"语用悖论"一词尚未成为通行用语。究其原因，一方面，与学界并没有形成较为统一的"逻辑悖论"界说相关(特别是并没有"逻辑悖论"概念之语用学性质的明确指认)；另一方面，乃因为学界在"语用"与"语用学"两个概念的含义上歧见颇多，而且在语义与语

---

① 较之语义悖论一章，本章所使用的形式工具明显增多，这是由语用悖论构成之复杂性所决定的。但此处使用的形式工具都是初等且基本自足的，而把握这些形式技术细节，对理解悖论的实质是非常有益的。

用的相互关系上也存在一些针锋相对的争议。然而本书的分析表明,“语用悖论”的称谓与界说绝非刻意标新立异,在我们运用“逻辑悖论”的语用学概念对语形、语义、语用悖论的区别与关联作出明确澄清的条件下,“语用悖论”概念的使用,对于我们把握狭义逻辑悖论的总体结构及其研究走向,都是颇为有益的。

实际上,作为语用悖论的第一群落——认知悖论研究的起源性文章:1948 年英国学者奥康诺(D. O'Connor)在著名的 *Mind* 杂志发表的有关“突然演习问题”的论文,就是以《语用悖论》命名的。①

所谓“突然演习问题”,是当时已流传了几年的一个疑难问题。第二次世界大战期间,瑞典广播公司曾播出一则通告:

> 下周内将举行一次防空演习,为验证备战是否充分,事先将没有任何人知道这次演习的具体日子,因此,这是一次突然演习。

通告中的“任何人”当然不含制订演习计划的人。瑞典数学家爱克玻姆(L. Ekbom)意识到这个通告有一种奇异性质:按通告所给条件,演习不能在下周日举行,因为那样演习就会被事先知道在周日发生,从而不是突然的;因此,周日被排除;同理,周六也可以排除,既然演习已确定不能在周日举行,那么在余下的六天中,若在周六举行将依然不具有突然性。循此继进,同样的推理程序可逐次排除周五、周四直至周一。爱克玻姆由此推出,符合通告条件的突然演习是不可能发生的。

然而在第二周周三凌晨,空袭警报响起且演习“突然”举行,摧毁了爱克玻姆似乎无懈可击的逻辑推理。爱克玻姆把该问题提交给某些学界同行,没有得到满意的解答。*Mind* 刊发奥康诺的文章,将该问题作为一个严肃的学术问题公开征询答案,得到的解答更是五花八门、莫衷一是。1951 年,*Mind* 又发表斯科里文(M. Scriven)的《悖论性通告》一文,宣称“一个新的强有力的悖论已经出现”②。

---

① Cf. D. O'Connor,“Pragmatic Paradoxes”,*Mind*,Vol. 57(1948).

② M. Scriven,“Paradoxical Announcements”,*Mind*,Vol. 60(1951).

在持续多年的研讨中,这种疑难又以多种不同的变体出现,其中最著名的是所谓"意外考试疑难":

> 某教师向学生宣布,他将在下周内某一天进行一次出乎学生意料的考试,即学生在考试头一天晚上并不知道考试在第二天进行。据此预告,学生首先以通常明显合理的归谬法推理,排除了考试在下周最后一天举行的可能性,因为那就会因为"事先知道"而不感意外;继而又以同样的逻辑程序逐次排除了考试在任何一天进行的可能性,由此断定这个预告不可能实现;然而,教师在下周的某一天果真举行了考试,这大大出乎学生的意料,从而又实现了预告。

另一个著名的变体是所谓"绞刑难题":

> 某法官宣布判决:"囚徒a将于下周的某日被执行绞刑,但在行刑之前,a事先不知道他将在该日被绞。"囚徒(与上例中的学生同样)以明显合理的推理推得结论:该判决不可能执行。然而这样一来,在下周的任何一天刽子手前来对a实施绞刑,都意味着该判决得到不折不扣的执行。

各种变体的实质结构完全一致。为简化起见,我们仅使用"意外考试疑难"进行讨论。

1953年,奎因在*Mind*杂志发表《论一个所谓悖论》一文,对该疑难给出了一种令人信服的解析。[①] 依据奎因的分析,上述学生的归谬推理所否定的不是教师的预告本身,而是"学生事先知道预告为真"这个假设;而学生

---

① 参见W. V. Quine,"On a So-Called Paradox",*Mind*,Vol. 62(1953). Reprinted in *Ways of Paradox and Other Essays*,pp.19—21。[该文中译文全文见江怡译:《论一个假定的二律背反》,载涂纪亮、陈波主编:《蒯因著作集》(第5卷),中国人民大学出版社2007年版。译本依据的是上列文集中的一个修订版本,即奎因将题目中的"Paradox"修改为"Antinomy",其修订原因参见本书第三章修订本注。——修订本注]

事先不可能真正地知道预告的真假。尤其是在他们试图归谬否定预告的情况下,假设他们已知后者为真更是不合理的。奎因的分析发表后,关于此问题的讨论沉寂了五年。直到1958年,该杂志又刊登了肖(R. Shaw)的《意外考试悖论》一文,指出只要引入一种自我指涉要素,即在原预告中加入"学生不能基于本预告而知道……",则原来的问题依然存在。[①] 与此同时,蒙塔古和卡普兰也取得了同样的结果。但他们发现,只加入这样的自我指涉要素仍存在逻辑漏洞,要严格地推出矛盾,还须在原预告之前增加"除非学生事先不知道本预告为假"一语,由此才可以建立一个货真价实的悖论。1960年,美国新创刊的*Notre Dame Journal of Formal Logic*将这个结果的推导过程之严格形式刻画公开发表,宣告了关于"知识"的严格悖论的诞生。

为简明起见,我们把"意外考试"预告中的"下周"改为"下周头三天",不会影响问题的基本结构。显然,教师的预告(P_1)要满足下列三项要求之一:

> 考试在下周一而不是周二或周三进行,而且学生在周日晚上不知道"考试在周一进行"为真;
>
> 考试在周二而不是周一或周三进行,而且学生在周一晚上不知道"考试在周二进行"为真;
>
> 考试在周三而不是周一或周二进行,而且学生在周二晚上不知道"考试在周三进行"为真。

令M、T和W分别代表"考试在周一举行"、"考试在周二举行"和"考试在周三举行"。令Ks表示公式"学生在周日晚上知道语句x为真",并令Km和Kt类似地分别指称周一和周二。

根据这种用法,在变项x可用许多语句名称替换,因此需要引入一种表达式的名称系统。在技术性文献中通常的习惯是使表达式的名称等于与

① Cf. R. Shaw, "The Paradox of the Unexpected Examination", *Mind*, Vol. 67(1958).

其哥德尔数相符的数字。本书依照哲学文献的惯例，使用 $\ulcorner\ \urcorner$ 来表示表达式的名称。

对任一表达式 E，令 $Ks(\ulcorner E \urcorner)$为在 Ks 中用 E 置换 x 的结果，类似地有 $Km(\ulcorner E \urcorner)$和 $Kt(\ulcorner E \urcorner)$。这样，$Ks(\ulcorner M \urcorner)$便是语句"学生在周日晚上知道语句'考试在周一举行'为真"。现在教师的预告 P_1 可表示为如下公式：

$$
\begin{aligned}
&(M \wedge \neg T \wedge \neg W \wedge \neg Ks(\ulcorner M \urcorner)) \\
&\vee (\neg M \wedge T \wedge \neg W \wedge Km(\ulcorner T \urcorner)) \\
&\vee (\neg M \wedge \neg T \wedge W \wedge Kt(\ulcorner W \urcorner))
\end{aligned}
$$

我们用符号 $\vdash$ 表示在蒙塔古和卡普兰所谓"初等语法"内的可导出关系。"初等语法"指这样一种一阶理论，它包含表达式的所有标准名称，用以表达表达式之间的语法关系和它们的运算，以及涉及这些概念的适当公理；一般说来，初等语法可用形式化的皮亚诺算术 PA 来规定。这样，若 S_1 和 S_2 均为语句，$S_1 \vdash S_2$ 当且仅当 S_2 是从 S_1 据初等语法可导出（或者说 S_1 逻辑地蕴涵 S_2）；同时，我们也用 $\vdash S_1$ 表示 S_1 在初等语法中可证明。由本书第二章讨论的哥德尔的工作已知，初等语法中的可导出关系是初等语法自身可表达的。据此，令 $I(x, y)$为初等语法公式，表示"x 逻辑地蕴涵 y"。这样，表达式 $S_1 \vdash S_2$ 即可用公式 $I(\ulcorner S_1 \urcorner, \ulcorner S_2 \urcorner)$在初等语法中表达。

下面我们即可逐次刻画意外考试疑难中学生的推理步骤。若假定 P_1 能够实现，那么，考试不可能在周三进行。因为倘若如此，则 P_1 的头两个选言支便已失效，必采用第三个选言支，然而那样学生便会在周二晚上知道 $\neg M$ 和 $\neg T$ 都是真的，因为 $\neg M$ 和 $\neg T$ 相合蕴涵 W，他们也会在周二晚上知道 W 的真，而这与 $\neg Kt(\ulcorner W \urcorner)$相矛盾。

学生的这部分推理所依据的是关于知识的两个合理的假定：

$$(A_1)(\neg M \wedge \neg T) \rightarrow Kt(\ulcorner \neg M \wedge \neg T \urcorner)$$

$$(A_2)(I(\ulcorner \neg M \wedge \neg T \urcorner, \ulcorner W \urcorner) \wedge Kt(\ulcorner \neg M \wedge \neg T \urcorner)) \rightarrow Kt(\ulcorner W \urcorner)$$

A_1 是依赖记忆的知识原则的一种特殊情形，A_2 即关于知识的演绎闭合原则。在完全一般的形式下，这两个原则都显得可疑，但我们难以否认关于学生的具体情形之下的 A_1 和 A_2，特别是在他们已完成了上述推理之后。

通过进一步论证，A_1 和 A_2 相合逻辑地蕴涵$\neg W$，而假定学生知道 A_1 和 A_2 显然是合理的：

$$(A_3)Km(\ulcorner A_1 \wedge A_2 \urcorner)$$

这样，再由知识的演绎闭合原则的如下特例：

$$(A_4)(I(\ulcorner A_1 \wedge A_2 \urcorner, \ulcorner \neg W \urcorner) \wedge Km(\ulcorner A_1 \wedge A_2 \urcorner)) \rightarrow Km(\ulcorner \neg W \urcorner)$$

学生不仅可以确定考试不可能在周三举行，而且可以确定他们知道这是不可能的(即 $Km(\ulcorner \neg W \urcorner)$)。

学生继而又可以如下方式排除周二：如若考试在周二举行，仍假设 P_1，可知 P_1 的第二个选言支被采用。由此可推出(依据下面的 A_5)学生在周一晚上知道$\neg M$ 的真。而$\neg M$ 加上$\neg W$ 蕴涵 T。因此 T 是学生的知识的逻辑结论，从而学生在周一晚上知道 T 是真的。然而，这与$\neg Km(\ulcorner T \urcorner)$相矛盾。

论证的这一部分依赖于类似于 A_1 和 A_2 的下列两项合理假定：

$$(A_5)\neg M \rightarrow Km(\ulcorner \neg M \urcorner)$$

$$(A_6)\ (I(\ulcorner \neg M \wedge \neg W \urcorner, \ulcorner T \urcorner) \wedge Km(\ulcorner \neg M \urcorner) \wedge Km(\ulcorner \neg W \urcorner)) \rightarrow Km(\ulcorner T \urcorner)$$

同理运用类似的假设,学生也排除了周一举行考试的可能性,从而得出结论:P_1 是不能够实现的。

而在另一方面,教师所推出的却是 P_1 不但可实现而且必可实现。譬如考试选在周二进行,此时可得$\neg M$、T 和$\neg W$,其中 T 显然是偶真的,学生不可能在周一晚上知道其真,故 P_1 必可实现。

仔细分析可以看出,奎因所发现的“学生事先知道预告为真”的谬误,在学生的推导过程中已重复了几次,早在学生应用 A_2 进行推理时它就出现了。应用 A_2 需要有“$\neg M \wedge \neg T$ 逻辑地蕴涵 W”,而显然并非如此。的确$\neg M \wedge \neg T$加上 P_1 逻辑地蕴涵 W,但使用这一事实,需以如下合理类似式替换 A_2:

$$(A_2')\ (I(\ulcorner \neg M \wedge \neg T \wedge P_1 \urcorner, \ulcorner W \urcorner) \wedge Kt(\ulcorner \neg M \wedge \neg T \urcorner) \wedge Kt(\ulcorner P_1 \urcorner)) \rightarrow Kt(\ulcorner W \urcorner)$$

而且需增加假定:

$$Kt(\ulcorner P_1 \urcorner)$$

但这正是奎因所指出的不合理假定。

肖在 1958 年所获得的成果运用到此处,即意味着需要在预告中增加一种自我指涉要素,即上列预告需修改为满足下列条件之一:

> 考试在周一而不是周二或周三进行,而且学生在周日晚上不知道基于本预告“考试在周一进行”为真;
>
> 考试在周二而不是周一或周三进行,而且学生在周一晚上不

知道基于本预告“考试在周二进行”为真；

考试在周三而不是周一或周二进行，而且学生在周二晚上不知道基于本预告“考试在周三进行”为真。

那么，如何把此处增加的“基于本预告”符号化呢？首先，我们可把认知主体“知道 B 基于 A”这个断言，理解为主体知道这样一个条件句：如果 A，那么 B。而关于“本预告”恰可使用我们在第二章已给出严格证明的“哥德尔自指定理”：$\psi \leftrightarrow \phi(\ulcorner \psi \urcorner)$。该定理告诉我们，每当给定具有唯一自由变项 x 的公式 $\phi(x)$，都能找到一语句 ψ 可以证明它等价于 $\phi(\ulcorner \psi \urcorner)$，后者是用 ψ 的标准名称在 $\phi(x)$ 中置换变项 x 的结果。由于可以证明 ψ 等价于 $\phi(\ulcorner \psi \urcorner)$，则知 ψ 作出了关于其自身的断言，从而是自我指涉的。据此，我们可以找到一个公式 P_2 并证明它与如下公式等价：

$$
\begin{aligned}
&(M \wedge \neg T \wedge \neg W \wedge \neg Ks(\ulcorner P_2 \rightarrow M \urcorner))\\
&\vee (\neg M \wedge T \wedge \neg W \wedge \neg Km(\ulcorner P_2 \rightarrow T \urcorner))\\
&\vee (\neg M \wedge \neg T \vee W \wedge \neg Kt(\ulcorner P_2 \rightarrow W \urcorner))
\end{aligned}
$$

显然，这是对经过肖修改后的预告的合理的形式刻画。

为进一步简化问题起见，我们可以只考虑一周的头两天，P_2 的有关性质仍可保持。因此，我们把上式简化为 P_3：

$$
\begin{aligned}
&(M \wedge \neg T \wedge \neg Ks(P_3 \rightarrow M))\\
&\vee (\neg M \wedge T \wedge \neg Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner))
\end{aligned}
$$

如此，通过与前面类似的推理步骤，学生能够推得 P_3 不可能实现。此处需使用类似于 A_1—A_4 的如下关于知识的假定：

$(B_1) \neg M \rightarrow Km(\ulcorner \neg M \urcorner)$

$(B_2)(I(\ulcorner \neg M \urcorner, \ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner) \wedge Km(\ulcorner \neg M \urcorner)) \rightarrow Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner)$

$(B_3) Ks(\ulcorner B_1 \wedge B_2 \urcorner)$

$(B_4)(I(\ulcorner B_1 \wedge B_2 \urcorner, \ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner) \wedge Ks(\ulcorner B_1 \wedge B_2 \urcorner)) \rightarrow Ks(\ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)$

学生的推理可严格地重塑如下：

(1) $P_3 \leftrightarrow (M \wedge \neg T \wedge \neg Ks(\ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)) \vee (\neg M \wedge T \wedge \neg Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner))$（定义）

(2) $\neg M \vdash P_3 \rightarrow T$（据(1)和经典命题演算）

(3) $P_3 \wedge T \rightarrow \neg Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner)$（同上）

(4) $P_3 \wedge T \rightarrow \neg M$（同上）

(5) $P_3 \wedge T \rightarrow Km(\ulcorner \neg M \urcorner)$（据 B_1、(4)）

(6) $I(\ulcorner \neg M \urcorner, \ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner)$（据(2)）

(7) $Km(\ulcorner \neg M \urcorner) \rightarrow Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner)$（据 B_2、(6)）

(8) $B_1 \wedge B_2 \vdash (P_3 \wedge T) \rightarrow (Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner) \wedge \neg Km(\ulcorner P_3 \rightarrow T \urcorner))$（据(3)(4)(7)）

(9) $B_1 \wedge B_2 \vdash P_3 \rightarrow \neg T$（据(8)）

(10) $(P_3 \wedge \neg T) \rightarrow M$（据(1)和经典命题演算）

(11) $(P_3 \wedge Ks(\ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)) \rightarrow \neg M$（同上）

(12) $B_1 \wedge B_2 \vdash P_3 \rightarrow M$（据(9)(10)）

(13) $\vdash I(\ulcorner B_1 \wedge B_2 \urcorner, \ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)$（据(12)）

(14) $Ks(\ulcorner B_1 \wedge B_2 \urcorner) \rightarrow Ks(\ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)$（据 B_4、(13)）

(15)$B_3 \wedge B_4 \vdash Ks(\ulcorner P_3 \rightarrow M \urcorner)$（据 B_3、(14)）

(16)$B_3 \wedge B_4 \vdash P_3 \rightarrow \neg M$（据(11)(15)）

(17)$(B_1 \wedge B_2 \wedge B_3 \wedge B_4 \vdash P_3 \rightarrow (\neg M \wedge T))$（据(9)(16)）

(18)$P_3 \rightarrow (M \vee T)$（据(1)和经典命题演算）

(19)$B_1 \wedge B_2 \wedge B_3 \wedge B_4 \vdash \neg P_3$(据(17)(18))

由此证明，在十分合理的假定 $B_1 - B_4$ 之下，预告 P_3 是不可能实现的。

肖本人认为，经他修改后的预告具有真正的悖论性，而不只是具有实现的不可能性。然而蒙塔古和卡普兰指出，并没有充分的理由支持这一点。此时学生方面的论证无懈可击，但经肖在预告中引进自指要素后，教师方面关于预告可实现的论证却出现了逻辑漏洞而不能成立。譬如与前面一样，教师选择在周二举行考试，在此情形下，$\neg M$ 和 T 为真。此时教师需建立 $\neg Km(P_3 \rightarrow T)$。而要运用原来的推理方法，他就必须表明 $P_3 \rightarrow T$(在周一晚上考虑时)是一个偶真句。然而稍加分析不难看出，此时 $P_3 \rightarrow T$ 实际上是必真的。不过，蒙塔古和卡普兰指出，只要再将预告稍加改造，一个新型的严格悖论即可建成。这就是，在原预告中再增加一"除非"句而形成如下新的预告：

除非学生在周日晚上知道本预告为假，否则下述要求之一将被满足：

1. 考试在周一而不是周二进行，而且学生在周日晚上不知道基于本预告"考试在周一进行"为真；

2. 考试在周二而不是周一进行，而且学生在周一晚上不知道本预告"考试在周二进行"为真。

这种新的预告可用如下公式 P_4 表达：

$$Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \vee (M \wedge \neg T \wedge \neg Ks(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner))$$

$\vee (\neg M \wedge T \wedge \neg Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner))$

蒙塔古和卡普兰在论证中使用了下列合理假定,其中 C_1 是“知道的东西为真”原则的特例,而 C_2-C_8 类似于 B_1-B_4:

$(C_1) Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \rightarrow \neg P_4$

$(C_2) \neg M \rightarrow Km(\ulcorner \neg M \urcorner)$

$(C_3) Km(\ulcorner C_1 \urcorner)$

$(C_4) (I(\ulcorner C_1 \wedge \neg M \urcorner, \ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner) \wedge Km(\ulcorner C_1 \urcorner) \vee Km(\ulcorner \neg M \urcorner)) \rightarrow Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner)$

$(C_5) Ks(\ulcorner C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge C_4 \urcorner)$

$(C_6) (I(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \urcorner, \ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner) \wedge Ks(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \urcorner)) \rightarrow K(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner)$

$(C_7) Ks(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \urcorner)$

$(C_8) ((I(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \urcorner, \ulcorner \neg P_4 \urcorner)) \wedge Ks(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \urcorner)) \rightarrow Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner)$

在这些假定之下,可给出悖论的严格建构如下:

(1) $\vdash P_4 \leftrightarrow Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \vee (M \wedge \neg T \wedge \neg Km(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner)) \vee (\neg M \wedge T \wedge \neg Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner))$(定义)

(2) $C_1 \vdash P_4 \rightarrow \neg Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner)$(据 C_1、(1))

(3) $C_1 \wedge \neg M \vdash P_4 \rightarrow T$ (据(1)(2))

(4) $C_1 \vdash P_4 \wedge t \rightarrow \neg Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner)$(同上)

(5) $C_1 \vdash P_4 \wedge \neg M$ (同上)

(6) $C_1 \wedge C_2 \vdash P_4 \wedge T \rightarrow Km(\ulcorner \neg M \urcorner)$(据(5))

(7) $\vdash I(\ulcorner C_1 \wedge \neg M \urcorner, \ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner)$（据(3)）

(8) $C_4 \vdash Km(\ulcorner C_1 \urcorner) \wedge (\ulcorner \neg M \urcorner) \rightarrow Km(P_4 \rightarrow T)$（据 C_4、(7)）

(9) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \vdash P_4 \wedge T \rightarrow Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner)$（据(6)）

(10) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \vdash P_4 \wedge T \rightarrow (Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner) \wedge \neg Km(\ulcorner P_4 \rightarrow T \urcorner))$（据(4)）

(11) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \vdash P_4 \rightarrow \neg T$（据(10)）

(12) $C_1 \vdash (P_4 \rightarrow \neg T) \rightarrow \neg M$（据(1)(2)）

(13) $C_1 \vdash P_4 \wedge Ks(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner) \rightarrow \neg M$（同上）

(14) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \vdash P_4 \rightarrow M$（据(11)(12)）

(15) $I(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \urcorner, \ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner)$（据(14)）

(16) $Ks(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_4 \urcorner) \rightarrow Ks(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner)$（据 C_6、(16)）

(17) $C_5 \wedge C_6 \vdash Ks(\ulcorner P_4 \rightarrow M \urcorner)$（据 C_5、(16)）

(18) $C_1 \wedge C_5 \wedge C_6 \vdash P_4 \rightarrow \neg M$（据(2)(17)）

(19) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \vdash P_4 \rightarrow (\neg Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \wedge \neg M \wedge \neg T)$（据(2)(11)(18)）

(20) $P_4 \rightarrow (Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \vee M \vee T)$（据(1)）

(21) $C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \vdash \neg P_4$（据(19)(20)）

由此推出，在上述合理假定之下，预告 P_4 不能够实现。但我们还可继续讨论：

(22) $I(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \urcorner, \ulcorner \neg P_4 \urcorner)$（据(21)）

(23) $Ks(\ulcorner C_1 \wedge \cdots \wedge C_6 \urcorner) \rightarrow Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner)$（据 C_8、(22)）

(24) $C_7 \wedge C_8 \vdash Ks(\ulcorner P_4 \urcorner)$（据 C_7、(23)）

(25) $Ks(\ulcorner \neg P_4 \urcorner) \rightarrow \neg P_4$（据(1)）

(26) $C_7 \wedge C_8 \vdash P_4$（据(24)(25)）

这样,同样在前列合理假定之下,又可推出预告 P_4 必定能实现。由此可见,若采纳 P_4,则可使学生与教师双方相互矛盾的推断都可以得到“证明”。从而可严格地建立 P_4 与 $\neg P_4$ 之间的矛盾等价式。

以上结果表明,C_1-C_8 这组假定是与“初等语法”的原则不相容的。也就是说,如果我们难以否认这些假定的高度合理性,同时又承认“初等语法”,那么,上述推导就使我们把“意外考试疑难”构造成了一个货真价实的逻辑悖论(可称之为“意外考试悖论”)。蒙塔古和卡普兰指出,这个悖论的重要性恰恰“来自于这些假定的直觉合理性。无疑地,在发现这个悖论之前,人们也肯定会有把体现在 C_1-C_8 中的认识论原则充分形式化的要求,这即使不是必需的,至少不是不可能的”①。因此,他们认为该悖论的出现必引出哲学认识论上的某些新探讨。而他们经进一步研讨认识到,考虑一个从该悖论引申出来的更简单的悖论,会使问题变得更加尖锐。

首先应当看到,即使只考虑一个而不是两个可能的考试日期,仍可得到一个严格悖论。在这种情形下教师预告转变为如下形式:

> 除非学生在周日晚上知道本预告为假,否则下述要求将被满足:
>
> 考试在周一进行,而学生在周日晚上不知道基于本预告“考试在周一进行”为真。

然而更为重要的是,考试的可能日期的数目可缩减至零。教师的“预告”现在只是断言下面这一个唯一的要求得到满足:

---

① R. Montague and D. Kaplan, “A Paradox Regained”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 1.(1960). Reprinted in R. Thomason, ed., *Formal Philosophy*, Yale University Press, 1974, p.282.(该文中译文全文有两个译本:一为张建军译:《知道者悖论的提出》,载《逻辑与语言学习》1994 年第 1 期,后以《R. 蒙塔古和 D. 卡普兰论知道者悖论》为题,收入张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》;另一译本为徐国定译:《对一个悖论的再思考》,载朱水林等译:《形式哲学:理查德·蒙太古论文选》,上海译文出版社 2012 年版。——修订本注)

学生在周日晚上知道本预告为假。

如下公式 P_5 可视为对该预告的表达：

$$Ks(\ulcorner \neg P_5 \urcorner)$$

很显然，P_5 就是我们在“导论”中已经看到的“知道者语句”N：$(Ks(\ulcorner \neg N \urcorner))$的一种变体，由它只依据类似于 C_1、C_3 和 C_4 的$(A^*)(B^*)(C^*)$三个简单假定，加之一些简单的逻辑法则，即可建立简单而严格的“知道者悖论”。但此处需提请读者注意的是，上列 $Ks(\ulcorner \neg P_5 \urcorner)$和 $Ks(\ulcorner \neg N \urcorner)$这两个公式中的下标 s 不是一回事。P_5 中的 s 是日期指谓词(本周日)，在 P_5 中完全可以消除而并不影响悖论的构成；而 N 中的 s 是认知主体指谓词，在仅考虑单一主体的情况下亦可消除，在多主体情况下则不可消除。

如本书“导论”中所述，$(A^*)(B^*)(C^*)$三个假定无非是$(A)(B)(C)$三个知识论原理模式的特例，它们显然比 C_1-C_8 具有更强的合理性。这不仅因为前者比后者简单，而且由于前者具有不含依赖记忆的知识原则的优点。我认为，“意外考试悖论”与“知道者悖论”的关系，恰类似于布拉里—弗蒂悖论及康托尔悖论与罗素悖论的关系(其沿革历程也颇为类似)。所有能处理知道者悖论的方案均可处理意外考试悖论，但反之不然。

基于对意外考试悖论尤其是知道者悖论所据以推出的假定或我们所谓“背景知识要素”之高度合理性的认识，蒙塔古和卡普兰预言，它们可取得与说谎者悖论和理查德悖论相比的地位，并且能像它们那样导致重要的技术进步。他们经比较研究认识到，知道者悖论的严格建构与塔尔斯基对说谎者悖论的严格塑述一样，其中一个关键性的环节是哥德尔自指定理的作用：

运用说谎者悖论，塔尔斯基已得到一个类似的结果：任何形式系统，若含有初等语法工具并包含下式的所有特例作为定理(其中 ϕ 是该形式系统的任一语句)：

$$T(\ulcorner\phi\urcorner)\leftrightarrow\phi$$

则该系统是不相容的。塔尔斯基的结果与我们的结果之间的严格关系现在尚不清楚,但显然是继续研究的一个有价值的课题。①

在建构上述两个严格悖论两年之后(1962 年),蒙塔古就澄清了说谎者悖论与知道者悖论之间的严格关联(详见后文)。而后来的研究表明,蒙塔古和卡普兰对他们发现的新悖论所可能产生的巨大作用的预见是完全正确的。多年的反复推敲表明,知道者悖论所依赖的直觉与逻辑两方面的力量,都不亚于说谎者悖论,并与说谎者悖论有同样重大的研究价值。

意外考试悖论和知道者悖论都是关于"知道"的悖论,是第一种关于命题态度的狭义的逻辑悖论。而由知识论原理模式 A 可知,"知道"属于所谓"事实性命题态度","知"蕴涵"真"。因此,起初有人把知道者悖论的问题归结为其中所含"真"的问题,认为既然后者已由说谎者悖论所揭示,则这种关于命题态度的悖论就没有什么独立的研究价值。为检验这种观点的正误,人们又把目光投向"非事实命题态度"的首要代表——"相信"。"相信"所对应的认识论概念是"信念",而信念与知识不同,并不蕴涵真实。"a 知道 P,其实 P 不真"是矛盾句,而"a 相信 P,其实 P 不真"并非矛盾句。那么,可否为"相信"建构一个与知道者类似的悖论呢?

由于模式 A 对于"相信"不成立,因而不可能完全按照知道者悖论原来的推论结构去构造关于信念的悖论。但进一步的研究发现,把前列知道者语句 N 的结构稍加变换而形成:

$$M:\neg Bs(\ulcorner M\urcorner)$$

同样可以在合理假定下推出矛盾。令 $Bs(x)$表示某认知主体相信 ϕ,

① R. Montague and D. Kaplan, "A Paradox Regained", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol1.(1960). Reprinted in R. Thomason, ed., *Formal Philosophy*, pp.284—285.

则 M 意为该认知主体不相信 M 本身所说的东西。其实，M 比 N 更近似于说谎者语句。比照欧布里德原始表述"我正在说谎"，M 可解释为"我不相信自己正在说的这句话"。仿效蒙塔古和卡普兰，我们先列出用 M 推导矛盾所需直接使用的几个合理假定：

$(A_1) Bs(\ulcorner Bs \urcorner) \rightarrow Bs(\ulcorner B(\ulcorner M \urcorner) \urcorner)$

$(A_2) \neg Bs(\ulcorner M \urcorner) \rightarrow Bs(\ulcorner \neg Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner)$

$(A_3) Bs(Bs(\ulcorner M \urcorner) \rightarrow \neg Bs(\ulcorner \neg Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner))$

$(A_4) Bs(\ulcorner M(\neg Bs(\ulcorner M \urcorner)) \urcorner)$

$(A_5) A_4 \wedge \neg Bs(\ulcorner Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner) \rightarrow \neg Bs(\ulcorner M \urcorner)$

A_1、A_2 是所谓的"正自觉原则"与"负自觉原则"的个例，A_3 是"合理性原则"的个例，A_5 则是信念的演绎闭合原则的个例。所有这些原则在最一般的形式上都是可疑的，但它们的上列个例的合理性却都是难以否认的。至于 A_4 则只是说认知主体能够理解 M 的含义并相信它。由此可给予如下推导：

(1)$Bs(\ulcorner M \urcorner)$（假设）

(2)$Bs(\ulcorner Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner)$（据 A_1、(1)）

(3)$\neg Bs(\ulcorner \neg Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner)$（据 A_3、(2)）

(4)$\neg Bs(\ulcorner M \urcorner)$（据 A_4、A_5、(3)）

(5)$Bs(\ulcorner M \urcorner) \rightarrow \neg Bs(\ulcorner M \urcorner)$（据(1)(4) 消去假设）

(6)$\neg Bs(\ulcorner M \urcorner)$（据(5)）

(7)$Bs(\ulcorner \neg Bs(\ulcorner M \urcorner) \urcorner)$（据 A_2、(6)）

(8)$Bs(\ulcorner M \urcorner)$（据(7)、$M$ 定义）

(6)和(8)矛盾。这个结果即所谓“相信者悖论”。

相信者悖论的严格刻画最先由伯奇在1978年发表。[①] 其后,人们又进一步为其他命题态度建构了多种悖论。正是伯奇把关于命题态度的悖论统称为“认知悖论”(epistemic paradox),以与语义悖论相区别而显示其独立价值。[②] 这个称谓已为许多学者所接受。笔者也认为,把关于命题态度的悖论统称为认知悖论是恰当的,它不仅有利于与语义悖论相区别,而且可以体现其与认知逻辑的密切关联。

由假定 A_1-A_5 可以看出,相信者悖论的建构是以认知主体的合理思维为前提的,因而又可称为“理性相信者悖论”。1980年,美国学者托马森(R. H. Thomason)又提出了关于充分理想的认知主体的“理想信念”(ideal belief)的悖论,使人们对事实性命题态度的悖论与非事实性命题态度的悖论之间的关联,又有了新的认识。[③]

托马森的工作首先是对前述蒙塔古和卡普兰的结果的扩充与改造。这种扩充工作始于蒙塔古本人。在公布知道者悖论不久,蒙塔古就在一篇文章中指出,把“知道”换为真势模态词“必然”,知识论原理模式A、B、C也同样成立,从而可用“初等语法”建构与知道者相当的悖论。这个事实表明,“知道”(及其他满足模式A、B、C的命题态度)与真势模态一样,不能刻画为语句(或任何类语句实体)的谓词,而必须刻画为语句形成算子。由此推论,知识对象也应刻画为可能世界的集合(这正是蒙塔古的内涵逻辑IL的模型中所作的)。托马森赞同蒙塔古的观点(以下简称“算子观点”),并认为这对于“理想信念”也同样成立。充分理想的认知主体的“相信”仍属非事实件命题态度,不能满足知识论原理模式A。但托马森发现,不使用模式A,仍然可以为“知道”构造出类说谎者悖论。他经过改造后,由此导出矛盾的知识论原理模式变为如下几个:

---

① Cf. T. Burge,“Buridan and Epistemic Paradox”, *Philosophical Studies*. Vol. 34(1978), pp. 21—35.

② Cf. T. Burge,“Epistemic Paradox”, *The Journal of Philosophy*, Vol. 81(1984), pp.5—29.

③ Cf. R. H. Thomason,“A Note on Syntactical Treatment of Modality”, *Synthese*, Vol. 44 (1980), pp.371—395.

I.$Ks(\ulcorner Ks(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow \Phi \urcorner)$

II.$Ks(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow Ks(\ulcorner Ks(\ulcorner \Phi \urcorner)\urcorner)$

III.$Ks(\ulcorner \Phi \urcorner)$,若 Φ 是一阶逻辑公理

IV.$Ks(\ulcorner \Phi \rightarrow \Psi \urcorner) \wedge Ks(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow Ks(\ulcorner \Psi \urcorner)$

V.$Ks(\ulcorner \Phi \urcorner)$,若 Φ 是 PA 算术公理

上述模式与模式 A、B、C 的区别在于,它们(尤其是 III 和 V)对充分理想的认知主体才能成立。据哥德尔自指定理构造相当于 N 的语句,则从 I—V 恒可导出这样的结果:对任一语句 Φ,皆有 Ks(Φ),由此可推出矛盾。这样,知道者悖论就得到了重构(可称为"理想知道者悖论")。其严格的推导过程我们在后面讨论其推广形式时给出。

托马森对知道者悖论的这种改造的意义就在于,模式 I—V 也可适用于理想信念的刻画。容易见得,如下五条都是充分理想的认知主体可以满足的:

i. $Bs(\ulcorner Bs(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow \Phi \urcorner)$

ii. $Bs(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow Bs(\ulcorner Bs(\ulcorner \Phi \urcorner)\urcorner)$

iii. $Bs(\ulcorner \Phi \urcorner)$,若 Φ 是一阶逻辑公理

iv. $Bs(\ulcorner \Phi \rightarrow \Psi \urcorner) \wedge Bs(\ulcorner \Phi \urcorner) \rightarrow Bs(\ulcorner \Psi \urcorner)$

v. $Bs(\ulcorner \Phi \urcorner)$,若 Φ 是 PA 算术公理

其中,i 可解释为所谓"强自信原则",ii 即"强自觉原则",iv 即为"分离闭合原则"。iii 和 v 则是"充分理想"的应有之义。再据哥德尔自指定理构造语句:

$$M':Bs(\ulcorner \neg M \urcorner)$$

意即充分理想的认知主体相信 M' 自身的否定。由此,同样可以严格地推出矛盾。这个结果,可称为“理想相信者悖论”。

认知悖论的另一个重要成员是美国学者孔斯提出的否证者悖论。否证者悖论并不是一个新的形式结果,而是对蒙塔古和卡普兰提出的知道者悖论之形式加以重新解释的产物。但这种解释却具有非常重要的理论价值,值得详加阐述。

如本书第二章所述,哥德尔在 1931 年证明不完全性定理的过程中,表明了怎样去创造一个使用算术的语法理论。而作为哥德尔的证明中的枢纽性环节,哥德尔自指定理的一个推论,是真理在达到形式算术复杂度的任一形式系统中的不可定义性,从而与塔尔斯基通过语义悖论研究所获得的结果相一致。蒙塔古在 1963 年把塔尔斯基的结果加以推广,证明真理并不是由哥德尔自指定理表明不可表达性的唯一性质。他证明,如果一形式系统 T 满足如下四个条件,则 T 就是不相容的:

1. T 包含形式算术的公理;
2. T 在经典一阶逻辑推论下闭合;
3. T 包含 $V(\phi) \rightarrow \phi$ 的所有特例;
4. T 包含模式 $V(\ulcorner(V(\ulcorner\Phi\urcorner) \rightarrow \phi)\urcorner)$。[①]

比如,我们可以把 $V(x)$ 释为刻画可知性或必然性。这些条件表明,如果某种东西是可知的,那么它就是真实的,而且这种自明之理的每一个特例本身都是可知的。我们前面已看到,为证明任何这样的系统 T 的不相容性,蒙塔古使用哥德尔自指定理构造出一个知道者悖论语句 P_5。语句 P_5 实际上就是断定在形式算术的假定下,P_5 不是真实的这一点是已知的。

现在即可给出蒙塔古结果的托马森变种的一种推广。从形式算术的语

① Cf. R. Montague, "Syntactical Treatments of Modality, with Corollaries on Reflexion Principles and Finite Axiomatizability", *Actual Philosophica Fennica*. Reprinted in R. Thomason, ed., *Formal Philosophy*, pp.286—302.

言出发,加之初始一元谓词 P(x),由托马森理想相信者证明的一般化可知,如果一个理论包含下列五个公理模式的每一个特例,则它也包含含 $P(\ulcorner\phi\urcorner)$ (从对该语言的每一闭公式中 ϕ):

$(A_1)P(\ulcorner(P\ulcorner\phi\urcorner\rightarrow\phi)\urcorner)$

$(A_2)P(\ulcorner\phi\rightarrow P(\ulcorner P(\ulcorner\phi\urcorner)\urcorner)\urcorner)$

$(A_3)P(\ulcorner\phi\urcorner)$,若已知 ϕ 是一阶逻辑公理

$(A_4)P(\ulcorner(\phi\rightarrow\psi)\urcorner)\rightarrow(P(\ulcorner\phi\urcorner)\rightarrow P(\ulcorner\psi\urcorner))$

$(A_5)P(\ulcorner\phi\urcorner)$,其中 ϕ 为 PA 算术公理

悖论的建构需首先运用哥德尔自指定理构造合适公式 α 使之与公式 $P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)$ 在 PA 中可证地等价,然后可给出如下证明:

$(1)\alpha\leftrightarrow P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)$ (定义)

$(2)(P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)\rightarrow\neg\alpha)\rightarrow\neg\alpha$ (据(1))

$(3)P(\ulcorner P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)\rightarrow\neg\alpha)\rightarrow\neg\alpha\urcorner)$ (据 A_3、A_5 和(2))

$(4)P(\ulcorner P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)\rightarrow\neg\alpha\urcorner)$ (据 A_1)

$(5)P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)$ (据(3)(4) 和 A_4)

$(6)P(\ulcorner P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)\urcorner)$ (据(5) 和 A_2)

$(7)P(\ulcorner P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)\rightarrow\alpha\urcorner)$ (据 A_1、A_2、A_3 和(1))

$(8)P(\ulcorner\alpha\urcorner)$ (据(6)(7) 和 A_4)

由(5)(8)和 A_3、A_5,我们便可以证明 $P(\ulcorner\psi\urcorner)$(无论对任何闭公式 ϕ 而言),即可"证明"任一矛盾。如前所示,在原来的知道者悖论中,谓词 P 被解释为对知识的刻画。托马森在他的变体中建议将 P 解释为任一理想信念。对否证者悖论,我们须将 P 解释为刻画一个其提出者孔斯称之为

“主观可证性”的概念。

主观可证性不同于证明论所研究的可证性或形式可推演性,后者如哥德尔在证明不完全性定理时所使用的“可证”概念。说一个语句是主观可证的,就是指该语句是从主观上自明的公理依据自明的有效规则可推导出的。

显然,在主观可证性概念中有一种相对性因素,因为对某特定时间的某人(或认知共同体)是主观上自明的东西,对其他人不一定是主观上自明的,甚至对该时间之后的同一个人(或认知共同体)也是如此。因此,主观可证性是一个语句与一种认知情境或状况的关系。我们可以通过刻画相对于特定个体或认知共同体在特定时间的主观可证性,来回避刻画这样的认知情境。孔斯就此解释说:“这就好比说我们可想象有这样一些火星人类学家,在一段时间内把某个人类学家共同体隔离起来,并从信念共同体中抽出对该共同体在该时间来说是自明的所有公理和规则,然后再建造一个具有无限制记忆和运算时间的图灵机,由这些公理和规则来推演任何可推演出的东西。”①

把主观可证性描述成据自明规则从自明公理推演语句时,其含义就是在有穷步骤中构造性地推演出该语句。不能企图把任何一种无穷性程序作为一个可能的证明。例如,不能把对一给定性质检查每一个自然数,看作描述了一个可用来证明或否证所有自然数具有该性质的程序。

自明语句和规则不必被认为是分析地为真或原则上不可修正的。一时被视为自明的东西或许后来又被拒绝(典型的例子就是欧几里得平行公设、康托尔的素朴集合论的概括原则等)。虽然可以承认它们是从经验中引出或依赖于经验科学的(从而不必否认近年盛行的数学经验主义的基本观念),但它们必须是关于可观察对象的一般法则,而不是关于哪个特殊对象的法则,并且不能包含任何自我中心的索引词或指示词。因而它们的自明性可以被该数学共同体的所有成员分有。

自明语句须有等于 1 的主观概率或至少无限趋近于 1,因为一个数学定理的理性可信度,并不依赖于它由以导出的不同公理的数目或步骤。在

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, p.47.

实际的数学思维中,数学家们信赖那些通过十分复杂的证明而得到的定理,就如信赖那些相当简单的证明一样,只要计算错误的可能性被同等地排除。这个事实可以通过给公理及保真推理规则的每一次应用的机会赋予概率 1(或无限地趋近于 1,如果承认无限小的话)来加以合理化。再者,与可证语句的集合不同,自明语句集合必须是能行可判定的,即是由一种已知的机械程序可判定的。这个程序就是直接去问一个可胜任的数学家,而如果本人便是可胜任数学家,便可直接去反思自己的直觉。孔斯表明,合理地引入这样的"主观可证"概念的根据,正在于数学证明的确定性。如果自明性本身不是所有有能力的可胜任数学家能行地可认识的,则证明的可靠性的任何说明都要面对无穷回归。

以如上阐释的"主观可证"概念来解释上列公理模式 A_1-A_5,可以看到:主观可证语句类,相对于任何充分地有经验的理智的数学家而言,可满足所有这五个条件。设 P 刻画主观可证性,则公理 A_3 至 A_5 之真是显而易见的。对任何有相当经验的数学直觉而言,一阶逻辑和形式算术的公理也是主观自明的,而如果它们是自明的,则当然是主观可证的。公理 A_4 只是说主观可证的东西之集合是在肯定前件式下闭合的,这当然是不能否认的。而 A_1 更是任一理智的数学直觉必定满足的,其任一特例都是自明的。

因该悖论建构的特点是可推出任意的 $P(\ulcorner\psi\urcorner)$,我们可以通过增加公理 A_6 而得到一个实际的矛盾:

$$(A_6)\neg P(\ulcorner\bot\urcorner)$$

这里$\bot$代表一个任意的谬误。悖论的发生并不依赖于把 A_6 解释为断言我们目前的直觉数学系统是相容的,而依赖于把 P 解释为代表一种理想的直觉数学中的主观可证性。A_1 到 A_6 的不相容性表明看上去满足某些最低限度的合理性要求的数学直觉,却是不相容的。由于其中由哥德尔自指定理而建构的语句 $\alpha:P(\ulcorner\neg\alpha\urcorner)$类似于说谎者语句和知道者语句的作用(其直观含义就是说自身不是主观可证的),孔斯将该悖论称为"否证者悖论"。该悖论的严格建构使孔斯可以断言:"我们这里又有了一个值得像说

谎者悖论和知道者悖论那样引起严重注意的二律背反。”①

孔斯不但建构了严格的否证者悖论,而且还深入研讨了否证者悖论与哥德尔不完全性定理及勒伯(M. H. löb)早先所取得的一个结果之间的关联。我们引入谓词 $Pr(x)$,表示“x 在形式算术 PA 系统中可证”(相当于我们在第二章使用的开公式 $\exists y(D^*(x,y))$。请考虑使用该谓词的如下三个关于 PA 的元理论命题:

$$(1) \vdash \phi \rightarrow \vdash Pr(\ulcorner\phi\urcorner)$$

$$(2) Pr(\ulcorner\phi \rightarrow \psi\urcorner) \rightarrow (Pr(\ulcorner\phi\urcorner) \rightarrow Pr(\ulcorner\psi\urcorner))$$

$$(3) \vdash Pr(\ulcorner\phi\urcorner) \rightarrow Pr(\ulcorner Pr(\ulcorner\phi\urcorner)\urcorner)$$

这三个命题都是公认正确无可怀疑的,而哥德尔不完全性定理恰可塑述为由这三个命题为前提(经由算术化手段)证明:如果 PA 是相容的,则 $\neg Pr(\bot)$不能在 PA 中证明。孔斯表明,若用表示“主观可证性”的初始谓词符号 Ps 置换 Pr 谓词,则会得到新型认知悖论——只需用 PA 加之制约 Ps 的外延的三个公理(恰为上列(1)(2)(3)的翻版)而构成的理论 T 来置换 PA,并增加第四个公理,即“可证的东西是相容的”(就是说谬误$\bot$不是可证的),即可形成如下明显合理却又不相容的原则的集合(为简明起见,以下用 $P(x)$代表 $Ps(x)$):

$$(G_1) \vdash_T \phi \rightarrow \vdash_T P(\ulcorner\phi\urcorner)$$

$$(G_2) \vdash_T P(\ulcorner\phi \rightarrow \psi\urcorner) \rightarrow (P(\ulcorner\phi\urcorner \rightarrow P(\ulcorner\psi\urcorner)))$$

$$(G_3) \vdash_T P(\ulcorner\phi\urcorner) \rightarrow P(\ulcorner P(\ulcorner\phi\urcorner)\urcorner)$$

$$(G_4) \vdash_T \neg P(\ulcorner\bot\urcorner)$$

为导出矛盾,我们仍然依据哥德尔自指定理构造这样一个语句 α,即下

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, p.52.

列等价式在 PA 中(从而在 T 中)可证：

$$\vdash_T \alpha \leftrightarrow (P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to \bot)$$

如此，我们既可以证明 $P(\ulcorner\alpha\urcorner)$，又可以证明 $\neg P(\ulcorner\alpha\urcorner)$：

(1) $P(\ulcorner\alpha \leftrightarrow (P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to \bot)\urcorner)$ (据 G_1)

(2) $P((\ulcorner\alpha\urcorner) \to P(\ulcorner P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to \bot\urcorner))$ (据(1)、G_2)

(3) $P(\ulcorner P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to \bot\urcorner \to (P(\ulcorner P(\ulcorner\alpha\urcorner)) \to P(\ulcorner\bot\urcorner))\urcorner)$ (据 G_2)

(4) $P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to P(\ulcorner P(\ulcorner\alpha\urcorner)\urcorner)$ (据 G_3)

(5) $P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to P(\ulcorner\bot\urcorner)$ (据(2)(3)(4))

(6) $\neg P(\ulcorner\alpha\urcorner)$ (据(5)、G_4)

(7) $P(\ulcorner P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to P(\ulcorner\bot\urcorner)\urcorner)$ (据(1)(5)、G_1)

(8) $P(\ulcorner\neg P(\ulcorner\alpha\urcorner)\urcorner)$ (据(7)、G_2、G_4)

(9) $P(\ulcorner\alpha\urcorner)$ (据(1)(8)、G_2)

G_1-G_4 的高度合理性是没有办法否认的。这样，我们又有了一个独立的经严格推敲得来的认知悖论。由于其与哥德尔定理之证明的上述变换关系，我们可以称之为“哥德尔悖论”。

关于 P_r 谓词可以变换到认知悖论之中的另一个相关结果，就是所谓“勒伯定理”。勒伯证明下列公理集合是不相容的：

(L_1) 存在这样的 σ：$\vdash_T P(\ulcorner P(\ulcorner\sigma\urcorner) \to \sigma\urcorner) \wedge \neg P(\ulcorner\sigma\urcorner)$

(L_2) $\vdash_T P(\ulcorner\phi\urcorner) \to P(\ulcorner P(\ulcorner\phi\urcorner)\urcorner)$

(L_3) $\vdash_T P(\ulcorner\phi\urcorner)$

$(L_4) P(\ulcorner\phi \to \psi\urcorner) \to (P(\ulcorner\phi\urcorner) \to P(\ulcorner\psi\urcorner))$

$(L_5) \vdash_T P(\ulcorner\psi\urcorner)$(其中 ψ 是 PA 的公理)

$(L_6) \vdash_T P(\ulcorner\phi\urcorner)$(其中 ϕ 是 L_2 至 L_5 的特例)

模式 L_2、L_3、L_4 和 L_5 分别相当于托马森定理的 A_2、A_3、A_4 和 A_5。没有托马森定理的假定相当于 A_6。然而,模式 L_1 严格弱于 A_1 和 A_6 的合取。L_1 只是说 T 包含 A_1 模式的一个 σ 特例:$\neg P(\ulcorner\sigma\urcorner)$。这一点逻辑地被 A_1 和 A_6 相合所蕴涵,谬误$\bot$就是其存在由 L_1 所肯定的σ。再次依据哥德尔自指定理构造语句 α 使得下列等价式(σ 表示某个满足 L_1 的语句):

$$\alpha \leftrightarrow (P(\ulcorner\alpha\urcorner) \to \sigma)$$

即可产生哥德尔悖论的一个严格变体,我们称之为"哥德尔—勒伯悖论"。

在以上所有认知悖论的建构中,都含有由哥德尔自指定理所决定的自指构造,从语义悖论研究的有关经验看,建构一些克里普克所谓"由经验事实的不利出现而使然"的认知悖论(从而说明由塔尔斯基式固定内在层级解决问题之不可能性),无疑是有益的。伯奇 1984 年发表的《论认知悖论》一文,就是以这样一个"经验型"认知悖论的分析为重心的。伯奇指出,新西兰学者普莱尔(A. N. Prior)1961 年构造的一个有趣的"思想实验",实际上就是一个经验型认知悖论。①

普莱尔的原例是:假设伽利略和他的审问者正沿走廊从法庭一起返回。伽利略误认为他的同行者是一个无可救药的笨蛋。恰在下午 6 点之前,他们分别走进不同的房间。伽利略误认为他的同行者正回到 13 号房间而他自己走进 12 号房间。这时他厌恶地想到:现在(下午 6 点整)在 13 号房间

① A. N. Prior,"On a Family of Paradoxes",*Notre Dame Journal of Formal Logic*,Vol. 2(1961),pp.16—32.

没有任何思想是真的。然而，实际情况是，伽利略自己进的是 13 号房间而审问官住的是 14 号房间。如果我们假定在下午 6 点整伽利略没有别的思想，则我们便具备了建构一个悖论的条件。在当日下午 6 点 13 号房间仅有的思想是：

在当日下午 6 点 13 号房间没有任何思想是真的。

兹问，伽利略的这个思想是不是真的？假定它是真的，则由"下午 6 点 13 号房间没有任何思想是真的"推出伽利略的这个思想不是真的；而再设它不是真的，则知下午 6 点在 13 号房间有某种思想是真的，而这只能是伽利略的思想，因那里并没有别的思想。这样我们显然陷入了矛盾。

伯奇表明，这个思想实验实际可构成关于命题态度词 Think("认为"，"思想"的动词形式)的一个具有高度一般性的认知悖论。上述推理可从形式上整理如下：

1. 下午 6 点 13 号房间仅有的思想＝"下午 6 点在 13 号房间无任何思想为真"。(假定)

2. g＝"下午 6 点 13 号房间没有任何思想为真"。(缩写定义)

3. g 是真的，当且仅当，下午 6 点 13 号房间无任何思想是真的。(1、2、(T)模式)

4. 假设：g 是真的。

5. 下午 6 点 13 号房间无任何思想是真的。(3、4)

6. g 不是真的。(据 1、2、5)

7. 下午 6 点在 13 号房间有思想是真的。(据 3、5)

8. g 是真的。(据 1、2、7)

其中，6、8 矛盾，故悖论得以建立。上述推理只依赖于几个最简单的基本逻辑法则，它们都可正常地用于不成问题的外延语境。

我们把该悖论称为"普莱尔—伯奇悖论"。通过这个悖论的严格构造，

伯奇强调克里普克关于经验型悖论的说明亦适用于认知悖论:“研究悖论有时依赖于经验事实,而不只是依赖于语句的意义。……如伽利略的例子所表明,悖论可以并不产生于伽利略之思想的任何内在的东西,而来自某些经验事实——这些事实可以不为伽利略甚至不为他的思想的报道者所知道。”①

第二节　合理行动悖论:逻辑悖论研究通向实践之桥

由“纽科姆疑难”的探讨演变而来的“合理行动悖论”,是一种涉及诸多实践性学科领域的新型语用悖论。本节首先阐述纽科姆疑难的来龙去脉,而后讨论合理行动悖论的典型代表——盖夫曼-孔斯悖论。

纽科姆(W. Newcomb)是美国加州的一个实验物理学家。据美国著名哲学家诺齐克(R. Nozick)称,他是纽科姆疑难的提出者,但人们从未看到纽科姆本人就该疑难发表文章。第一篇讨论纽科姆疑难的文章,是诺齐克1969年发表的《纽科姆问题和两个选择原则》,由此展开了关于该疑难的热烈讨论。时隔二十多年后,诺齐克在1993年出版的《理性的性质》一书中谈到纽科姆疑难研究之意义时写道:

> 经济学家和统计学家已经发展出一种有关合理决策的精心制作的理论,并将其广泛运用到理论与政策研究之中。这是一种具有数学严格性的,既强有力而又容易被掌握的理论。虽然它作为实际行动的描述之充分性已受到广泛质疑,它仍然是有关合理决策所应满足条件之研究中居于支配地位的标准理论。我认为,这种标准决策理论需扩充到与行为的符号意义及其他有关因素的明晰思考相结合。而关于当前标准理论之不充分性认识的一个有益入口,是由纽科姆问题提供的。②

---

① T. Burge,“Epistemic Paradox”,*The Journal of Philosophy*,Vol. 81(1984).

② R. Nozick,*The Nature of Rationality*,Princeton University Press,1993,p.41.

由此可见，除了作为盖夫曼悖论之源头外，纽科姆疑难仍具有其独特价值，因而在此说明其基本内容是很有益处的。纽科姆疑难也有各种不同的版本，我们如下说明使用英国著名学者塞恩斯伯里(R. M. Sainsbury)的精彩阐释方式。[①]

我们首先请读者进行一项选择。现在摆在您面前的是两个盒子 A 和 B，您或者可以把两个盒子都打开，或者只能打开 B，您能获得您打开的盒子中的东西，而不能得到您未打开的盒子中的东西。

假设有这样一个超级生物，它以往对您的行动的预言总是准确的，现在他又遵循如下方式行动完毕：

> 它已在盒子 A 中放入了 1000 元现金。
>
> 如果它预料您将只打开 B，则它在 B 中又放入了 1000000 元现金。
>
> 如果它预料您将两个盒子都打开，则它就不在 B 中放任何东西。

这显然是一个带有“超现实假设”的思想实验，其疑难在于我们被迫面对如下状况：既有一个明显确定的论证表明最合理的行为是打开两个盒子，也有一个明显确定的论证表明最合理的行动是只打开盒子 B。这两个论证都基于两种行动的不相交性：如果您把两个盒子都打开，就不可能是只打开盒子 B，反之亦然。把这两个论证结合，就会推出这样一个总的结论：把两个盒子都打开既是最合理的行动又不是最合理的行动。这个矛盾结论当然是不可接受的。然而，它由以推出的两个论证却都是明显合理的。

支持把两个盒子都打开的论证是这样进行的：那个超级生物预言家已经行动完毕。或者它在两个盒子里都放了钱，或者它只在盒子 A 中放了钱。如果把两个盒子都打开，在前一种情况下，您就会得到 1001000 元；在后一种情况下，您也至少得到 1000 元，总比什么也得不到好。相反，如果您

---

① Cf. R. M. Sainsbury, *Paradoxes*, Cambridge University Press, 1995, pp.53－65.

只打开盒子B,即使在前一种情况下,您将只拿到1000000元;而在后一种情况下,您将一分钱也拿不到。在每一种情况下,您都会比把两个盒子都打开少得1000元。所以,把两个盒子都打开是最佳选择。

支持只打开盒子B的论证则取如下方式:因为超级预言家以前预言总是正确的,您有充分的理由认为它在这次也会是正确的。所以您也有充分的理由认为如果您把两个盒子都打开,那么预言家会预料到,从而使盒子B空着。因此,您有充分的理由认为把两个盒子都打开不是最佳选择。同样,您有充分的理由认为,如果您选择只打开B,则预言家会预料到这一点,从而把1000000元放在里面。设想有一个知道全部事实的第三者,他会敢于为您若只打开B则得1000000元,而打开两个盒子则会得到1000元打赌。您不得不同意他打这个赌是合理的。所以您选择只打开盒子B也是合理的。

这个疑难已被用来比较两个判定何为合理行动的不同原则。一个原则是:主体的行动应获得该主体能从该行动中所期望的最大效益。简称"最大期望效益原则"或MEU原则。人们的日常合理思维经常需要借助于该原则。学术文献中阐释该原则经常以博彩为例:中奖的奖金越高,就越危险;而彩票的数目越大,则为一种彩票花钱就越合理。MEU原则告诉我们要权衡这两方面的因素。

假如有100张彩票而只有一张1000元的奖金,那么您会认为,如果您能用少于10元买一张彩票,那是值得的。这是因为,如果您能够以每张少于10元的价格把它都买下的话,那么您肯定能以少于1000元的花费挣得1000元。若彩票的花费高于10元,此时要去买它,那您必定认为这次抽彩是为您愿意支持的一项慈善事业募捐的一种方式。

这个例子中包含了一些虚构的假定。有些假定是非本质的,但至少有一个假定,对于运用MEU原则去比较任何可能的行动的合理性程度是本质性的。这就是,效益与概率都能够度量,如果它们能够度量,我们就可以计算出我们能采取的那个行动具有最大的期望效益:把效益的度量值与该效益产生的概率的度量值相乘。假如有两项彩奖,一项像前面一样,有1元一张的彩票100张,只有一份1000元的奖金;另一项是共有99张10元的

彩票，只有一份 999 元的奖金。MEU 原则告诉您应去买第二种而不要去买第一种。对第一种来说，其期望效益是您认为具有中奖机会 1/100，乘以中奖的效益，即 1000，所以期望效益是 10，而对第二种来说，其效益期望值是 1/99×999=10.09。显而易见，最大期望效益概念是一个比较性概念。

引起纽科姆难题的情形可图示如下：

预言家的行动 / 您的选择	预言家没在盒子 B 中放钱	预言家在盒子 B 中已放了钱
您只打开 A+B	1000	1001000
您只打开 B	0	1000000

把两个盒子都打开的期望效益可作如下演算：据问题的背景条件，您很可能认为超级预言家已正确地预料到您的选择。因此，您会认为，如果您把两个盒子都打开，很可能预言家将预料到这一点从而将不在盒子 B 中放钱。故其期望效益就是某种度量这种结果的可能性很高的比率(称之为 h)乘以度量效益的 1000。同样，若您只打开盒子 B，预言家正确预料您将如此做(从而已在盒子 B 中放 1000000 元)的比率与上面同样高，而其期望效益却是该比率乘以度量结果效益的 1000000。这样，无论 h 实际上是多少，$1000\times h$ 远远小于 $1000000\times h$，故由 MEU 原则要求您只打开盒子 B。

MEU 的一个很有吸引力的特征是，它是一个完全一般的原则。那么，有没有其他有关合理行动的原则，对人们也具有同样的吸引力，而又能推出相反的结论呢？有。所谓"优势原则"或 DP 原则就是这样的原则。

根据 DP 原则，说一个行动 α 是合理的，只要它满足下列两个条件：1. 无论还会发生什么事，对行动主体来说，目前 α 的结果并不比做其现在能够选择的任何其他事情更坏。2. 至少有一种可能的结果，使主体做 α 比做其能够选择的任何其他事情更好。

DP 显然具有与 EMU 同等有力的常识的吸引力。上面的图示已表明把两个盒子都打开满足 DP，而打开盒子 B 则不然，无论预言家是怎么做的，您打开两盒子的结果都比只打开一个盒子好。在每一种情况下，前一种

选择肯定能够比后一种选择多 1000 元。因此,DP 和从 MEU 产生了冲突,它们要求采取正好相反的行动方略。

由于纽科姆疑难中包含有关于“超级生物”的超现实假设,因而并不能构成严格意义的逻辑悖论。然而,它显然可以作为逻辑悖论的一种拟化形式加以深入探究。因为,这个思想实验通过一种超现实可能世界构造,揭示了人们关于合理选择或决策行动理论的两个基本原则的冲突。“建设性任务就是说明如何去限制这些原则,以便既使它们不再冲突,又能保留它们所包含的真理性因素。”①

由于纽科姆疑难中“超级生物”的出现,使之所使用的前提显得可疑。但以色列学者盖夫曼表明,构造合理行动疑难完全可以去掉超现实假设,即可以运用一系列现实性的“公共知识”为“合理行动”或“合理选择”范畴构造出严格的逻辑悖论。②

盖夫曼是以两个人打赌的形式构造其思想实验的,孔斯将之改述成一种可与纽科姆疑难直接对照的形式:甲向乙提出,乙可以选择盒子 A(它是空的)或盒子 B(它有 1000 元),但不能两者都选。甲保证:如果乙就此作出一个不合理的选择,甲将给他 10000 元奖励。我们假定甲、乙都是理想的理性人,且甲总能遵守诺言,并且这些事实构成甲与乙的共识。

那么,乙该如何选择呢? 如果我们假定取盒子 A 是不合理的,则这样做将使乙比取 B 多得 9000 元,这使得取 A 成为合理的行动;反之,如果假定取盒子 A 不是不合理的,则取 A 将至少比取 B 少得 1000 元,所以取 A 终究又是不合理的。由此可得:取 A 是不合理的,当且仅当,取 A 是合理的。

显而易见,这种情形与说谎者悖论及知道者悖论的情形之间有着明显的类似。而要表明盖夫曼疑难构成一个严格悖论,须遵循塔尔斯基和蒙塔古的范例,找出迫使我们进入不相容境地的关于合理性概念的直觉上合理的原则,正如塔尔斯基给出关于真理的直觉上合理的(T)模式和蒙塔古 A、

① R. M. Sainsbury, *Paradoxes*, p.58.

② Cf. H. Gaifman, “Infinity and Self-Application, I”, *Erkenntnis*, Vol. 20(1983).

B、C三原则一样。

显然，要找出这样的原则，必须首先弄清其中关键表达式的意义。当我们说“乙取盒子A合理”时，我们的意思是对乙来说认为取盒子A是最合理的，该行动具有最大期望效益这一点是“可辩护的”。那么，对乙来说认为某种事情是“可辩护的”意味着什么呢？粗略地说就是：支持该思想的证据强于与该思想不相容的任何证据。为使这种粗糙的观念严格化，我们需要发展出一种理论，说明一个理性思考者如何处理一个可能包含不可靠信息从而可能是内在地不相容的证据集合。显然，在这种情况下，“只有逻辑演绎是不够的，因为演绎所揭示的是一个假定集合所蕴涵的东西。而当我们发现在使用的证据集合是不相容的之后，它无法告诉我们去做什么。假如逻辑是经典的，它‘告诉’我们从这样一个不相容集合可演绎出任何东西，但在实用上这显然不是一个合理的回答”。①

这里问题的关键在于如何处理“合理可辩护性”这个相当特殊的概念，必须把它与若干可能用同一种语词形式表达的其他概念区别开来。本质地蕴涵于盖夫曼疑难中的是这样的“合理性”概念，即它是理性经济人（或理性政治人等等）的模型的概括。这样一种理论或合理性模型的初步运用，是在给定行为主体适当的证据及价值、目标、需要等信息的情况下，预测行动主体的选择行动。

某种程度的理想化对这样一种理论也是本质的。作为理想的思考者，应为其所依据的支持信息之不同来源，赋予明显可靠的度量。这种可靠性度量不能用概率度量界定，因为它一般不能满足概率演算公理，也不具有足以适用比率的东西。概率演算对个体主体的判断的应用，预设该个体是“逻辑上全能的”，即两个不相容命题的概率和永不超过1。证据的可靠性的度量必须去做推理的前演绎方面的事情。当一个证据集合通过逻辑分析揭示出不相容，则理性推理主体就会拒斥该集合中具有较低可靠程度的元素，直到相容性恢复为止。

在盖夫曼工作的基础上，孔斯清晰地揭示了盖夫曼悖论所由以构成的

---

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, p.4.

基本原则(即本书所谓“背景知识要素”)。与刻画说谎者和知道者一样,该悖论的建构亦可使用蒙塔古所谓“初等语法”,我们假定:可辩护地接受或相信的对象能用某种含有算术语言和刻画语句 x 的可辩护性的初始谓词 $J(x)$ 的形式语言之语句来界定。这样,我们能够使用对角线方法,构造一个语句 S,可证明它等价于(在算术中)这样的语句,该语句说 S 在主体的认知情形中不是终极可证的。实际上,这样一个语句就是说自己不是在那种情形中可证的。①

由此,便可揭示关于“可辩护性”几个基本原则。首要原则是,终极可辩护语句的集合,相对于任一认知情形来说,都是在演绎推论下封闭的;如果一个语句是终极可辩护的,而又逻辑地蕴涵第二个语句,则第二个语句是终极可辩护的。我们称该原则为“演绎封闭原则”。

其次,我们可以假定所有算术定理都是可辩护的(称之为“算术的可辩护性原则”)。正是这个原则使我们能肯定一个关键的等价句“语句 S 不是可辩护的,当且仅当,S 是在某主体的情形中可辩护的”。(原直觉推演中的关键是给出这样一个语句:“拿盒子 A 最合理”不是可辩护的,当且仅当,拿盒子 A 最合理。)

第三个原则是,使用通常的认知逻辑原则可以证明的任何东西,都在为主体所接受的可辩护的东西之中。该原则是关于推理的原则,由它可推出我们构造的认知逻辑系统中可证明的任何东西,对任何的认知情形都是可辩护的(这实际上是经典模态逻辑中必然化规则的一种变形)。

第四个即最后一个原则,是有关“迭代”的原则。孔斯经分析后说明,由于引进“终极可辩护”概念,肯定的迭代原则(如果语句 S 在给定的认知情形中是可辩护的,则在同一情形中它是可辩护的这一点也是可辩护的)是不合理的,但否定的非迭代原则(如果某种东西是在给定情形中可辩护的,则在该情形中认为它不是可辩护的这一点不是可辩护的)却是高度合直觉的。经假言易位可使该原则更为明晰:如果认为某种东西不可辩护是可辩护的,则它实际上就不是可辩护的。

---

① Cf. R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, 1992, pp.5—6.

否定的非迭代原则刻画了这样一个事实：在逻辑分析过程的每一个阶段上，至少 S 和"S 不是可辩护的"二者之一在该阶段上是暂时不被相信的。因此，二者都被一个理想的推理主体最终接受是不可能的。这是因为，如果它们都被理想的推理主体最终地接受，将在过程中有一个阶段，此后二者都继续被理想推理主体接受，而这是不可能的。

以这四个原则为"背景知识"要素的悖论建构，可做如下直观推导：

首先，假定 S 是可辩护的。据"算术的可辩护性原则"和哥德尔自指定理，可知条件句：

如果 S，则"S"不是可辩护的。

是可辩护的，由"演绎闭合原则"可推出"'S'不是可辩护的"是可辩护的。由此，再据"否定非迭代原则"，可推出 S 不是可辩护的，与我们原先的假定矛盾。故 S 不是可辩护的。

既然"S 不是可辩护的"是从四原则推导得来，那么用第二原则所内含的"必然化原则"，我们知道这个原则自身必定在相应的认知情形中是可辩护的，就是说"S 是不可辩护的"是可辩护的。实际上，就建构悖论所需要而言，只须使用一个公理模式，其大意是演绎闭合、算术可辩护性或否定的非迭代的任一特例，在每一认知情形下都是可辩护的，据算术可辩护性，我们知道条件句：

如果"S"不是可辩护的，则 S。

是可辩护的(因它在算术中可证)。据演绎闭合，即可推出 S 自身是可辩护的。这样，我们便"证明"了 $S\wedge\neg S$，即可建构出 S 与 $\neg S$ 的矛盾等价式。

孔斯在研讨盖夫曼悖论的严格形式刻画的过程中有一个重要的发现：由于"可辩护"概念的特殊性，将它作为语句形成算子而不是语句谓词，仍然可以建构出严格的逻辑悖论。也就是说，与说谎者、知道者等悖论不同的是，它可以不依赖于前述推导中哥德尔自指定理的使用而获得。孔斯表明，

使用“可辩护”算子J,要建构悖论只需关于J的两个基本假定和四条认知逻辑公理模式:

$(A_1)J(p\leftrightarrow\neg p)$
$(A_2)JJ(p\leftrightarrow\neg p)$
$(J_1)J\neg J\phi\rightarrow\neg J\phi$
$(J_2)J\phi$,若ϕ是一阶逻辑公理
$(J_3)J(\phi\rightarrow\psi)\rightarrow(J\phi\rightarrow J\psi)$
$(J_4)J\phi$,若ϕ是J_1至J_3的代入特例

由此,可以通过如下步骤“证明”矛盾:

1. $J(p\leftrightarrow\neg Jp)$ (A_1)
2. $Jp\leftrightarrow J\neg p$ (据1、J_3命题演算)
3. $J\neg Jp\rightarrow\neg Jp$ (据J_1)
4. $\neg Jp$ (据2、3归谬法)
5. $J\neg Jp$ (据A_2、J_4、J_2、J_3)
6. Jp (据2、5命题演算)

其中,4、6矛盾,从而亦可建构二者的矛盾等价式。由于这种精确塑述是孔斯精心研究的结果,故我们今后称该悖论为“盖夫曼—孔斯悖论”。

孔斯认为,以上推导中所使用的认知逻辑公理模式J_1-J_4,是托马森刻画理想信念的模式i—v的“实质性改进”。特别是J_1与托马森的i相比更是高度合理的,它无须信念主体的高度理想化。关于假定A_1和A_2,孔斯认为他们的合理性依据只需承认如下三个认识论原则(由于J是语句形成算子而不是语句谓词,故需用可能世界集合加以解释,而其中的“情境”、“陈述”、“命题”概念的使用与巴威斯完全一致):

(I)在某一认知情境中,如果具有相容性的陈述集S的每个陈述的根据比与S不相容的任一陈述的根据更有力,则在该情境中,被S分子表达的任

一命题都是可辩护的。

(II)存在这样的认知情境,其中 $p \leftrightarrow \neg Jp$ 和 $J(p \leftrightarrow \neg Jp)$ 相容,且支持它们的根据比与它们的合取不相容的任一陈述的根据更有力。

(III)如果 ϕ 在情境 E 中是可辩护的,而 E' 与 E 的差异仅仅在于 E' 为 E 提供更多的证据,则 ϕ 在 E' 中亦可得到辩护。

孔斯用这三个原则令人信服地论证了 A_1 和 A_2 的合理性。依照我们的"三要素"说,也就是论证了悖论所由以构成的"背景知识"的"公认正确"性质。

盖夫曼—孔斯悖论的严格建构不仅意味着一个新的悖论的获得,而且有着其十分独特的价值。它严格地证明,自指并非获得狭义逻辑悖论的必要条件。也就是说,所有非自指化方案无论具有什么功用,均必违反 RZH 标准的"足够狭窄性"原则。

需要强调指出,盖夫曼—孔斯悖论绝不是一个人为地刻意制造出来的东西。孔斯阐明,有许多类似于该悖论情境的迄今未解决的难题,一再出现于当代博弈论和博弈论经济学研究之中。他举出了著名的"囚徒疑难博弈的有限序列问题"、"塞尔登连锁店疑难"等例子,并说明盖夫曼—孔斯悖论为阐明这些难题的本质提供了一个简单的模型。"没有这个悖论的发现,这些问题都仍将会分别地而且在一种不可避免地特设的形式上处理。"[①]正是基于对盖夫曼—孔斯悖论的细致解剖,孔斯把这些疑难分别地改造成了一些严格意义的悖论,从而形成了可以和认知悖论相并列的一个新的语用悖论群落。

孔斯把"认知悖论"一词狭义化,只用它来指谓关于"事实性命题态度"的悖论;而关于"相信"、"可辩护"之类"非事实性命题态度"的悖论,则用"置信悖论"(doxic paradoxes)来称谓。这种区分是很有道理的。因为非事实性命题态度确与事实性命题态度有一个根本区别:前者能够而后者不能够容忍不相容陈述集。然而我认为,这个名称难以表征孔斯本人发现的上述新的逻辑悖论群落的根本特点。实际上,居于这个新的逻辑悖论群落的核

---

① R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, p.9.

心位置的“合理性”概念，显然是相对于主体的“行动”(此处主要指选择行为)，而不是相对于语言或命题的。受塞恩斯伯里用“合理行动”问题概括纽科姆疑难和囚徒疑难的启发，我主张将这个新的悖论群落称为“合理行动悖论”，并认为合理行动悖论对于方兴未艾的“行动逻辑”，应能起到认知悖论对认知逻辑已经起到的重大作用。

第三节 语用悖论的解决

在建构出头两个严格意义的语用悖论(意外考试悖论和知道者悖论)的同时，蒙塔古和卡普兰也初步探讨了其解决方案：

> 为避免上述矛盾，可对知识的形式化理论施加某些限制。在这些限制中，最简单的直觉上令人满意的办法就是像语义学中那样区分对象语言和元语言，并把前者作为后者的真部分。特别地，谓词“知道”将只出现于元语言中，而且只在应用于对象语言中的语句时才有意义。依照这种处理，像“a 知道‘a 知道雪是白的’”，或“苏格拉底知道‘有苏格拉底不知道的事’”，就要被看作无意义的语句。一种限制较少的方法是关于一个元语言序列的，每一元语言包含一个独特的知识谓词，它只对系列中在先语言的语句才有意义。另一种较激进的办法则是拒斥初等语法的某些部分，比如否定自我指涉语句的存在。①

时隔三年之后，蒙塔古似乎找到了一条通过由语句谓词向语句形成算子“转换”而摆脱悖论的道路。他发现，如果我们把在真势模态逻辑中运转良好的模态算子“必然”、“可能”转化为语句形成谓词处理，即把“必然 p”、“可能 p”转化“‘p’是必然的”、“‘p’是可能的”，亦可构造出与知道者悖论

---

① R. Montague and D. Kaplan, “A Paradox Regained”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 1(1960). Reprinted in R. Thomason, ed., *Formal Philosophy*, p.284.

类似的严格悖论。而反过来,一个用语句的谓词(或类语句指代结构的谓词)表示知识、合理信念或其他东西时是不相容的理论,在用模态算子置换这些谓词之后,该理论可能会变为相容的。也就是说,每一个类说谎者语用悖论,都对应于一种相容的模态逻辑。因此,我们可以使用标准的模态逻辑去考虑有关认知和置信公理之间的蕴涵、等价和独立关系,而同时把悖论拒之门外。① 蒙塔古的这个观点通称"算子观点"。

首先应当肯定,算子观点是有重要价值的,它对蒙塔古建构其一般内涵逻辑起了重要的启发作用。然而,作为认知悖论的一种解决方案,它的形式技术和直觉说明方面都有许多严重的困难(顺便指出,把"必然"处理为语句算子是高度合直觉的,因而人们很少谈论关于真势模态的悖论)。如前所述,托马森提出理想相信者悖论的本意,是要进一步支持蒙塔古的算子观点,然而他的工作恰恰为否定这种观点提供了武器。而孔斯构造否证者悖论以及严格建构哥德尔—勒伯悖论的一个重要动因,是以其反驳蒙塔古和托马森的算子观点。正如孔斯所指出,尽管将知识对象刻画为可能世界集合是可理解的,但问一个可能世界集合是否主观可证则是无意义的。因而算子观点无法处理与(理想)知道者和理想相信者同构的否证者悖论。而盖夫曼—孔斯悖论的严格建构,则可以说从技术上彻底了结了这个问题。

其实,因为算子观点运用到命题态度词的高度反直觉性,在否证者悖论提出之前,也只有少数人认为其有资格作为一种解决语用悖论的方案。伯奇曾就此评论道:"蒙塔古的方案的确阻挡了悖论,但也阻碍了理解由我们关于悖论的推理所揭示的这些(语用)概念的深层性质的机会。"②

基于类似的认识,许多人继续探索语用悖论的各种解悖方案。几乎所有语义悖论的解决方案都有其相应的语用悖论变种。我们以知道者悖论的解决为例做一些简要的评述。

如我们已看到,知道者悖论所由以推出的知识论或认知逻辑原理可用

---

① Cf. R. Montague, "Syntactical Treatments of Modality, with Corollaries on Reflexion Principles and Finite Axiomatizability", *Actual Philosophica Fennica*. Reprinted in R. Thomason, ed., *Formal Philosophy*, pp.286—301.

② T. Burge, "Epistemic Paradox", *The Journal of Philosophy*, Vol. 81(1984).

如下三模式表达：

$(A) Ks(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow p$

$(B) Ks(\ulcorner K(\ulcorner p \urcorner) \rightarrow p \urcorner)$

$(C) (I(\ulcorner p \urcorner, \ulcorner q \urcorner) \wedge Ks(\ulcorner p \urcorner)) \rightarrow Ks(\ulcorner q \urcorner)$

由这三个原理建构悖论的关键因素，则是根据哥德尔自指定理确定如下合式公式的存在：

$(D) N \leftrightarrow Ks(\ulcorner \neg N \urcorner)$

蒙塔古和卡普兰关于知道者悖论的严格建构表明，由$(A)(B)(C)(D)$推出矛盾，在逻辑上是无懈可击的。问题究竟出在何处呢？

最先引起人们注意的是(C)的“虚假性”问题。因为实际上可推出的东西未必为认知主体所实际推出(参见下节关于逻辑全能问题的讨论)。但正如美国学者安德逊(C. A. Anderson)所形容的那样，靠指出这一点来解决这个悖论“只不过为理智的不安提供了一点暂时的安慰剂而已”。这是因为，只要我们把$I(\ulcorner A \urcorner, \ulcorner B \urcorner)$明确解释为$B$已从$A$正确地演绎而来(正如本书“导论”所做的那样)，并且A尚未被忘掉，再加上推理规则也是已知的，则(C)的虚假性就被消除了，但悖论依然存在。安德逊曾生动地说明，假如我们否认经这样解释后的(C)之真实性，“那就得说我们已揭示了在关于演绎知识的说明中存在着迄今未知的缺陷。假如某人称他知道X正是因为他已从其所知道的某些公理(比如非常简单的算术真理)证明了它，而我们却说：‘好，我们承认你已经根据逻辑规律从已知真理演绎出X，这个证明很短，而且我们也承认你没有明显的短期记忆缺陷，但我们就是不认为你知道X。’这显然是没有道理的。”[1]

---

① C. A. Anderson, “The Paradox of the Knower”, *Journal of Philosophy*, Vol. 80(1983).

不过，安德逊通过对这种方案的分析也得到一些有益的结果。他指出，对这个问题的一般分析应考虑三元谓词 $I(x,y;z)$ 即 z 从 x 和 y 共同推出(这里我们用两个前提代表有穷多个前提)。这样，模式(C)就应变为：

$$(I(\ulcorner p \urcorner, \ulcorner q \urcorner; \ulcorner r \urcorner) \wedge K(\ulcorner p \urcorner) \wedge K(\ulcorner q \urcorner)) \rightarrow K(\ulcorner r \urcorner)$$

其中，若 p、q 相同，则还原为 C。

读者或许对推论中的某些经验前提仍存有疑问：即使这些推论都是逻辑上有效的，而且认知主体心理也是完全正常的，难道这就足够了吗？若假定我们的知识基于某种方式的概率，那么我们的某些推论，即使是有效的，也可能不满足保存知识的需要。就是说，它们在使(C)有效所要求的意义上可能不是“正确推论”。比如我们在某个地方使用合取引入——从 A 和 B 推出 $A \wedge B$。如果这样，即使我知道 A 而且知道 B，这个合取式被看作知识的概率或许也过低。但这个意见在此亦不起什么作用。正如安德逊所分析：即使我们依据概率去定义知识(对此有许多不同意见)，我们上述推论中所有前提给出的都是必然真理。在概率的通常处理上，它们都具有最大概率 1，而且不存在由它们进行的有效推理会减低这一概率。

“真值间隙论”方案也经常被用来尝试解决语用悖论。比如有人认为，知道者悖论问题是由如下事实引起的：知识实际上是命题的属性，而在某些情况下，像(D)中的 N 这样的自我指涉语句并不表达命题，因而没有真值。而正像在说谎者悖论的情形中存在着强化的说谎者悖论一样，这里同样也存在一个强化的知道者悖论。兹引入谓词 $E(x,X)$，意思是配有哥德尔数 x 的语句表达 X，而 X 是以“命题”为值域的一种新引入变项。则可有定义：

$$K_S{}^* =df \exists X(E(x,X) \wedge Ks(X))$$

其中 $Ks(X)$ 是实际的知识谓词，意味着命题 X 是已知的。则据哥德尔自指定理，存在如下语句 Φ：

$$\Phi \leftrightarrow K_S{}^*(\ulcorner \neg \Phi \urcorner)$$

是可证的。假如我们说 Φ 不表达命题,则该等价式右边的语句只是假的,而并不处于真值间隙。左边则可证地与之等价,它未包含任何比谓词 $K_S{}^*(x)$更可疑的东西。故看来我们又不得不说 Φ 毕竟有一个真值。由此重新建构悖论是很容易的。

如本节开头引用的蒙塔古与卡普兰的论述所显示,塔尔斯基型经典方案也并非没有人引入到语用悖论研究中来。有一种意见是我们应直接地禁止 $Ks(\ulcorner p \urcorner)$作为合式公式,如果 p 本身又包含 Ks 的话。按照这个要求,我们就不能说 $Ks(\ulcorner \exists x(Ks(x) \vee \neg Ks(x)) \urcorner)$,而只能引入知识谓词的不同层面,如说 $Ks_1(\ulcorner \exists x(Ks_0(x) \vee \neg Ks_0(x)) \urcorner)$。这种方案是非常激进的。而其所拒斥的前一个公式作为日常语言中的对应物,看上去应是不成问题的。一个较为宽松的选择允许这类语句是合式的,但又把它们看作是恒假的。这显然仍是难以令人信服的。

联系上一章我们对语义悖论解决方案的讨论及本章所展现的语用悖论的特性,不难作出断言:语用悖论的出路只能在于语境敏感方案。如我们所看到的,当前活跃在语用悖论研究前沿并作出了重要工作的学者,大多数都是语境敏感解悖方案的主张者。在 1983 年发表的《知道者悖论》一文中,安德逊运用伯奇型语境敏感谓词的思路,给出了知道者悖论的一种语境敏感解决方案。他所使用的形式算术系统是弱于皮亚诺系统 PA 的鲁宾逊系统 Q。因 Q 中哥德尔自指定理仍然成立,从而不会影响上述悖论的基本构造。

现考虑 Q 的一个扩充系统,它包含了一些新增非逻辑常项。现假定那些在该系统中可表达并为某个特定的主体 a 所知道的东西构成一个特定集合 K_0。该集合即构成 a 的知识库。我们假定集合 K_0 是递归可枚举的。如果 K_0 是有限的,不管它可能多大,都是递归可枚举的。现构造一个形式系统,其定理是从鲁宾逊算术公理与 K_0 的语句一起可推演出的语句。

我们称这个算术系统为 Q',现在我们可以提问关于它的各种问题。例如,它是相容的吗?回答显然是肯定的。实际上,所有 Q'的定理都是真的。

Q′的公理是真的，而我们增加了那些为 a 所知道的东西，而如前所述，凡真正的“知识”必是真的。而所有推理规则又均可保真。因而，Q′的每一个定理都是真的。从而，Q′具有语义可靠性和相容性。

兹令 G 是关于 Q′的哥德尔语句。那么，因为在 Q′中成立哥德尔自指定理，从而有：

$$(*)\vdash G \leftrightarrow \neg P_r(\ulcorner G \urcorner)$$

其中 $P_r(x)$是对于 Q′的算术化可证性谓词。仿照哥德尔，兹问：G 是否在 Q′中可证？如果它是，则据 *，$\neg P_r('G')$在 Q′中可证。而这样就有为假的东西在 Q′中可证，如我们已看到，这是不可能的。那么 G 也不在 K_0 之中，否则它就是在 Q′中可证了。故 a 不知道 G。但是，a 不知道的东西，我们却能够知道。我们刚才已经给出了 G 不可证的一个证明——如此它是真的。故 G 可以在由我们所知道的东西构成的集合 K_1 之中。我们也可表明，a 并不知道$\neg P_r(\bot)$。这里我们须使用哥德尔第二不完全性定理。

现假定上述推导中的“我们”就是认知主体 a 本身。上述论证表明，必须区分 a 在第一阶段 K_0 所知道的东西，和在考虑哥德尔论证之后的 K_1 所知道的东西。即必须在语境中严格区分“知道”的层面。

安德逊同时表明，要解决知道者悖论，还应同时把“推出”谓词 I 也改造成语境敏感谓词，否则悖论仍会出现。令“$I(x,y)$”为 x 正确推出 y，并将之加到 Q 之中，令 T 是某种已知的“真东西”，则对一个特定语句 ψ 有：

$$\text{(i) } \psi \leftrightarrow I((\ulcorner T \urcorner, \ulcorner \neg\psi \urcorner))$$

据哥德尔自指定理(i)是可证的，从而有：

$$\text{(ii) } I(\ulcorner p \urcorner, \ulcorner q \urcorner) \rightarrow (p \rightarrow q)$$

据“正确推出”的含义,(ii)对所有的语句 p 和 q 都是真的。取(ii)中的 p 和 q 分别为 T 和 $\neg\psi$,可推出:

(iii) $T \rightarrow \neg\psi$

因 T 为真,故可得 $\neg\psi$。现假设我们已从 T 推出了 $\neg\psi$,我们的推论会是正确的吗?我们知道(i)和(ii),而且我们已推出了(iii),故我们知道这个条件句。进而,因(iii)从必然真理(i)和(ii)推出,故它也是必然的。因此,应断言我们的推论是正确的。所以有:

(iv) $I(\ulcorner T \urcorner, \ulcorner \neg\psi \urcorner)$

然而这样再据(i)有:

(v) ψ

与(iii)相矛盾,矛盾又一次被“证明”。以上分析清晰地表明,为防止悖论出现,$I(x, y)$也应据语境因素划分到层级中去。

为使上述语境敏感的层次思想凝结在一个形式语义学中①,我们令 Lw 为通过在语法上增加谓词 $K_0, K_1 \cdots; I_0, I_1, \cdots$ 及其他可能的非逻辑常项而从 Q 得到的语言。则语言 Li 是通过略去所有其下标大于 i 的 K 和 I 谓词而从 Lw 得到的语言。现设有一个 L_0 的部分解释,称之为 V_p。它给出 Q 的常项和除 K_0 和 I_0 之外其他非逻辑常项的规范解释。设 Lw 的一个哥德尔配数法是事先给定的。V_0 是扩充 V_p 到整个 L_0 的赋值。而一般地说,V_{i+1} 是扩充 V_i 至整个 L_{i+1} 的赋值。我们称这样的赋值系列是紧致的,如果它们满足如下条件:

i. $V_i(K_i) \subseteq V_{i+1}(K_{i+1})$—— 这些是 Lw 的语句的哥德尔数的集合。

① 以下形式刻画可以跳过,不影响阅读的连续性。

ii. $V_i(I_i) \subseteq V_{i+1}(I_{i+1})$—— 这些是 Lw 的语句的哥德尔数序列的集合。

iii. 如果 n 是语句 p 的哥德尔数并且 $n \in V_i(K_i)$，则对于某个大于或等于 i 的 j，$V_j(p)=T$。

iv. 如果 n 和 m 分别是语句 p 和 q 的哥德尔数，且 (n,m) 属于 $V_i(I_i)$，则对某个大于或等于 i 的 j，有：$V_j(p \rightarrow q)=T$。

v. 如果 $(n,m) \in V_i(I_i)$ 并且 $n \in V_i(K_i)$，则 $m \in V_i(K_i)$。

这些赋值考虑到了逻辑常项和通常方式上的量词。

再令 $V=U_{i\in w}V_i$ 为 Lw 的赋值函数。存在赋值函项的紧致序列。为简化起见，假定 Lw 只含有 Q 的常项 K、I 谓词。我们可取 $V_0(K_0)$ 由从 Q 的公理与 Lw 可证的语句的哥德尔数而构成。取 $V_0(L_0)$ 由所有与从 Q 的公理可证的语句 $p \rightarrow q$ 相应的 Lw 的语句的哥德尔数序列 (n,m) 构成。又令 $V_{i+1}=V_i$，刻画了某个不懂得更高层面上的任何东西的主体。请注意，这样处理可使 $K_0(\ulcorner \forall x(K_0(x) \vee \neg K_0(x)\urcorner))$ 甚至 $K_0(\ulcorner \forall x(K_1(x) \vee \neg K_1(x)\urcorner)$ 为真。这显然在直觉上是完全可接受的。

还有一些更有意思的赋值。我们可以从公理系统 Q 开始，令 $V_0(K_0)$ 为其中可证语句的集合。现增加所有语句 $K_0(\ulcorner p\urcorner) \rightarrow p$（对 Lw 的所有语句 p）。对每一 i，令 Q_{i+1} 是通过增加 $K_{i+1}(\ulcorner p\urcorner) \rightarrow p$ 到 Q_i 中而得到的公理系统。则我们可以令 $V_{i+1}(K_{i+1})$ 是那些在 Q_i 中可证语句的哥德尔数与具有 I_i 类似的赋值。最终每一个东西都得到一个真值。这是一个知道全部鲁宾逊算术，在每一个层面上都能认出他在较低层面上知道的任何东西为真并从中引出结论的认知主体。请注意，这样 $K_i(\ulcorner \phi \leftrightarrow K_i(\ulcorner \neg\phi\urcorner)\urcorner)$ 便成为真的，但 $K_i(\ulcorner K_i(\ulcorner \neg\phi\urcorner) \rightarrow \neg\phi\urcorner)$ 成为假的，而 $K_{i+1}(\ulcorner K_i(\ulcorner \neg\phi\urcorner) \rightarrow \neg\phi\urcorner)$ 又成为真的。

下面给出的一个元定理可更清晰显示上述语义学如何处理知道者悖论。

定义：Lw 的一个语句 ϕ 是 k—有效的，如果在从一个连贯的序列 V_p，V_0，V_1，…而构造的每一解释 V 中它都是真的。

注意在增补了 K 和 I 的 Q 中的可证公式都是自动地是 K—有效的。如果对所有的 K－有效语句 ϕ,$V(K_i(\ulcorner\phi\urcorner))=T$,则我们说一个解释刻画一个 i—完全的认知主体。

元定理:对任何 i,没有解释能刻画一个 i—完全认知主体。

证明:对任一特定语句 ψ_i,$\psi_i\leftrightarrow K_i(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner)$是 K—有效的。如上所见,$K_i(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner)\rightarrow\neg\psi_i$ 是 K—有效的。因为$\neg\psi_i$ 是它们的逻辑后承,而且 K—有效性在逻辑后承中得到,故而$\neg\psi_i$ 是 K—有效的。因此,一个刻画 i—完全认知主体的解释将有 $V(K_i(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner))=T$。但$\neg K_i(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner)$由$\neg\psi_i$ 和 $\psi_i\leftrightarrow(K_i(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner))$推出,从而是 K—有效的。

请注意,$\neg K_{i+1}(\ulcorner\neg\psi_i\urcorner)$不是 K－有效的。这样我们便得到一个解释,用以刻画主体在 $i+1$ 层面上知道$\neg\psi i$。如果$\neg K_i(\ulcorner\phi\urcorner)$是 K－有效的,而$\neg K_{i+1}(\ulcorner\psi\urcorner)$不是 K－有效的,则称语句 ϕ 是 i—超越的。我们有如下系定理:对每一 i,都有一个 i－超越的语句 ψ_i。

应当指出,在这种处理方案下,认知主体知道在某个知识层面上的每一真语句(尽管不能在任何一个层面上全部知道它们)是没有困难的。

安德逊的上述方案可视为伯奇解决说谎者悖论的方案向知道者悖论的推广,自然也分有人们对真值谓词和认知谓词"索引性"的质疑。伯奇本人 1984 年发表《论认知悖论》一文,也以普莱尔悖论的解决为例,说明了运用其语境敏感方案解决认知悖论的一般途径。尽管人们已经对其真值谓词"索引性"方案纷纷提出质疑,但因其语境敏感方案在处理认知悖论方面而所显示出的威力,使伯奇仍然断言:语义悖论和认知悖论"这两种绳结均可通过把握各种评价概念(语义的或命题态度的)的索引与派生的性质而解开"①。

由孔斯所确立的伯奇型语境敏感方案与情境语义学方案之间的形式同态性,我们很容易把安德逊的伯奇型方案转化为情境语义学方案;而孔斯发

① T. Burge,"Epistemic Paradox",*The Journal of Philosophy*,Vol. 81(1984).

现，使用语境敏感方案所通用的形式语用学，不仅可以较圆满地处理各种认知悖论，而且也可以较圆满地处理以盖夫曼—孔斯悖论为中心的合理行动悖论；而若用语境迟钝方案，即使运用看上去更吻合"置信"现象之实际的概率化方案，也是无济于事的。对这个结论之论证，构成孔斯1992年出版的《信念悖论与策略合理性》一书的中心内容。

以上研究成果无疑形成了对新兴的语境敏感方案的有力支持，进一步强化了其相对于语境迟钝方案的优势地位，从而强化了我们所概括的"回归自然语言，在语形、语义、语用的统一中深化和拓展悖论研究"之大趋势。

语用悖论的出现及其研究成果，使逻辑悖论研究在社会实践领域的应用价值得以凸显。回归自然语言的逻辑悖论研究，无疑会引起以自然语言理解为重要内容的人工智能理论界的兴趣，而认知悖论探讨又与知识处理等前沿理论问题相关，因而备受重视。一个重要的象征是，在近年来美国IBM Almanden研究中心每隔两年召开一次的"关于知识的推理"大型研讨会上，各种语用悖论一直在会议话题中占有重要地位。本书提到的巴威斯、盖夫曼、孔斯、托马森等长期致力于逻辑悖论研究的学者都在会议上发表了有关成果。合理行动悖论所触及的"策略理性"概念，是当代博弈论研究的核心概念之一，与出现于博弈论经济学和其他有关社会科学学科之中的"理性经济人"（或"理性政治人"等）模型的研究本质相关。这无疑使得悖论研究成果的应用又进入了一个广阔的领域。而我国学界由于种种原因形成的长期忽视语用悖论研究的状况，无疑应予以彻底改变。

第四节　逻辑全能问题与动态认知逻辑

作为一门哲学逻辑学科的认知逻辑，是当代科学体系中将抽象哲学玄思与具体实用技术结合得最为密切的学科之一。它最先由哲学家和逻辑学家基于纯粹的理论兴趣而创建，继而引起语言学界、博弈论经济学和信息经济学界的浓厚兴趣，近年来又被计算机科学与人工智能学界广泛研究，从而成为多学科合力攻关的一个领域。而该学科面临的核心问题之一——"逻辑全能问题"，与认知悖论研究有着十分密切的关联，值得在此专门予以说

明与讨论。本节拟首先给出“逻辑全能问题”的一种严格刻画,然后评述用于解决该问题的两种新型的“动态认知逻辑”方案,并试图由此显示其与逻辑悖论研究的深刻关联。

“逻辑全能问题”是针对经典的模态化认知逻辑而提出的。芬兰著名逻辑学家和哲学家欣迪卡 1962 年出版的《知识与信念》一书,是学界公认的认知逻辑奠基之作。[①] 该书所建立的关于“知道”与“相信”这两种基本命题态度的逻辑系统,是仿照关于“必然”、“可能”的真势模态逻辑而构造的。几十年来的认知逻辑研究,主要是沿着这种模态化范式(通称“欣迪卡范式”)而发展的。这种研究范式具有重要的优长:真势模态逻辑的许多重要结果与方法,特别是可能世界语义学技术,可以很方便地移植到认知逻辑研究中来。除“知道”与“相信”外,人们也由此成功地建构了许多有关其他命题态度的逻辑系统。然而,欣迪卡本人早已认识到,在这种模态化系统中,认知主体具有极端理想化性质:这样的主体掌握所有(系统内的)逻辑真理,掌握其已有知识的所有逻辑后承,并且掌握有的逻辑等价式。对于一个实际的认知主体,无论是个人主体、集体主体还是人工智能主体,这显然都是过强的要求。因此,这种系统肯定不是实际的命题态度的充分适当的刻画。欣迪卡将这个问题称为“逻辑全能问题”(Logical Omniscience Problem,可简记为 LOP)。随着以“有限理性人”为对象的信息经济学与人工智能学界的介入,LOP 的解决已成为当代认知逻辑研究的一个核心课题。

下面我们给出有关知道逻辑的 LOP 的一种严格塑述。欣迪卡范式的模态化系统有一个重要特点:关于不同主体的命题态度算子可以在同一系统中得到处理;而如果使每一系统只考虑单一主体,则这样的系统在结构上就类似于带“必然”算子的正规模态逻辑,可以在具有单一的二元选择关系或可及关系的克里普克框架上建立其语义学。以往人们习惯于先研究单一主体系统,然后向多主体系统推广,但现在由于人工智能分布式系统研究的需要,近来认知逻辑系统一般直接用带有有穷多个主体的多主体语言来构

---

① Cf. J. Hintikka, *Knowledge and Belief*, Coenell University Press, 1962.

造,从而可用带有多元可及关系的克里普克框架来建立语义学。如下系统 S_{4e}和 S_{5e}通常被视为刻画有 n 个主体情形下的理性知识的逻辑系统,它们分别类比于真势模态逻辑系统 S_4 和 S_5 而构成。

令 Agt 为认知主体集{1,……,n},主体元变项为 i,At 为原子公式集{p,q,r,s,……},合式公式元变项为 A、B,则 S_{4e}合式公式集 Le 为满足如下条件的极小集:

1. $\mathrm{At} \subseteq \mathrm{Le}$
2. 若 $A \in \mathrm{Le}$,则$\neg A \in \mathrm{Le}$
3. 若 $A \in \mathrm{Le}$ 且 $B \in \mathrm{Le}$,则$(A \rightarrow B) \in \mathrm{Le}$
4. 若 $A \in \mathrm{Le}$ 且 $i \in \mathrm{Agt}$,则 $K_iA \in \mathrm{Le}$

公式 K_iA 解释为主体 i 知道 A,真值函项联结词定义及括号用法约定如常。S_{4e}有下列公理模式:

PC.任一完全的命题演算系统的所有公理模式。

K. $K_i(A \rightarrow B) \rightarrow (K_iA \rightarrow K_iB)$

T. K_iA

4. $K_iA \rightarrow K_iK_iA$

S_{4e} 的变形规则为:

MP:若 A 与 $A \rightarrow B$ 均可证,则 B 可证。

N:若 A 可证,则 K_iA 可证。

系统 S_{5e}尽在如上系统中增加公理模式:

5.$\neg K_iA \rightarrow K_i\neg K_iA$

S_{4e}、S_{5e} 的证明、定理等概念如常。

公理 K 可释为主体的知识在肯定前件式下封闭。公理 T 则可释为主体的"知"蕴涵"真"(主体知识自身的相容性是它的明显推论)。公理 4 和公理 5 分别是正自省公理和负自省公理,负自省显然比正自省更强。显然,有关 S_{4e} 和 S_{5e} 的 LOP 直接导源于从真势模态系统的必然化规则类比而来的 N 规则,同时,两系统均有如下导出规则:

M:若 $A \rightarrow B$ 可证,则 $K_iA \rightarrow K_iB$ 可证。

C:若 $A \leftrightarrow B$ 可证;则 $K_iA \leftrightarrow K_iB$ 可证。

显然,规则 N、M、C 分别对应于上面给出的 LOP 的三种表述。

这种具有 LOP 从而不能刻画认知者的实际知识的系统,其研究价值何在? 不少学者为其价值进行了辩护,指出若把 K_iA 释为主体 i"隐涵地(implicitly)知道 A"或"能够(can)知道 A",甚或直接释为"A 可从 i 的知识中推出",则 S_{4e} 和 S_{5e} 等系统就是非常合理的逻辑系统,并因而具有重要的认识论和逻辑哲学研究价值。这种辩护无疑是有说服力的,但即使从哲学上看,实际知识或明晰知识的概念,也比可能知识或隐涵知识的概念重要,更何况后者根本不能适应信息经济学和人工智能研究的迫切需要。有鉴于此,我们必须设法建构摆脱 LOP 的认知逻辑系统。

既知 S_{4e} 和 S_{5e} 之类系统是实际的命题态度的过强刻画,我们是否可以通过某种方式使之"弱化",以接近实际的命题态度呢? 这正是长期以来在模态化范式内解决 LOP 的主导思路。一类方案是限制认知主体的推理能力,即在前列演绎装置中消除某些公理或变形规则,比如取消 N、E、C 规则甚或 K 公理这样的认知公理,乃至某些命题逻辑公理。这类方案可被塑述为一种理想化序列:主体的"认知视域"随公理或推理规则的增加而增加。这种方法可以消解原初的 LOP,但无法回答这样的质疑:无论我们的系统多么弱,对实际主体来说,它们仍会过强;反之,我们也没有任何理由假定主体局限于一个极弱的系统所刻画的模式内思考。解决问题的另一类方案是欣迪卡本人倡导的非经典语义学途径,比如引入所谓"不可能的可能世界",

在其中经典逻辑法则失效，从而使 LOP 得以避免。欣迪卡试图通过所谓“瓮(urn)模型”的建构，使之与经典的可能世界理论形成一种微妙的互补关系，以避免人们对认知主体非理性化的责难，说明主体并非不能进行逻辑推理，只是不能推出太多的逻辑后承。尽管这种方案得到亚相容逻辑学者的坚定支持(两者的确殊途同归)，但因为这类非标准语义学与日常认知直觉的严重悖离，特别是与从经典知识定义直接推出的 T 公理相冲突，而且不可能在日常二值语义学中得到合理的建构，使这种方案需付出过高的代价。这种代价在某种意义上并不亚于承认逻辑全能。显然，解决 LOP 应另谋出路。德国学者达克(H. N. Duc)正是在感到“弱化”之路困难重重之后，独辟蹊径，提出了一种非弱化的动态认知逻辑。

达克对以往所有弱化方案(包括他本人过去提出的一些方案)提出了一种基本的元理论批评。他指出，我们研讨认知逻辑既要避免“逻辑全能”，但同时也要避免“逻辑无能”(Logical Ignorance)。我们的研究旨趣应在于拥有某些足够强的适当刻画实际命题态度的认知逻辑系统，其中的认知主体应掌握逻辑真理的一个充分大的类，以便从其知识中引出充分多的结论。他诘问道：“如果我们否认公理 K 或和谐规则(即 C 规则)甚或更弱的原则的有效性，那么认知逻辑还剩下什么呢?”“如果主体的知识规程弱到不能被这些公理或规则所描述，仍存在一种合理的方式去描述知识吗?”[①]达克认为，实际主体对于其已有知识的推导的确不是逻辑全能的，但也绝不是逻辑无能的，LOP 的真正解决必须是在逻辑全能与逻辑无能之间寻找一种合理的平衡。与此同时，达克还认识到，以往提出的认知逻辑系统都只适用于静态的知识，因而至多能描述在单一时间点上的知识、集合。而实际主体关于知识的推导显然是具有过程性的。经反复研讨，达克颖悟到：通过引入表示知识推导过程的逻辑算子，我们可以建构一种既能刻画具有充分的逻辑推理能力的主体，又能解决 LOP 的动态认知逻辑系统。

---

① H. N. Duc, “Reasoning about Rational, but not Logically Omniscient, Agents”, *Journal of Logic Computation*, No. 5, 1997.

我们通过对前列系统的改造给出动态认知逻辑系统的一个范例。令动态认知逻辑系统 S_{4ed}的合式公式集 Led 为下列条件下的极小集：

1. $Le \subseteq Led$
2. 若 $A \in Led$，则 $\neg A \in Led$
3. 若 $A \in Led$ 且 $B \in Led$，则 $(A \rightarrow B \in Led)$
4. 若 $A \in Led$ 且 $i \in Agt$，则 $\langle F_i \rangle A \in Led$

其中$\langle F_i \rangle A$ 可释为"A 在 i 的某一推导过程之后为真"，通过定义引入$[Fi]$，释为"A 在 i 的任一推导过程后为真"。这里"某一推导过程"指主体对系统的公理和变形规则的任意有穷次使用。

在引入 S_{4ed}的公理之前，需引入 Le 的一个子集 Le^-：

1. $At \in Le^-$
2. 若 $A \in Le^-$，且 $i \in Agt$，则$\{(A \wedge B, (A \vee B), K_iA)\} \subseteq Le^-$

S_{4ed}的公理模式如下：

$PC_1. A \rightarrow (B \rightarrow A)$

$PC_2. (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$

$PC_3. (\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

$TL_1. [F_i](A \rightarrow B) \rightarrow ([F_i]A \rightarrow [F_i]B)$

$TL_2. [F_i]A \rightarrow [F_i][F_i]A$

$D_1. K_iA \wedge K_i(A \rightarrow B) \rightarrow \langle F_i \rangle B$

$D_2. K_iA \rightarrow A$

$D_3. K_iA \rightarrow [F_i]K_iA$，若 $A \in Le^-$

$D_4. \langle F_i \rangle K_i(A \rightarrow (B \rightarrow A))$

$D_5. \langle F_i \rangle K_i((A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)))$

$D_6. \langle F_i \rangle K_i((\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B))$

D_7.$\langle F_i \rangle K_i(K_iA \rightarrow A)$

D_8.$K_iA \rightarrow \langle F_i \rangle K_iK_iA$，若 $A \notin Le^-$

S_{4ed} 的变形规则为：

R_1.MP(分离) 规则

R_2.若 A 可证，则$[F_i]A$ 可证

本系统中刻画主体推导过程或推导行动的算子$\langle F_i \rangle$和$[F_i]$，是这种动态认知逻辑之区别于静态认知逻辑的基本算子，它们显然由计算机程序逻辑中的程序算子启发而来，但赋予了一种全新的解释。假设主体既知道 A 又知道 $A \rightarrow B$，在任一正规认知模态系统中都可以演绎出 $K_i(A \wedge B)$。然而这个推论对于实际主体并不可靠。不能保证实际主体在知道 A 和 $A \rightarrow B$ 时会自动地知道 $A \wedge B$。但我们可以说，如果施行正确的推理，经过一个推导过程之后，任一有一定理性化程度的实际主体都能够知道 $A \wedge B$。若再假设合取引入这条导出规则已知，则主体在推导过程中只需相继完成运用 MP 和合取引入两个步骤。

S_{4ed} 的公理模式除 PC 公理外，只有 D_2 没有推导行动算子，该公理表明了本系统与经典知识概念和经典语义学的相容性。三条 PC 公理加 R_1 规则是经典命题演算的一种常用的完全系统。若把 TL_1、TL_2 中的$[F_i]$释为“在所有未来时刻”，由此再加上 R_2 规则即可形成极小时态逻辑的完全公理化(这个事实是很重要的)，故使用了现在的规则名称，它们在动态认知逻辑语义阐释下的合理性是自明的。公理 D_1、D_3—D_8 则刻画了主体认知过程的动态性。D_1 说主体能够使用肯定前件式去分离知识，D_3—D_8 说主体能够使用经典命题逻辑公理，D_7 说主体确信他的已有知识。D_3 和 D_8 两条比较特殊：D_3 可释为“持续公理”，即主体经某个推导过程之后，不会忘记其已有的东西，D_8 则说主体有持续的自省能力。持续公理是保证本系统合理性的基础性公理。试想，在前例中，如果主体在使用 MP 规则后立即忘掉了 A，就不能再使用合取引入规则获得结论 $A \wedge B$。然而，持续公理

在如下两个条件下才具有合理性:

1. A 的真值在主体进行推导的时间段内不发生变化;

2. A 的真值不能因主体的推导行动而变化。

条件 1 要求在我们使用的语言中不能有时态索引词,从而不允许推导行动算子出现在认知算子的辖域之内;条件 2 则排除$\neg K_iA$ 这样的公式。主体现在不知道 A,但可能作为其推导过程的结果而知道 A。所以 D_3 与 D_8 之成立,均以 $A \in Le^-$ 为条件。

容易证明,S_{4ed} 是一个具有相容性和可靠性的系统,同时又消除了 S_{4e} 系统的 LOP;N、M、C 规则都不再有效,而且,除了由 A 推 A 这样的不具有认知意义的平凡规则外,S_{4ed} 不要求在任何非平凡的规则下封闭。但是其刻画的认知主体又不是逻辑无能的;在完成适当的推导之后,主体能够从其已有知识推出系统内可推出的任一逻辑后承。比如以下定理即体现了主体推理能力:

1. $K_iA \wedge \langle F_i \rangle K_i(A \rightarrow B) \rightarrow \langle F_i \rangle K_iB$
2. $K_iA \wedge \langle F_i \rangle K_iB \rightarrow \langle F_i \rangle K_i(A \wedge B)$
3. $K_i(A \wedge B) \rightarrow \langle F_i \rangle (K_iA \wedge K_iB)$
4. $K_i(A \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow \langle F_i \rangle K_i(A \wedge B)$

显而易见,遵循上述思路,可以在任何逻辑系统的基础上建构动态认知逻辑,只要假定引入系统的主体接受系统的所有公理与规则,并且能够使用它们即可。这种方案既能在系统内消除 LOP,又不必诉诸非经典语义学,符合最小代价最大收益原则,因此有高度的可接受性。不过,该方案的性质及其价值当在如下几方面进行深入研究后才能得到进一步认识:1. 元理论研究,特别是各系统的可判定性和完全性研究。2. 拓广与应用研究。S_{4ed} 之类系统具有主体同质性、单调性及知识非索引性等局限,若将之拓广到可处理异质主体、非单调推理及索引性知识的系统,会有更大的应用价值。3. 哲学研究。仅就这种方案引入动态算子而并不求助于非经典语义学这一点来看,就具有重要的哲学研究价值。动态认知逻辑方案在何种层面何种程

度上可视为 LOP 的“解决”,也是一个值得进一步探讨的问题。不难见得，S_{4ed} 这样的动态系统所刻画的主体也具有高度的理想性:系统内所有主体均“能够”在有穷步骤内推出由系统演绎装置所决定的任一后承。若系统不具有能行可判定性(且不考虑理论能行与实际能行的区别),这种主体的存在也是不可能的。因此,该方案在实际应用中也有“弱化”的必要。

运用动态认知逻辑解决 LOP 的一种最新进展,是与在解决悖论问题方面已显示出解题优势的情境语义学相结合,即把认知主体在思考问题时的“情境”因素本质地引入认知逻辑系统之中。我国人工智能理论专家杨鲲等人所提出的旨在解决 LOP 问题的 EL 系统,即是此方向上的可贵努力。[①]

在 EL 中,将信念和知识分为显式和隐式。显式信念/知识是指推理者实际具有的、并与推理者当前推理直接相关的认知部分;隐式信念/知识是与推理者目前考虑的问题无关、可暂不考虑的认知部分,它常常蕴涵在显式认知当中。认知主体拥有一个相对较小的显式认知集和一个相对来说较大(甚至是无穷)的隐式认知集。在 EL 中,显式认知成立的环境是“情景”(“情境”的另一译法)。在情景中,一个命题可以为真、为假、或无知(不知真假)、或既为真又为假。

EL 的模型 $\mathfrak{M}$ 是一个五元组结构:$\langle S,B,K,T,F\rangle$,其中 S 是情景集;B(S 的子集)是适合于认知主体的显式信念的情景集;K(S 的子集)是适合于认知主体的显式知识的情景集;$T:\Phi\rightarrow 2^S$ 是从原子命题集到幂集的映射,对每个原子命题 p,$T(p)$是所有支持 p 为真的情景的集合;$F:\Phi\rightarrow 2^S$ 是从原子命题集到幂集的映射,对每个原子命题 p,$F(p)$是所有支持 p 为假的情景的集合。$\Phi=\{p,q,r,\cdots\}$表示非空的原始命题集。

EL 定义了$\models_T$ 和$\models_F$,表示结构$\langle\mathfrak{M},s\rangle$和 EL 合式公式之间的满足关系和不满足关系,其中 $\mathfrak{M}$ 表示模型,s 表示情景。$\langle\mathfrak{M},s\rangle\models_T\phi$ 表示“在情景 s 下 $\mathfrak{M}$ 使得 ϕ 为真”,$\langle\mathfrak{M},s\rangle\models_F\phi$ 表示“在情景 s 下 $\mathfrak{M}$ 使得 ϕ

① 参见杨鲲等:《认知逻辑中逻辑全知问题及其解决方法》,《吉林大学学报》(自然科学版)1999 年第 3 期。

为假”。

EL包括显式信念算子 B、显式知识算子 K、隐式信念算子 L 和隐式知识算子 P。B、K 的语义用“情景”这种弱化的可能世界语义表示，L、P 的语义则仍用标准的可能世界语义来描述。显式认知在情景集中推理，隐式认知在可能世界中推理，且彼此发生联系。其主要语义规则如下：

1. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T p \leftrightarrow s \in T(p)$
2. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F p \leftrightarrow s \in F(p)$
3. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T \phi \vee \psi \leftrightarrow (\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T \phi \vee \langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T \psi)$
4. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F \phi \vee \psi \leftrightarrow (\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F \phi \vee \langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F \psi)$
5. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T \neg \phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F \phi$
6. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_F \neg \phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T \phi$
7. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T B\phi \leftrightarrow$ 对所有的 $\mathrm{s}' \in \mathrm{B}$，都有 $\langle \mathfrak{M},s'\rangle \models_T \phi$
8. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T B\phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M},s'\rangle \models_T B\phi$
9. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T K\phi \leftrightarrow$ 对所有的 $s' \in K$，都有 $\langle \mathfrak{M},s'\rangle \models_T \phi$
10. $\langle \mathfrak{M},s\rangle \models_T K\phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M},s'\rangle \models_T K\phi$

其中 ϕ、ψ 表示 EL 的合式公式，语义规则 1 和 2 表明了何谓一个情景使得一个命题为真或为假，语义规则 3—6 是显然的，语义规则 7 和 9 表明，命题重言式不必在每个情景中都被赋予为真(因为在情景中，一个命题可以为真、为假、或无知、或既为真又为假)，这样就避免了 LOP 问题的出现。对隐式信念算子 L 和隐式知识算子 P 的语义仍用标准的可能世界语义学来描述，但 EL 中并没有给出可能世界集，而只给出了情景集，所以要借助于一个函数 R 来得到可能世界集。

通过函数 $\mathrm{R}:\Phi \rightarrow 2^{\mathrm{S}}$ 可由情景 s 得到满足如下特征的情景集：(1)该情景集中的情景使得在情景 s 下，一个命题为真或为假；(2)该情景集中的情景使得情景 s 将命题重言式赋值为真。若情景 s 不相容(即在 s 下一个命题既为真又为假)，则 $\mathrm{R}(s)$ 为空。此时的情景已经退化为可能世界语义下

的可能世界。因此，由正规模态逻辑中模态算子的可能世界语义解释，可得隐式信念算子 L 和隐式知识算子 P 的语义规则为：

11. $\langle \mathfrak{M}, s\rangle \models_T L\phi \leftrightarrow$ 对所有的 $s' \in R(B)$，都有 $\langle \mathfrak{M}, s'\rangle \models_T L\phi$
12. $\langle \mathfrak{M}, s\rangle \models_T L\phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M}, s'\rangle \models_T L\phi$
13. $\langle \mathfrak{M}, s\rangle \models_T P\phi \leftrightarrow$ 对所有的 $s' \in R(K)$，都有 $\langle \mathfrak{M}, s'\rangle \models_T \phi$
14. $\langle \mathfrak{M}, s\rangle \models_F P\phi \leftrightarrow \langle \mathfrak{M}, s'\rangle \models_T P\phi$

EL 包括了有关信念和知识的逻辑，它将信念/知识分为显式和隐式两部分，显式部分在情景集中推理，隐式部分在可能世界集中推理，从拒斥逻辑全能和逻辑无能两方面看都是比较合理的。但 EL 也存在着诸如不允许信念嵌套、不允许使用量词等一些缺憾，在形式技术和哲学说明两方面均需进一步改进。

以上评述已使得逻辑全能问题与语用悖论的密切关联昭然若揭。蒙塔古的“算子观点”，为探讨二者的关联提供了一个基本的起点。把命题态度概念的形式刻画由语句谓词“转化”为语句形成算子，虽然可以回避某些认知悖论，却无法回避逻辑全能问题。① 由于逻辑全能问题的“逼迫”而产生

① 潘天群教授近期建构“怀疑逻辑”的工作，对认识这个问题也具有特殊的启发价值。他于 2004 年为“怀疑”这种“负的”的命题态度算子建构了公理系统（见《建立在“笛卡尔公理”上的一个怀疑逻辑系统》，《湖南科技大学学报》2004 年第 5 期），并于 2005 年为该系统建立了基于“三分认知世界”（信念世界、怀疑世界和无知世界）的语义模型（见《认知命题集合的逻辑构造及其相互关系》，《哲学研究》2005 年第 3 期）。在这个模型中，所有逻辑真命题都在主体的信念世界之中，所有逻辑矛盾命题都在怀疑世界之中，这显然是“逻辑全能”的一种新的刻画形式。潘天群教授同时指出，这样的系统“刻画的认知主体是‘理想的’或者说绝对理性的认知主体，这样的认知主体不会拥有矛盾信念。但实际中的认知主体可能拥有矛盾信念，即实际的认知主体是有限理性的”；同时，该系统“刻画的只是人们的静态认知结构，而在实际中人们的认知世界是动态变化的”。可见，关于人类实际上的有限理性主体或认知共同体的“合理怀疑”的逻辑机制的刻画，应成为探寻逻辑全能问题之出路的一个重要视角。而正是基于对有限理性认知主体可能拥有矛盾信念的认识，陈晓华博士最近提出了一种基于“强矛盾信念”和“弱矛盾信念”之分的“解全标准”，为此提供了一种新的方法论工具（见《解决逻辑全能基本制约性标准及哲学反思》，《湘潭大学学报》2008 年第 6 期）。——修订本注

的动态认知逻辑,显然与语境敏感解悖方案具有本质上的相通性。因而在今后的研究中,二者应当形成一种良性互动关系。达克提出的"逻辑无能问题",是一个很有启发价值的概念。循此视角考察以往所有认知逻辑系统(包括上述动态系统),我们可以看到,相对于实际的理性人主体,这些系统所刻画的认知主体一方面是高度理想化的,另一方面又是非常"无能"的。这些系统内的主体,即使各自带有不同逻辑系统的异质主体,其再强的推导能力也是相对于系统的,而实际的理性人主体的逻辑推导具有本质上的扩张性,绝不会仅局限于某一系统之内。我认为,逻辑全能与逻辑无能问题是现代逻辑发展向现代哲学提出的一个十分基本的问题,其地位可与传统哲学中的休谟问题相提并论;至少可以说,该问题与一系列语用悖论之间的关系,和休谟问题与一系列归纳悖论之间的关系相类似①,因而值得备加关注与深入研讨。

---

① 休谟问题与归纳悖论及其相互关系的研究,可参见陈晓平:《归纳逻辑与归纳悖论》,武汉大学出版社 1994 年版。[新近的探讨可参见顿新国:《归纳悖论研究》,人民出版社 2012 年版。在笔者看来,要解决休谟问题与归纳悖论、逻辑全能问题和认知悖论这两大系列疑难,一个重要的基础性工作是厘清认知行动与其"产品"(命题、信念及其系统)之间的区别与关联机制。经典演绎逻辑和归纳逻辑都是刻画"产品"之间的"后承"和"支持"关系的,而这些疑难实际上都涉及认知行动,包括推理行动与置信行动,而所有动态认知逻辑无不涉及这样的行动机理的刻画。由是观之,"合理行动悖论"的探索,或许应当居于更为核心的位置。但是,在目前已蔚为大观的各种"动态认知逻辑"的探索中,对上述区别与关联机制的探索尚缺乏高度的自觉。这也是我近年致力于探索"逻辑行动主义方法论"的动因之一。关于建构以认知行动为对象的"认知逻辑"(Logic of Cognition)以区别于以认知产品为对象的"认知逻辑"(Epistemic Logic)的认识,可参见拙文《走向一种层级分明的"大逻辑观"》(载《学术月刊》2011 年第 11 期)及《当代逻辑科学"应用转向"探纲》(载《江海学刊》2007 年第 6 期)。——修订本注]

第五章　逻辑悖论研究的哲学与方法论方向

如本书“导论”所表明的，逻辑悖论研究的哲学方向，主要指各类严格意义上的逻辑悖论之根源的哲学考察，各种解悖方案的哲学说明与叩问。依据 RZH 解悖标准，各种解悖方案本身即已包含其哲学说明层面，因而我们在前几章研究三类狭义逻辑悖论的过程中已进行了不少哲学讨论。本章前三节拟在此基础上探讨几个带有一般性和根本性的哲学问题；最后两节则就目前仍十分薄弱的研究领域——逻辑悖论研究的一般方法论方向，进行简要的讨论。

第一节　对角线引理：哲学思辨的形式澄明

英国哲学家汤姆逊(J. F. Thomson)在 20 世纪 60 年代初获得的“对角线引理”，表面上看只是一项技术性成果。然而，如下分析可以表明，该引理不仅可以对许多狭义逻辑悖论的结构给予统一刻画，而且它澄清了关于连续性与间断性的某些古老的哲学思辨的形式机理，因而具有重要的哲学研究价值。

通过本书第二章所展示的两个对角线方法的运用实例（实数不可数的证明和康托尔幂集定理的证明），我们可以看出，运用对角线方法

的关键步骤,是构造出一个具有“逆对角线性质”的“新”元素,使之不在矩阵所表示的集合之中。上述两个实例中的“新”元素内容虽各不相同,但在形式上却具有一个共同特征,即这个元素都本质地含有这样的定义:与而且仅与某种集合中所有那些同自己没有某关系的元素具有该关系。

先来看实数集 R 不可数的证明。通过分析可以看出,在 b 的构造过程中,实际上定义了这样一个二元关系 $P(m,n)$:若 m 代表矩阵中第 m 行,则 n 代表矩阵中第 m 行第 n 位数。这样 $P(n,n)$ 就成为矩阵对角线元素的刻画。假如“新数”b 出现于矩阵之中,根据 b 的构造要求则有:

$$P(k,n)\leftrightarrow\neg P(n,n)$$

即 k 与 n 有 P 关系,当且仅当 n 与 n 没有 P 关系。也就是说,某数是第 k 行的第 n 位数的充分必要条件,是它不是第 n 行的第 n 位数(因 k 是新数 b 的编号数,故这个定义就是为 b 本质地含有的)。而对角线方法的使用表明,这样的行 k 在矩阵中不可能出现。用集合论语言表述即为:

令 N 是自然数集合,P 是如上定义的二元关系,则 N 中不存在这样的元素,它与且仅与 N 中所有那些自身不具有 P 关系的元素具有 P 关系。

既然自然数集合中没有这样的元素,即不存在 b 的编号数,故而 b 不可能成为矩阵之内的一行。

再来看康托尔幂集定理的证明。直接地,由 S' 的定义知:x 属于 S',当且仅当 x 不属于 $f(x)$,设 $f(x_k)=S'$,则有:x 属于 $f(x_k)$,当且仅当 x 不属于 $f(x)$;再定义 Qxy 为 y 属于 $f(x)$,则可得:$Qx_kx\leftrightarrow\neg Qxx$。由对角线方法证明,$x_k$ 不可能在前述矩阵中出现,从而亦可用集合论语言表述为:

令 S 是任一集合，Q 是如上定义的二元关系，则 S 中不存在这样的元素，它与且仅与 S 中所有那些同自身不具有 Q 关系的元素具有 Q 关系。

上述 P、Q 都是一种特殊的关系，S 是一个特殊的集合，概括二者的共同特征将其一般化，可以得到：

令 S 是任一集合，R 是任一至少在 S 上有定义的二元关系，则 S 中没有这样的元素，它与而且仅与 S 中所有那些同自身不具有 R 关系的元素具有 R 关系。

用通行的符号语言可表示为：

$$\neg(\exists z)(z \in S \wedge (\forall x)(x \in S \rightarrow (Rzx \leftrightarrow \neg Rxx)))$$

这就是所谓“对角线引理”，它是由汤姆逊于60年代初在《论几个悖论》一文中首次提出的，故又称“汤姆逊引理”。正是通过对这一引理的运用，汤姆逊令人信服地揭示了集合论—语形悖论和类说谎者语义悖论的统一结构，从而把莱姆塞划分悖论类型以来一直被分别研究的两类悖论又紧密地联结了起来。

汤姆逊的论文是以格里灵悖论为第一范型而进行讨论的。根据对角线引理，我们有：

对任一形容词集合，都不存在这样的元素（形容词），它对而且仅对该集合中所有那些对自己不真的形容词为真。

在第三章中我们已看到，格里灵悖论产生于如下问题：“他谓的”（定义为“对自己不真的”）一词是不是他谓的？推导结果是：“他谓的”是他谓的，当且仅当“他谓的”不是他谓的。汤姆逊指出，这个悖论的得出有赖于下述

预设:如上定义的“他谓的”一词存在于形容词集合之中,而这个预设是明显违反对角线引理的。汤姆逊以三个英语词 long(长的)、short(短的)、heterological(他谓的)组成如下矩阵:

	l	s	h
l	×	×	√
s	√	√	×
h	√	×	?

√表示 x(横行元素)对 y(竖行元素)为真,×则反是。右下角的问号表明根据 h 一词的含义,此处无法填号。若任填一号,则从左上角到右下角的逆对角线之值,恰好表示了“他谓的”一词的外延,而由于后者必定与每一行至少有一个地方不同,因而不能等同于图中任何一行。

理查德悖论的问题看上去比格里灵悖论要复杂一些,但汤姆逊表明,在其受对角线引理统摄之结构层面,它与格里灵悖论是完全相同的。汤姆逊对理查德悖论做了如下塑述:

> 理查德悖论可用一种非常明显地类似于他谓悖论的方式来陈述。假定谓词被定义在正整数上(如“n 是一个素数”、“n 是 2 的一个幂”、“n 是 17 的某个乘方与 4 之和,等等),兹考虑所有英语中(译文应从汉语理解,下同——引者注)可表达的谓词的集合。我们假定它们可以某种固定的方式列举,从而我们可以说第 1 个、第 2 个、第 n 个谓词。兹考虑如下表达式:在序列中是第 n 个但对 n 不真的谓词。这是用英语陈述的,因而也是原初的集合中的一个谓词,从而它在谓词序列中有一个编号数 k。那么,第 k 个谓词既对 k 真又不对 k 真,从而得到一个矛盾。这正是他谓悖论的再现,只是此处谈论的是关于数字的谓词而不是形容词,加之谈论这样的谓词对配给它们的数字为真而不是说对它们自已为真。因此,对他谓悖论所说的许多东西也适用

于这个悖论。①

显然,汤姆逊的陈述是理查德 II 的另一种表达。我们实际上得到了一个在如下含义上不可判定谓词的例子:如果存在某种能行方式可在有穷步骤内判定一个给定整数是否满足某谓词,则称该谓词是在正整数域上可判定的,否则称为不可判定的。考虑定义在整数域上的关系 $T(n,m)$:某个确定的谓词序列中第 n 个可判定谓词对 m 为真。这是不是一个可判定关系呢?理查德悖论的对角线构造告诉我们,找出第 n 个可判定谓词的能行方式是不存在的。因为假设存在这种能行方式,则谓词就会是可判定的,而我们已看到它是不可判定的。

由此可见,尽管汤姆逊的成果所显示的是两个典型悖论的统一结构,但由此绝不意味着否认悖论的各种变体的独特研究价值。

由于格里灵悖论是罗素悖论"平移"到语义现象的结果,对集合论悖论的典型代表罗素悖论来说,其构造与对角线引理的关联是更为显然的,因为它的构造过程与康托尔幂集定理的证明过程极为类似,而罗素集 ω 是直接以 x 属于 ω 当且仅当 x 不属于 x 来定义的。根据对角线引理,在任一确定的集合 S 中,都不存在这样的元素(元素本身也可以是集合),它以而且仅以那些不属于自身的集合为自己的元素,即 ω 不会在任何集合中存在。而罗素悖论的得出正来自对这个推论的违反。

汤姆逊论文以对角线引理解剖了"理发师悖论"这个伪悖论或笔者所谓悖论的拟化形式。设 S 为某村村民的集合,Rxy 定义为"x 给 y 理发"。依据对角线引理,在 S 中不存在这样的元素(村民),他给而且只给那些不给自己理发的人理发。理发师之自相矛盾的根源,也在于他的店规违背了引理的这个推论。

由于获得了对角线引理这一清晰概念,我们可依此构造无数个悖论的

① J. F. Thomson,"On Some Paradoxes",in R. J. Butler, ed., *Analytical Philosophy* (*First Series*), B. Blackwell Press, 1962, p.115.(该文中译文全文见张建军译:《论几个悖论》,载《逻辑与语言学习》1992 年第 6 期—1993 年第 1 期,后以《J. F. 汤姆逊论对角线引理》为题,收入张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》。——修订本注)

拟化形式。比如我们有定义在人的集合上的赞扬关系,设存在这样一个人,他赞扬且只赞扬那些不赞扬自己的人,再问他是否赞扬他自己,即可获得与理发师相似的矛盾等价式。这些拟化形式的获得,对于悖论研究无疑是十分有益的。

因汤姆逊本人在文章中未提及说谎者悖论,有些人认为对角线引理不能用来分析说谎者悖论。实际上,只要我们明确一点,该悖论也可为对角线引理所统摄。这就是:任何命题都是说自己为真的。这一点也可以直接从说谎者语句推出矛盾,如下分析是为了将之统摄于对角线引理。设 S 是所有命题的集合,Rxy 定义为“y 说 x 真”,根据对角线引理,在 S 中不存在这样一个命题 y,它说 x 真当且仅当 x 说自己不真。显然,说谎者悖论也可视为违反对角线引理这一推论所致。同样,上一章讨论的类说谎者认知悖论,如知道者悖论、相信者悖论等,经类似处理均可统摄于对角线引理。

汤姆逊断言“所有”悖论都与对角线引理相关,依据本书的悖论定义当然是不妥当的,但至少可以说,凡基于哥德尔自指定理而构造的悖论(包括在汤姆逊本人视野之外的类说谎者语用悖论),经适当的处理均可统摄于对角线引理。

鉴于其上述的作用,对角线引理本身的性质就成为一个至关重要的问题。汤姆逊表明,对角线引理并不是一个直觉假设性命题,也不是一个可以据经验探讨其真假的逻辑偶真命题,“虽然这个结果为许多悖论的建构提供了基础,但它自己在任何意义上都不是‘悖论’的,而是一个普通且简单的逻辑真理”①。汤姆逊是以集合论的语言来论证其逻辑真理性的,我们将之转换成一阶逻辑的语言来说明。容易见得,前列对角线引理的符号公式可转化为一阶逻辑的公式:

$$\neg(\exists y)(Sy \land (\forall x)(Sx \to (Ryx \leftrightarrow \neg Rxx)))$$

① J. F. Thomson,“On Some Paradoxes”, in R. J. Butler, ed., *Analytical Philosophy* (*First Series*), p.104.

并不难以证明，该公式是一阶逻辑的一条定理。我们下面出一种自然推演证明：

(1) $(\exists y)(Sy \land (\forall x)(Sx \to (Ryx \leftrightarrow \neg Rxx)))$（假设）

(2) $S\beta \land (\forall x)(Sx \to (Rx\beta \leftrightarrow \neg Rxx))$（存在限定）

(3) $S\beta$（(2) 简化）

(4) $S\beta \to (R\beta\beta \leftrightarrow \neg R\beta\beta)$（(2) 简化、全称限定）

(5) $R\beta\beta \leftrightarrow \neg R\beta\beta$（(3)(4) 分离）

(6) $\neg(\exists y)(Sy \land (\forall x)(Sx \to (Ryx \leftrightarrow \neg Rxx)))$（归谬假设）

由此可见，这条定理的证明只需用到反证法、全称和存在限定、分离律等根本性规则。也就是说，若否定对角线引理，就需否定这些根本性规则之一。揭示诸多语形悖论与语义悖论之统一结构的对角线引理，是一阶逻辑的一条对所有个体域（无论有限域还是无限域）都真的逻辑真理，这无疑是一个十分重要的发现。

最近，我国学者蒋星耀以一种不同的方式独立地重新发现了对角线引理。尽管其结论与汤姆逊相同，但其论证过程却是独特且重要的，值得学界重视与研究。

蒋星耀称其获得的结果为“悖论的统一模式定理”，表述如下：

> 令 f 是从集合 A 到 B 的双射，其中 $B \subseteq P(A)$（A 的幂集），令 $M=\{a \in A \mid a \notin f(a)\}$，如果把双射 f 下的反对角线集合 M 错误地认为属于 B（即 $M \in B$），就会产生悖论。①

其中“反对角线集合”就是前面我们所谓“逆对角线元素”的集合。可给出如下证明：

① 蒋星耀：《悖论的统一模式》，《自然杂志》2001 年第 3 期。

设$M\in B$,既然 f 是 A 到 B 的双射,则一定存在 $a\in A$,使 $f(a)=M$。问:$a\in f(a)$吗? 设 $a\in f(a)$,因 $f(a)=M$,故 $a\in M$;而又因 $M=\{a\in A\mid a\notin f(a)\}$,故 $a\notin f(a)$,由归谬律得 $a\notin f(a)$。而设 $a\notin f(a)$,可知,$a\in M$,而据 $f(a)=M$,可得 $a\in f(a)$,据归谬律又得 $a\in f(a)$。

如果逻辑矛盾是必须拒斥的,那么上述结果的必然推论是:逆对角线集合 M 绝不会属于 B。而这恰恰是汤姆逊对角线引理的内容(这里的 M 即相当于汤姆逊引理中的集合 S)。由假言易位法则,显然可由汤姆逊引理反推出"悖论统一模式定理"。

可见,就结论说,悖论统一模式定理和对角线引理实质上只是同一个定理的不同表述。但前者在定理的分析论证方面颇具独特之处:

1. 突出强调了我们赋予集合 B 及其元素的"原始意义",在我们承认经典逻辑基本法则的条件下,这种原始意义必然把由逆对角线元素构成的集合 M 排除于 B 之外。

2. 自由地使用"性质的集合"概念。这一可能引起争议的特点在我们后面的讨论中可起到独特作用。

3. 由以上两点决定,对汤姆逊论文中未谈及的最大基数悖论、最大序数悖论特别是说谎者悖论,均依据"统一模式"作出了一种自然的说明。

关于罗素悖论,蒋星耀把"所有集合的集合"U 视为"统一模式"中的 B,令 I 是从 U 到 U 的恒等映射,即对任何 $x\in U$,$I(x)=x$(I 相对于统一模式中的 f)。令 $M=\{x\in U\mid x\notin I(x)\}=\{x\mid x\notin x\}$,$M$ 即罗素集。如果把 M 当成 U 的元素,则悖论必然发生。然而 M 实际上是恒等映射 $I:U\rightarrow U$ 中构造的对角线元素集,依据统一模式,必有 $M\notin U$,也就是说,M 不是"原始意义下"的集合。

关于说谎者悖论,蒋星耀使用了"所有性质的集合"Φ,并令 P 为所有命题的集合,f 是从 P 到 Φ 的双射,即有 $f:P\rightarrow\Phi$,并令 $M=\{p\mid p\notin f(p)\}$,这样,M 即为上列映射中的反对角线集合,故 $M\notin\Phi$。若我们"错误地认为 $M\in\Phi$,即将 M 认为是原始意义下的性质",即可找到命题 $m\in P$,使 $M=$

$f(m)$，从而导致悖论（其中 m 对应于"本命题假"，$M=f(m)$ 对应于性质"是假的"）。

"统一模式"论证中"性质集合"使用的自由性，在理查德悖论的分析中有更明显的体现。蒋星耀将理查德 II 所依据的前提塑述为：

> 令 P 表示所有关于自然数的性质所组成的集合，令 f 是从 N 到 P 的双射，这里的 N 是自然数集合，即 $f:N\to P$ 是关于自然数性质或定义的编号，对每个 $n\in N$，$f(n)\in P$，即 $f(n)$ 是关于自然数的性质，它是 N 的子集，因为性质的外延就是集合，即 $f(n)\subseteq N$。现考虑双射 f 下的反对角线集合：$M=\{n\in N \mid n\notin f(n)\}$，不难看出，该集合就是"理查德数是与定义内容不相符合的编号自然数"在数学语言中的对应定义。

蒋星耀指出，在这些设定下，若错误地把 M 看成 P 的元素，即将"理查德数是与定义内容不相符的编号自然数"当成原始意义下的性质，则必可导致悖论。而如果明确 M 绝不可属于 P，即可打断悖论产生的逻辑链条。

以上表述中"性质的外延就是集合"，是一句颇值得辨析的论断。正是依据这个论断，上述表述从"性质的集合""自由地"过渡到了数的集合，使得本来属于性质集的 $f(n)$ 成了自然数集 N 的子集。其实作为 N 的子集的不是 $f(n)$ 按定义它只是一条性质，而是具有该性质的自然数集。只有这样重新界定 $f(n)$ 的含义，上述推导才具有合法性。然而这种重新界定并没有改变"性质的集合"概念所展示的性质的"对象化"（或个体化）的洞见。实际上，汤姆逊使用"可数谓词"来审述理查德 II，也可视为性质的另一种"对象化"手段。

格里灵悖论是关于形容词的，形容词均是描述性质的，因而格里灵悖论的导出也是以性质的"对象化"为本质要素的。

尽管"统一模式"论证非常自由地使用"性质集合"，但在谈论三个集合论—语形悖论时却均未使用"性质集合"，性质的"对象化"在集合论悖论中的作用如何，这正是我们后面将要讨论的。在此我们至少可以断言：尽管有

"统一模式",集合论—语形悖论与语义悖论仍有重要差异。(请注意,我们在第一章中构造的"性质悖论"所使用的是"性质的性质"概念,而并未使用"性质集合"的概念。)

蒋星耀认为,悖论的统一模式定理"用严格的数学方法对所有主要悖论(及它们的变形)的成因作统一的解决,即将所有悖论包含在一个抽象悖论的统一模式之中,使得解决悖论的方法轻而易举,从而克服了以前所有方法的缺点"。这个认识与汤姆逊是一致的。尽管汤姆逊本人由于"解决"一词的含混性而宁愿只说提供某些"建议",但他对这些"建议"的作用显然充满信心:

> 逻辑悖论通常被人们特别是一些哲学家认为是令人困惑费解的。然而,如果我在本文中所说是正确的,人们就没有理由这样认为。哪里有什么令人困惑的东西呢?在每一种情形下,弄清有关论说是什么并确定它本身的有效性,以及我们从有关主题中所应引出的结论,都是比较容易的。如果说像人们通常所认为的那样,这些悖论向我们提出了某种挑战,那么这就是一种很容易对付的挑战。①

汤姆逊的信心来自于对角线方法在数学证明中的作用。在他看来,与对角线引理在康托尔证明实数不可数和幂集定理时所起的作用一样,"那些被认为是悖论的东西都可以转化为一种数学结论"。例如对于格里灵悖论来说,其结论就是:不存在这样一个形容词,它对而且仅对每一个对自身为假的形容词为真。也就是说,关于这样一个形容词的存在性假定是必须摒弃的,就如同在康托尔的证明中实数可数、S 与 S 的幂集基数相等的假定一样。

然而,汤姆逊忽视了,对角线方法在康托尔证明中所起的作用,只是由

① J. F. Thomson,"On Some Paradoxes",in R. J. Butler, ed, *Analytical philosophy* (*First Series*), pp.118—119.

"逆对角线"决定的元素在矩阵上的存在性的否定,而不是元素本身存在性的否定,相反,这些证明都是以肯定它在矩阵之外的存在性,即存在性转移为前提的。这是这些证明并不导致悖论的重要原因。而汤姆逊以对角线引理分析悖论的结果,其所得却是直接否定元素的存在性,而非存在性转移(如上而否定如上定义的形容词的存在)。如果不是因为导致悖论,这些元素的存在性在直觉上是十分明显的,是不被人们所怀疑的。可见,这种"数学结果"与康托尔前述证明具有本质差别,是不能等量齐观的。

汤姆逊懂得,对角线方法本身并没有直接拒斥与且仅与集合 S 中所有那些同自己没有 R 关系的东西之存在,而只是说这样的东西不会作为 S 的元素,即不在 S 中存在。它既不能肯定也不能否定元素的存在性转移。而汤姆逊之所以能依据对角线引理去否定一种元素的存在性,是因为对于导致悖论的集合来说,元素的存在性是与其在 S 中的存在性密切相关的。例如"他谓的"如被拒斥于"形容词集合"之外,就意味着它不能作为形容词而存在。就是说,这样的元素无法设定存在性的转移。

不能设定存在性转移,但在直觉上又明显地存在(如"他谓的"作为一个形容词而存在),这正是悖论"悖"之所在。格里灵悖论等语义悖论是如此,罗素悖论等集合论—语形悖论也是如此。英国哲学家麦凯(J. L. Mackie)曾通过与并非严格悖论的"理发师悖论"的比较,对此进行了如下精彩分析:

> 这个证明(指汤姆逊关于对角线引理的证明——引者注)能否解决这些悖论呢?当然不能。它的确消除了"理发师悖论",因为我们没有理由设想符合(理发师的)故事所要求的条件的理发师的存在,……但是它并不能消除罗素悖论或格里灵悖论。因为理发师定理①的适当解释与如下自明情形的矛盾仍在我们手中:因为显然存在许多非自属集,所以必定有一个集合包含且只包含它们;而"对自己不真"或"不适用于自身"是清楚而有意义的描述,有其严格而易解的使用规则,即使它们原来并不存在,亦不妨予以引

① 由于对角线引理可以圆满地解决"理发师悖论"问题,麦凯建议称其为"理发师定理"。

> 入。……汤姆逊本人承认理解一个悖论和消除悖论这两个任务之间的差别,并承认后者更为复杂,但问题不仅在于要消除悖论。前一个矛盾(如说罗素集是自己的分子又不是自己的分子)通过否定存在任何这样的类而"搬走",但一个深层的矛盾仍然存在,就是这种否定与存在这样一个集合的自明性间的矛盾。这个矛盾不消解,我们就仍然握有一个悖论。如此,汤姆逊提出的解决只是更深层的悖论之论证的一部分罢了。①

麦凯这种诉诸自明性的批评或许对汤姆逊本人没有多少说服力,因为他一再强调对角线引理是一条"逻辑真理",凡是与它相悖的直觉必须抛弃,否则必然陷入悖论而不能自拔。他以解决格里灵悖论为例,说明不论罗素的分支类型论,塔尔斯基的语言层级论,实质上都是一致的,都以对角线引理的推论作为后承,而要消除这些方案的"独断性",就应当不再把它们视为"试图告诉人们关于'他谓的'一词如何工作及悖论如何产生的真理,……而应仅仅将之视为给出有关他谓性的一种相容描述方式的建议(不必是最终的,不可更改的)"。基于这种理解,"就不必为存在许多可供选择的方式去做这些理论所要做的事情而惊奇"②。

然而,汤姆逊没有看到,正因为对角线引理是一阶逻辑真理,以 RZH 标准衡量,它在避开对该方案之特设性批评方面是不起作用的。因为如果逻辑真理可以作为避开特设性的依据,则避免悖论本身就是充分理由,也就没有什么"特设性"可言了。汤姆逊对不同解悖方案之"统一性"的解说,实际上恰恰显示了对角线引理本身不可能构成一种解悖"方案"。这是因为,问题不在于表明我们的某些自明观念不合逻辑(这是悖论早已表明的),而是要说明为什么会出现这样的问题和怎样解决问题。只有这样,才能真正完成汤姆逊所谓"理解和消除"双重任务。而仅仅诉之于一条逻辑真理,显然不可能完成这样的任务。

---

① J. L. Mackie, *Truth, Probability and Paradox*, Oxford University Press, 1973, p.255.

② J. F. Thomson, "On Some Paradoxes", in R. J. Butler, ed, *Analytical Philosophy (First Series)*, p.114.

或许正是由于这样的原因,对角线引理提出后,虽然有麦凯等学者的探讨,但在很长时期内并未引起西方学界足够的重视。受此影响,在我国学界的悖论研究中,该引理也未得到足够的关注。一个明显的标志是,在蒋星耀重新发现该引理之论文中所引用的20世纪70年代以来的7篇(部)有关悖论研究的文献中,竟无一处提及汤姆逊的成果。

笔者认为,对角线引理虽然不能提供RZH标准所要求的解悖方案,但它是与哥德尔自指定理具有同等重要地位的基础性成果,其价值尚远未得到充分发掘。就悖论研究说,它的价值不在于其解决问题方面,而在于其澄清问题和启人思考方面。

对角线引理在澄清问题方面的最重要的功用,是这个极易证明的一阶逻辑定理的发现,从形式上澄清了自芝诺悖论以来,有关连续性与间断性的哲学困惑的结构机制,同时也表明了将以往的辩证哲学思辨的某些层面予以科学化、精密化刻画的可能性。

许多西方学者指出,芝诺在论证他的悖论时所运用的方法,已经预示了对角线方法。这主要是指二者所共同体现的"无限递推"的思想。我们探讨对角线引理的哲学意义,可以从芝诺悖论谈起。

汤姆逊对自明直觉的拒斥,也使我们很容易地联想到芝诺解决他的悖论的方法。芝诺的结论也是摒弃人们的自明直觉——运动的真实性;因为芝诺悖论的推出是以运动的存在为前提的,所以芝诺断言:运动是假象,承认运动是人们受到了感官欺骗的结果。然而,运动之实际存在,是为人们的生活实践无数次证明了的"公共信念",能因其导致了矛盾,就断定运动不存在吗?后人的研究表明,芝诺的论证在逻辑推导上是无懈可击的,因而必须从论证的前提或前提中的概念上考虑问题:如果我们承认运动存在,芝诺问题应如何解决?

众所周知,近世辩证法大师黑格尔曾就芝诺悖论和连续性与间断性的关系做过一系列论述。黑格尔充分肯定了芝诺悖论的正面意义,指出它揭示了人们日常机械的"运动"概念之片面性。人们的日常观念认为,物体的运动就是物体在某一瞬间在一个地点,而在接着而来的另一瞬间则在另一个地点。这诚然是不错的,然而如果仅局限于此,则芝诺悖论就无法克服,

芝诺关于“运动的东西既不在它所在的地方运动,又不在它所不在的地方运动”的论点就无法反驳。黑格尔分析道:“当我们一般地说到运动时,我们总是这样说:物体在这一个地点,然后走向另一个地点。由于它在运动,它已不复在第一个地点,但是也还不在第二个地点;如果它在两个地点中的一个地点,则它就是静止的。人们说,它是介于两个地点之间,但这并没有说明什么;因为介于两个地点之间它还是在一个地点,因此这里还是存在着同样的困难。但运动的意思是说:在这个地点而同时又不在这个地点;这就是空间和时间的连续性,——并且这才是使得运动可能的条件。”离散量之间的过渡是以连续的存在为条件的,同样,连续性也是以离散量的存在为条件的,一段距离的无限可分性是连续性的体现,但“当接受一半一半地分割时,就已经接受时空连续性的中断性了”①。基于这种两方面的分析,黑格尔作出如下著名的论断:“某物之所以运动,不仅因为它在这个‘此刻’在这里,在那个‘此刻’在那里,而是因为它在同一个‘此刻’在这里又不在这里,……我们必须承认古代辩证论者(指芝诺——引者注)所指出的运动中的矛盾,但不应由此得出结论说因此没有运动,而倒不如说运动就是实有的矛盾。”②“在这里又不在这里”是一种容易引起歧义的表述方法,从黑格尔从本人的论述来看,“不在这里”不应理解为“没有间断性”,而应理解为“具有连续性”,连续性和间断性不是非此即彼不可共存的,而是相反相成对立统一的。就如列宁在读黑格尔讲解芝诺悖论的部分时做的笔记中所概括的:“运动是(时间和空间的)非间断性与(时间和空间的)间断性的统一。运动是矛盾,是矛盾的统一。”③离散和连续的辩证统一,便是辩证哲学为芝诺悖论寻找的出路。

辩证哲学不仅认为运动是对立面统一的过程,更注重揭示这种统一的内在机制。按照黑格尔的说法,这种机制便是对象的“自我否定”。在辩证哲学中,肯定和否定都是标志事物内部结构、内在联系的范畴;离散的对象

---

① G. 黑格尔:《哲学史讲演录》第一卷,贺麟、王太庆译,商务印书馆 1959 年版,第 289、287 页。

② G. 黑格尔:《逻辑学》下卷,杨一之译,商务印书馆 1976 年版,第 67 页。

③ 《列宁全集》第 55 卷,人民出版社 1990 年版,第 217 页。

之间通过过渡而连续起来，这种过渡乃依靠对象自身的自我否定机制。也就是说，对象内部包含着否定自身的因素。这种因素和对象自身的肯定因素相互作用，待到否定的因素占主导地位时，此物即变为他物。

然而，人们的日常思维以及数学思维对离散点的认识却不是如此，离散点被看作黑格尔所谓"纯自身的同一和纯否定性的区别"。芝诺悖论中无限可分和最小不可分单位的矛盾，将这种认识所必然导致的问题明确显示了出来。

数学和日常思维的这种问题，是否可以从其起点上加以避免，即使之不出现呢？辩证哲学认为，这是不可能的。如果人们不把运动的时空离散和连续这两个环节分隔开来考察，抽象出反映离散性的点和反映连续性的连续统的概念，连最简单的测量也不可能有，更不可能有逐渐发达的数学和具体"测量"各种运动的各门科学。换言之，问题的出现和解决问题的途径，都是由于人类思维的特性所使然。就像黑格尔所说："芝诺认为只是限度、分割、时间和空间的点积性的环节就其整个[抽象孤立的]特定性而言是有效准的；因此就发生了矛盾。造成困难的永远是思维，因为思维把一个对象在实际里紧密联系着的诸环节彼此区分开来。思维引起了由于吃了善恶之树的果子而来的堕落罪恶，但它又能医治这不幸。"①列宁读到黑格尔这段话时，在笔记中写下了如下著名的论断：

> 如果不把不间断的东西割断，不使活生生的东西简单化、粗陋化，不加以划分，不使之僵化，那么我们就不能想象、表达、测量、描述运动。思想对运动的描述，总是粗陋化、僵化。不仅思想是这样，而且感觉也是这样；不仅对运动是这样，而且对任何概念也都是这样。
>
> 这就是辩证法的实质。对立面的统一、同一这个公式正是表现这个实质。②

---

① G. 黑格尔：《哲学史讲演录》第一卷，第290页。

② 《列宁全集》第55卷，第219页。

此处列宁的思想可以概括为两点:一是由于主客观的矛盾而造成的思维的割离性(亦称隔离性、间隔性)以及在思维过程中这种割离性的不可避免;二是这种割离性所造成的问题对于概念、思维的普遍性。辩证哲学告诉人们,这种普遍性根源于事物的客观矛盾即对立面统一之存在的普遍性。任何事物都是各种对立环节的统一,是事物自身内在的肯定因素和否定因素的统一,这是事物自身运动、自我否定的内在源泉。

对于列宁的这段论述,王浩曾提出一种“可能的解释”:“在每一刻我们只能形式地思维,而辩证法的本质在于认识到这一点,而且自始至终地力求更好地逼近全部实在情况。”①我认为,王浩的这个思想是深刻而正确的,而我们恰可由此视角把握上述辩证观点与对角线引理的关系。

现代逻辑的发展特别是哥德尔关于一阶逻辑的完全性定理表明,一阶逻辑已比较完备地揭示了人类“形式地思维”的基本机理。正是由于汤姆逊发明对角线引理是一阶逻辑的定理,可促使我们去反思一阶逻辑本身的性质。一阶逻辑是人类思维中演绎推理的系统化展示,是经典演绎逻辑的完善形态。正是依靠以演绎推理为核心的演绎逻辑,人类思维的伟大结晶——科学成果才可能严格地系统化、精确化。然而,一阶逻辑也典型地表明了人类思维的一种割离本性。它将量词加诸个体而不是加诸谓词②,使形式逻辑所处理的个体的性质突出地显示了出来。一阶逻辑个体域(对象域)中的个体都是所谓“原子个体”,而将某种属性加诸原子个体就形成作为一阶逻辑命题之基元的原子命题,如 Fa、Gab 等。对于原子个体,一阶逻辑处理其属性(性质与关系)的有无,而不处理个体的内部关系和结构。对于原子命题的否定,如 $\neg Fa$、$\neg Gab$ 等,都只是一种外在的否定。

---

① 王浩:《数理逻辑通俗讲话》,科学出版社 1981 年版,第 15 页。

② 王路教授曾来函指出,说一阶逻辑“将量词加诸个体而不是加诸谓词”不妥,在他看来,“一阶逻辑恰恰是把量词加诸到谓词上,量词与个体域是一体的”。初版的上述表述的确是不准确的,我的本意是强调基于弗雷格的两大发现(命题函数和逻辑量词)而创生的一阶逻辑与传统词项逻辑的根本差异,更准确的表述应为“一阶逻辑将量词加诸个体域而不是词项的外延”。关于我对弗雷格的“两大发现”及其意义的认识,请参见《逻辑的社会功能》(王习胜、张建军著,北京大学出版社 2010 年版)第 34—37 页,以及拙文《从形式蕴涵看实质蕴涵怪论》(载《学术研究》2012 年第 4 期)。——修订本注

把握一阶逻辑的这种“原子性”，可以使人们进一步深入理解亚里士多德的“三同一”理论。亚里士多德规定矛盾律只适用于同一时间、同一方面上对同一对象所作的断定。实际上，这种规定已经把本来相互联系、相互过渡的对象离散化、割离化了，既不涉及对象内部的任何结构与关系，又不涉及对象之间的过渡和连接。“同一时间”体现了思维的纵向割离；“同一方面”，体现了思想的横向割离；由此确定的“同一对象”自然只能是一种离散的思维抽象，而一阶逻辑则把这种离散性、割离性以个体域中原子个体的形式明晰地表现了出来。由于这种忽略其自身内部结构的“个体”恰似几何学上的“几何点”、物理学上的“质点”的抽象形式，故我们可将之称为“逻辑点”。

人类思想为什么需要这种离散性逻辑点？为什么需要以建立在逻辑点基础上的形式逻辑法则作为正确思维的必要条件呢？其根源正在于列宁的上述论述所揭示的人类思维无法摆脱的割离本性。而马克思主义认识论又表明，这种割离性乃植根于作为一种宏观生物的人类的社会实践活动之中。然而，由人类思维的割离本性而形成的逻辑点，毕竟只是一种逻辑抽象，任何具体对象都有其对立统一的内在结构。因此，辩证法所要求的把握对象内部的客观矛盾的辩证思维过程，就可理解为打开逻辑点的过程。不同的思维领域(应用一阶逻辑的不同的个体域)的逻辑点是各不相同的，因而打开逻辑点的过程也是丰富多彩的。既然人类思维只能不断克服而又无法摆脱思维的割离性，则人类思维进程就可以视为一个逻辑点不断形成又不断打开的过程。

“逻辑点”与我们上述讨论中所使用的“某物”、“事物”、“个体”、“对象”等概念之间的关系，是需要仔细辨析的，因为这关系到主观与客观之间的转化与关联。当代分析哲学的实践表明，这种辨析是一种重要而艰巨的工作。我们这里旨在提出问题而不能展开讨论，但无疑可以断言，这项工作对于逻辑悖论的哲学研究是至关重要的。

汤姆逊在运用对角线引理讨论格里灵悖论时写下了如下这段耐人寻味的话：

在历史上某一特定时刻在英语中究竟有哪些形容词,是一个可判定的问题。而判定一旦作出,该集合必是固定和有限的(其确切数目实际上是无关紧要的)。但是,对那些实际上说英语的人来说,其所能使用的形容词的数目并不是固定的和有限的,因为人们随时可以发明诸如"他谓的"这样的新词。[①]

这实际上已接触到了问题的辩证思考。当我们提出某个东西是否是集合 S 的元素的问题时,就已经预先设定了集合 S 的既成性,同时也就设定了集合 S 之元素的确定性或固定性。元素与集合的属于或不属于关系,决定于元素具有或不具有规定该集合的属性。而根据辩证法所揭示的道理,任何对象的既成性和固定性都是相对的,都是处在与绝对的过程性和变动性的对立统一之中。那么,悖论之产生,就可视为在形式层面对这种对立统一关系的一种折射。

由是观之,在我国最先介绍对角线引理的《西方数学哲学》一书中的如下论断是深刻而精辟的:

对角线方法是一种用于构造不属于已知集合(对此可作不同的解释)的"新"元素的方法,因此,它所肯定的就是集合的无限扩张的可能性,即过程性。这种对过程性的确认在一般情况下是没有问题的;但是,如果我们又同时假设了集合的绝对完成性,对角线方法的应用就会导致直接的矛盾。因为,这时所构造出来的就将是这样一个具有"两重性"的元素,它既属于又不属于原来的集合,从而就构成了悖论。[②]

不过,同样基于上述讨论,笔者对于《西方数学哲学》中据此得出逻辑悖论"实质上都建立在对于对象辩证性(过程性与完成性的对立统一)的片面

---

① J. F. Thomson, "On Some Paradoxes", in R. J. Butler, ed, *Analytical Philosophy* (*First Series*), p.115.

② 夏基松、郑毓信:《西方数学哲学》,人民出版社 1986 年版,第 185 页。

化和形而上学化之上"的结论持有异议。思维的割离性是可以不断克服但绝不可能摆脱的,这正是由于任何正确思维均需遵守形式逻辑法则所决定的。这一点也同样适用于任何"全面化"、"辩证化"的正确思维。旧的悖论的消解往往意味着新的对象(逻辑点)的形成,在一定的条件下会产生新的悖论,又需要探讨其新的解决途径。全面化、辩证化的思维方式可以帮助我们解决悖论,但不能阻止新悖论的产生。

汤姆逊发现对角线引理的一个重要价值在于:决定"集合的无限扩张性"即过程性的形式基础,恰恰是一阶逻辑的一条逻辑真理;而如果否认一阶逻辑的基础地位,这种过程性反倒难以得到合理的说明。同时我们还要看到,这种过程性所拒斥的,仅仅是集合的绝对完成性,而不是相对完成性;相反,过程性的获得正是以集合的相对完成性为前提的。

不难见得,对于"集合"这种抽象实体的绝对过程性和相对完成性的"对立统一"的把握,已经在本书第三章所论证的"优势方案"——情境语义学方案中得到了明确体现,并通过部分模型 U 得到了严格的形式刻画:运用对角线方法把语义事实不断地从既成集合中划出而形成新的集合,但仍能维持世界观的经典相容性和世界的"完整性"直觉。情境语义学方案的提出者并没有辩证哲学背景,而是在逻辑全能问题及语义悖论等科学难题的"逼迫"下,在当代逻辑学、语言学及信息科学的语用学转向的大背景下产生的。这恰恰说明辩证哲学与当代逻辑悖论研究大趋势之相通,并预示着其今后所可能发挥的重大作用。至少可以说,马克思主义辩证法可以为情境语义学这样的优势方案给予有力的哲学辩护,并有可能指明其进一步发展的方向。

蒋星耀在阐释"统一模式定理"的过程中所强调的集合及其元素的"原始意义",于此处有重要的启发价值。因为这种"原始意义"是认知主体赋予认识对象的,对角线方法的使用只是把由逆对角线元素构成的集合排除在"原始意义"所决定的集合之外,但并不能由此否认原集合与其逆对角线元素集合一起构成一个含"增生意义"的新集合。情境语义学所严格地刻画的就是这种与认知主体相关联的意义增生机制。在情境语义学看来,"情境"是与认知主体具有本质关联的对象集合,"是世界中由主体选择与分辨并高

度组织起来的一部分”(德福林语)。情境中的“个体”就是被主体选择的“对象”及其构成的事态。因而任何情境集合的“原始意义”都是处在可不断增生的过程之中的。这种处理与马克思主义认识论的基本观点有本质上的相通之处。笔者曾结合“逻辑点”概念的提出,对后者做过如下阐释:

> 演绎逻辑的这种特征(个体域由“逻辑点”构成)体现了人类思维的一个重要方面,其基础在于人类实践的特性。人的思维是在实践中产生,并用于指导实践的。而人们的每一项实践活动,都有着确定的目的。为了实现这个目的,人们就必须把握事物的相对独立的确定的性质,必须由对世界的笼统的直觉,进展到对本来联结在一起的各个环节分别加以认识的抽象思维。这自然要求人们在认识事物时,首先要把面对的对象与其他对象分离开来,从逻辑上视之为“原子对象”,这样才会进一步深刻地把握事物。……在人们自觉或不自觉地运用经典逻辑的过程中,将什么视为对象即“逻辑点”是相对的。①

由是观之,情境语义学的主要倡导者之一德福林所欣赏的美国学者柔塔(Gian-Garlo Rota)的如下断言并非难解:

> 也许保守的逻辑学家会感到惊讶,但总有一天,目前模糊的观念,如动机与目的等,将会成为修补过的逻辑里的正式成员,并且拥有它应有的地位,而与定理、公理等平起平坐。②

我认为,这种“经过修补的逻辑”,就是我们所追求的形式逻辑与辩证逻辑相辅相成的新型逻辑系统;而经过辩证阐释的情境语义学,当处于这种新逻辑的轴心。由对角线引理看,除了连续性和间断性这对核心范畴外,对于

---

① 张建军:《科学的难题——悖论》,第205—207页。

② 转引自K. 德福林:《笛卡尔,拜拜!》,第362页。

“无限”和“否定”的新型处理，在这种新逻辑中亦处于关键地位。这对于逻辑学与辩证哲学双方今后的发展，无疑都具有极为重要的意义；而逻辑悖论研究的哲学方向的价值，由此也可得到显著的体现。

第二节　层次和迭代：哲学叩问的核心

综观狭义逻辑悖论的解悖方案，“层次”划分问题所处的重要地位是显而易见的。类型论中的“类型”划分和塔尔斯基的语言分层理论直接是层次划分，在语义悖论及语用悖论的各种新型解决方案中，无论是语境迟钝还是语境敏感，除某些非经典逻辑方案外，均以某种特殊的层次划分为本质要素。公理化集合论是否也是层次论呢？答案是肯定的。因为给集合划分层次，也是公理化集合论的一个必不可少的环节。我们已经看到，如果不引入基础公理，在ZF系统中仍会产生米里曼诺夫—沈有鼎悖论。而基础公理的作用就在于为集合分层。正如哥德尔所说，在这一点上，类型论是“像策墨罗的集合论公理系统一样的东西，即集合以如下方式分成‘层’：只有较低层的集合才能成为较高层的集合的分子”①。

多数解悖方案的构造依赖于层次区分，而各种方案中存在的问题，也往往与之密切相关。罗素制定的分支类型论，在做了类型这种层次划分之后，为了解决语义悖论，又在每一类型中划分级，级也是一种层次。后者阻碍了许多数学理论的导出，不得不引入很不自然的可化归公理，将各个层面与最低层面相映照，这又造成了很多问题，只得经莱姆塞由简单类型论取而代之。人们对于简单类型论的不满，也主要在于它对层次划分的严格要求并不符合数学思维的实际。艾耶尔(A. Ayer)曾就此写道：“一般说来，我们绝不能以相同的方式有意义地谈论各种不同类型的对象这一点绝不是很明显的。例如，我们可以在不同的层次上计算对象，然而我们并不认为，数的表达式如果被运用于与其成员不同类型的类时，就会有不同的意义。……事实上倘若不是因为有了类型论，我们完全不会设想在上述情况中存在着任

① K. 哥德尔：《罗素的数理逻辑》，载《数理哲学译文集》，第172页。

何歧义。"①分层语言论之于日常自然语言,当然也存在同样的问题。

类型论及所有层次论所存在的另一个与层次有关的问题,是这些理论是否适用于自身的问题。就是说,"类型"本身能否归入任何类型,"层次"本身能否归入任何层次。布莱克(M. Black)曾就此批评类型论说,任何信守罗素愿望的解释为了把两个词分入互相排斥的类型,都要求在单一语境中这两词不可互换。这个要求之严格,使得难以没有矛盾地说明这个理论本身。菲奇(F. B. Fitch)则指出,如果类型论适用于所有的意义,那就必须对"类型"这一词的意义指定一个类型,但这是不可能的。同样,塔尔斯基分层语言论也无法说明其本身,比如"任一语言都属于一定层次"、"任一语言中都有在比它丰富的元语言中可定义为真的语句"都无法放在任何层次之中,否则必定违背分层语言论的原则。诚然,可以为之辩解说,涉及"类型"、"层次"的语句属于关于类型、层次的元理论、元语言。然而,这些"元理论"、"元语言"何以允许不遵守层次论的规定?其根据何在?这个问题无论在罗素—莱姆塞的理论中,还是在塔尔斯基的理论中,都没有也不可能得到说明。正是这种似乎难以摆脱的层次缠绕,使许多人怀疑分层理论的合理性。

对于公理化集合论,人们也提出了同样的诘难。这主要是针对公理系统本身的。如卡哈尼(H. Kahane)所说:"有些哲学家对于建构公理系统不抱热情。其原因之一(并非唯一原因)在于,至少在某些情形中包含着某种程度的恶性循环。""如果我们要证明这样一个系统的相容性,则这种证明在元语言中会不可避免地用到一些'推理工具'(如肯定前件式),而这些'推理工具'也被用作系统本身的推导规则。那么,如果这些'推理工具'本身是相容的,则对象语言的相容性的证明就是有价值的。然而,如果它们是不相容的,则这样的证明就毫无意义了。因此,通过对相容性的证明并没有使我们取得什么进展。因为我们必须事先相信相容性证明得以确定其本身的相容性的推理规则的相容性。"②由此再加上公理的真实性问题,形成了公理系统的"层次缠绕"。另外,不同的公理化集合论系统为集合分层的方式亦不

---

① A. 艾耶尔:《二十世纪哲学》,上海译文出版社 1987 年版,第 38 页。

② H. Kahane, *Logic and Philosophy*, Wadsworth Publishing Company, 1969, p.371.

相同，这种分层的任意性与公理选择的任意性一样，也加重了公理化集合论在哲学阐释上的困难。直觉主义者一直批判逻辑主义者和希尔伯特学派（二者均把公理系统作为必不可少的工具）的循环论证，指责他们"要抓住自己的头发把自己举起来"，也正是由此而引申出来的，逻辑主义和希尔伯特学派对此都没有作出有力的回答。

哥德尔不完全性定理和前节所讨论的对角线引理，为我们探讨层次问题提供了科学基础。可由它们揭示各种解悖方案能够依据分层方法相对地解决悖论的原因，同时也揭示了划分层次的必然性与必要性；同时，从哥德尔定理的证明过程，也可以使我们体会到前述"层次缠绕"问题的根源所在。哥德尔通过其哥德尔数的创造性构造和同构映射方法的天才运用，揭示了不同层次之间的相互渗透和相互作用，揭示了每一层次不仅把较低的层次包容于自身，而且可以通过与更高层次的某种关系进行自我认识。哥德尔指出，罗素等人在解释类型时对自我指称、自我相关采取了绝对拒斥的态度，造成了不少问题；其实，层次的自我相关是无法绝对排斥的。形式算术及其元理论的区分可谓清晰，但还是在形式算术内部建立起了关于命题的可证性的"自我反省"的命题，也正是因为这类命题的存在，才导致了系统的不完全性，导致了向高层次的迈进。哥德尔的证明还揭示了层次理解的相对性，即对于同一类对象可以从不同层次来理解，比如运用哥德尔数的技巧，算术陈述就可以从两种不同的层次来理解：既是算术中的陈述，又是关于算术的陈述。正如美国学者侯世达（D. R. Hostadter）所说，哥德尔理论所揭示的这种理解层次的相对性，是人类思维的一种普遍现象。实际上，人类智能的进步便在于不断地从更高的层次上去理解对象。①

因此，问题不在于要不要划分层次，而在于如何合理地划分层次。就解悖方案说，就是要为某种能够满足 RZH 标准形式技术要求的分层理论，作出有说服力的哲学辩护，消解前述哲学疑虑，而这也正是 RZH 标准本身哲学层面的要求。

---

① 该论题构成侯世达的《哥德尔，艾舍尔，巴赫——集异璧之大成》（郭维德等译，商务印书馆 1996 年版）的核心论题之一。

哥德尔提出的“集合的迭代概念”，就是为当代公理化集合论的分层理论进行合理性哲学辩护的一种努力。

早在 1944 年发表的《罗素的数理逻辑》中，哥德尔即已认识到，如果要对解决集合论—语形悖论的方案作出合理性哲学辩护，实际上就是要说明它们“不是作为避免悖论的特别假设而出现，而是‘类、概念、带量词的命题不是作为实在的对象而存在’这一论题的不可避免的结果。这并不是说，事物的全域被分成层次，于是人们被禁止谈一切层次；相反，谈一切存在的事物是可能的，只是类和概念不在其中”①。到 1947 年发表的《什么是康托尔的连续统问题？》一文中，哥德尔把这种观念发展成明确的“集合的迭代概念”：

> 就在数学中（至少在包括全部康托尔集合论在内的今天的数学中）出现的集合来说，它们或是整数的集合，或是有理数（即整数对的集合）的集合，或是实数（即有理数的集合）的集合，或是实函数（即实数对的集合）的集合，等等。当关于所有集合（或一般地关于集合存在）的定理被断定了时，它们总能没有困难地解释成是表示它们对整数集合同对整数集合的集合一样成立，等等……这个集合的概念，——按照它，一个集合是能从整数（或某种其他的完全确定的对象）迭代应用“的集合”（set of）这种运算而得到的某种东西，而不是通过把现存事物的全体分成两类而得到的东西——永远不会导致任何悖论。②

哥德尔把集合的这种迭代概念又称为“集合的数学观念”，而将“通过把现有事物的全体分成两类”而得到的集合概念称为“集合的逻辑观念”，并认为导致悖论的是后者而不是前者。就此，郑毓信曾给予如下清晰的阐释：

---

① K. 哥德尔：《罗素的数理逻辑》，载《数理哲学译文集》，第 174 页。

② K. 哥德尔：《什么是康托尔的连续统问题》，载《数理哲学译文集》，第 144—145 页。

> 依据排中律,任一很好定义的谓词必然或者适用或者不适用于任一已给出的对象,从而,按照集合的逻辑观念,任一谓词中就确定了一个相应的集合$\{x \mid \varphi x\}$:这就是素朴集合论中的概括原则。然而,我们已经知道,如果不加限制地去使用概括原则,就会导致悖论。与此相反,按照集合的迭代观念,元素必须先于集合而存在,而且"汇集"(即"的集合"——引者注)的过程是可以无限制地继续下去的,从而,任何集合就都不可能成为自身的元素,而且也不可能存在所谓大全集,这样在按照迭代观念发展起来的集合理论中,集合论悖论就得到了排除。[①]

"元素必须先于集合而存在",即集合均是由"已给出的对象"所构成,这就是集合的迭代概念的主要特征。王浩在1974年出版的《从数学到哲学》中,辟专章详细阐发和探讨哥德尔的上述思想。[②] 他表明,依照迭代概念"造集"的过程,是累积式的,而该过程不仅包括了有限迭代,而且也可包括超限迭代。王浩认为,迭代概念的合理性即在于如下事实:我们可以同时想到或看到两个或若干个不同的对象,从而可以在"已给出的对象"之间建立一定的直觉联系;而如果把这种直觉能力予以理想化,即认为我们可以总览(overview)任意多个乃至无穷多个对象,并可以无限制地去反复运用这种直觉能力,则迭代概念的合理性即可得到辩护。

王浩指出,运用迭代概念,ZFC系统的所有公理均可得到自然的辩护。比如就直接用来排除悖论的"分出公理"来说(见本书第二章),由于B是已知集合,我们即可"总览"其所有元素,因而我们当然可以从中分出满足谓词P的元素构成新集合A。王浩认为,迭代观念为公理化集合论及其分层理论提供了满意的哲学辩护。

理解集合的迭代概念如何应对人们对层次论所可能提出的批评,还可参考汤姆逊在谈论对角线引理时的一段论述:"当你说所有集合的时候,你

---

① 郑毓信:《数学哲学新论》,江苏教育出版社1990年版,第42页。

② Cf. Hao Wang, *From Mathematics to Philosophy*, Routledge & Kegan Paul Ltd., 1974, pp.181—223.

所想象的必定是某种特定种类、特定类型的集合。如果(罗素集)R是从中取出某些特定的集合而构成,R将不会是这种或这类集合中的一个。现在我们已看到,这种感觉是完全正确的。"①由此理解迭代集合概念,当我们谈"所有集合"时,我们所谈的必是所有由迭代程序而获得的集合,这里并不存在有关"层次的层次"之缠绕的问题。

然而,能够避开层次疑难,并不是迭代理论构成公理化集合论的合理化辩护的充分条件。在王浩的《从数学到哲学》出版后不久,美国学者帕森斯(C. Parsons)即发表了《什么是集合的迭代概念?》一文,对集合的迭代概念进行了深刻的批评。他指出,迭代概念要求集合的元素必须"先于"这一集合而存在,这种借助于时间概念的描述方法是非常不精确的。特别是关于"的集合"的过程可以无限制地持续的断言,更以"超限时间"假设为前提,从而明显缺乏直观基础。针对王浩的"直觉总览"论,帕森斯认为,这种高度抽象的概念也没有明确的直观基础。"在把这一观念应用于正整数的所有集合的集合时,我就感到无法理解王浩关于'直觉总览'的说法了。"②

我认为,帕森斯对迭代论的上述阐释之批评是非常有力的。由迭代论的起源看,它是受布劳威尔的"贰幺性"直觉启发而来的。布劳威尔将之限制于构造主义数学的阐释,而哥德尔却使之自由地向超限"飞跃",而这种"飞跃"之合理性恰恰是需要说明的。正如郑毓信所说:"尽管人们关于集合的直觉具有重要的认识论和方法论的意义,但是,作为问题的另一方面,我们又应看到这种直觉不可能为公理化集合论提供一个可靠的认识论基础。""在关于集合的直觉与抽象的公理化集合理论之间所存在的就并非是一种单方面的'保证'关系,而是一种既对立、又相互依赖、相互促进的辩证关系。"③

然而,由此是否可以断言不存在比上述直觉论更为充分、更为适当的关于集合的迭代概念及公理化集合论的合理性哲学辩护呢?本书如下讨论试

---

① J. F. Thomson, "On Some Paradoxes", in R. J. Butler, ed., *Analytical Philosophy (First Series)*, pp.111—118.

② 转引自郑毓信:《数学哲学新论》,第43页。

③ 郑毓信:《数学哲学新论》,第44、45页。

图对此给出答案。

我们从素朴集合论的创造者康托尔本人对集合的界说谈起。康托尔关于集合的两个著名陈述是：

> 所说的一个“集合”M，我们可以理解为将我们直觉的或思想的任一个确定的可以明显区别的对象m（这些对象m称为M的元素）汇集成一个整体。
>
> 可以把每一个多又看作一，即有确定元素的每一个总体依据一条规则又可组成一个整体。①

王浩认为，康托尔的前一种说法与集合的迭代概念是相近的，而后一种说法则与集合的逻辑概念相近。但康托尔本人并没有意识到二者之间的这种区别。因为“整体”并不比“集合”更为基本，则康托尔的陈述只能看作对“集合”概念的一种描述。这种描述一直沿用至今，只不过在公理化集合论中附加了一些有关集合存在性之类的限制。然而，使用“整体”一词来描述“集合”概念，尽管有助于人们对集合的直观了解，却也妨碍了人们对集合之本质的进一步认识。由于运用“整体”一词，很容易使人把集合与元素的关系和整体与部分的关系相混淆。例如经常可以看到有些教科书中这样举例：由太阳和几大行星为元素构成太阳系这个集合；由班里的各个学生为元素组成“班集体”的集合等等。然而，这种说法是不符合数学对于“集合”概念的实际运用的。仅仅把几大行星和太阳加在一起并不能认识“太阳系”这个整体，它们所构成的只是“太阳系中的恒星或行星”的集合；仅仅把某些学生加起来也构不成“班集体”，而只是构成所有“班里的学生”的集合。要构成“太阳系”、“班集体”的整体，还需要许多其他因素。因此，康托尔所谓的“整体”，并不是平常所说的那种由各种密切相关的要素组成的整体，而只是一些对象的“汇集”。

① 转引自C. 帕森：《数学基础》，黄耀枢译，载林夏水主编：《数学哲学译文集》，知识出版社1986年版，第47页。

那么,集合与其元素究竟是什么关系呢?从上面两个例子看,所有太阳系中的恒星或行星的集合,是可以通过其元素共有且仅仅为它的元素所具有的性质“太阳系中的恒星或行星”来把握的;某班学生的集合,则可以由“是该班学生”的性质来把握。我们已看到,任一集合都可以用这样一种特征性质来把握。对于以描述法定义的集合,便直接是以特征性质给集合下定义的;而对于以列举法定义的集合,我们很容易为其元素找到这样一种共有且特有的性质。按康托尔的说法,原则上任何一种汇集都可以看作一个集合。极端的例子如$\{2,$太阳$,x \mid x$ 是桌子$\}$,它的共有且特有的属性可概括为“或是数 2 或是太阳或是桌子”。这种处理当然没有什么实际用处,但从理论上使我们对“集合”的概念有了统一的认识。尽管“一特征性质定义一集合”的概括原则,由于集合论悖论的出现而变得可疑,但“任一集合都可以用一特征性质来定义”却是确凿无误的。

既然任一集合都可以用一个其元素共有且特有的特征性质来把握,则探讨集合与其元素的关系,首先是要明确这种特征性质与集合的元素的关系。显而易见,后者正是一对古老的哲学范畴所指谓的关系,即“一般”和“个别”、“共相”和“个体”之间的关系。“太阳系中的恒星或行星”与“太阳”、“地球”等,“自然数”与“1”、“2”等,“超限数”与“ω”、“$\omega+1$”等,无一不是这种关系。

一般与个别的关系是古今辩证哲学所探讨的主题之一。亚里士多德是第一个明确提出并系统论述一般与个别这对范畴的人,他的下述意见是为近现代辩证哲学所首肯的:“不能设想:在个别的房屋之外还存在着一般的房屋”,“同单一并列和离开单一的普遍是不存在的”。就是说,在个别之外没有独立的一般,一般存在于个别之中。但这并不妨碍人们的思维把一般从个别中抽象出来作为认识、研究的对象。这种抽象出来的一般在人们认识事物的过程中起着重要作用。“总是因为事物有某些相同而普遍的性质,我们才得以认识一切事物。”①从此,“一般”和“个别”就成为哲学的一对基本范畴,它们的关系问题成为辩证哲学的一个基本问题。列宁在改造黑格

① 亚里士多德:《形而上学》,第 46 页。

尔哲学的过程中，曾对一般与个别的关系作了如下著名的概括：

> 从最简单、最普通、最常见的等等东西开始；从任何一个命题开始，如树叶是绿的，伊万是人，茹奇卡是狗等等。在这里（正如黑格尔天才地指出过的）就已经有辩证法：个别就是一般……这就是说，对立面（个别跟一般相对立）是同一的：个别一定与一般相联而存在。一般只能在个别中存在，只能通过个别而存在。任何个别（不论怎样）都是一般。任何一般都是个别的（一部分，或一方面，或本质）。任何一般只是大致地包括一切个别事物。任何个别都不能完全地包括在一般之中，如此等等。任何个别经过千万次的过渡而与另一类的个别（事物、现象、过程）相联系，如此等等。①

这段话是列宁的笔记，其间有着斟酌过程的痕迹，但基本思想还是很清楚的。与前述间断性与连续性一样，个别与一般也是对立面的统一，它们既相互对立，存在着质的不同，又相互依存，相互贯通。一般只能存在于个别之中，而任何个别都为某些一般所统摄。一般和个别的这种辩证关系，在事物的普遍联系和转化发展中起着重要的作用。

这就是辩证哲学所阐释的一般和个别的实在关系，也就是在集合论中用来把握集合的特征性质与其元素的关系。既然一个集合除了由其特征性质定义而外，并不涉及其元素的其他性质和关系，换言之，一集合除了作为其特征性质所统摄对象的汇集而外，没有任何别的含义，它只不过是该特征性质的一种“外延表现”，那么，对于集合与其元素的关系，就可以从一般与个别的关系上去把握。

笔者曾以上述认识为指针分析集合论悖论产生的机制，②对此，我国学者马佩提出了异议。他认为这是“把一般与个别的关系和整体与部分的关系相混淆了”。在他看来，集合与其元素的关系是整体与部分的关系，据辩

---

① 《列宁全集》第 55 卷，第 307 页。

② 参见张建军：《科学的难题——悖论》，第 224—241 页。

证法原理，整体不可能又成为自己一部分，因而，“把一个集合又看作自己本身的一个元素，这正是把整体与部分相混淆”，罗素悖论就是这种思维混乱的产物。①

如上所述，把集合称为“由元素汇集而成的整体”的说法，是康托尔提出并一直为后人沿用的。然而，习惯的称谓是一回事，哲学分析是另一回事。自然数集和偶数集之间的关系，数学界习惯上也称为整体与部分的关系(许多人用“整体可以等于部分”作为无限集合的特征)，但这并没有影响马佩将二者视为“一般与个别的关系”。同样，康托尔的称谓自然也不能成为哲学分析的准绳。集合论中元素与集合之间的“属于关系”，与辩证法所讲的部分与整体(有机整体)之间的关系是截然不同的。马佩举例时，把“手”与“人体”的关系、“桌子腿”与“桌子”的关系均称为“属于关系”。然而，手并不是以“人体”为特征属性的集合的元素，桌子腿也不是以“桌子”为特征属性的集合的元素。可见，马佩所理解的“属于关系”，并非集合论中的“属于关系”。因此，他关于混淆整体与部分造成思维混乱的说法，并不适用于分析集合论悖论。

我在答复马佩的批评时指出：“请注意，这里说的是一个集合的特征属性与其元素之间是一般与个别的关系，而不是说集合与元素之间直接就是一般与个别的关系，但既然任一集合都能由其特征属性来把握，或者说都是其特征属性的‘外延表现’，那么，一般与个别的关系就构成集合与元素之关系的基本构架。”②对这个“基本构架论”，马佩又专门发文批评，认为这是“偷换论题”：把集合与元素的关系问题“偷换”为特征属性与元素的关系问题。③ 其实，问题的关键就在于弄清，虽然集合与元素的关系的确并不直接是一般与个别的关系，但更不是辩证法范畴意义上的整体与部分的关系。从其基本逻辑性质的比较即可明了这一点：整体与部分的关系具有传递性，整体之部分的部分仍是该整体的部分；而集合与元素的关系却没有传递性，集合之元素的元素未必是该集合的元素。至于我的“基本构架论”是否恰

① 参见马佩：《论悖论的本质》，《中州学刊》1992 年第 3 期。

② 张建军：《关于悖论实质的几个问题》，《人文杂志》1998 年第 1 期。

③ 参见马佩：《四论悖论的本质》，《河南大学学报》1999 年第 2 期。

当，只要由集合论的基本概念出发考察元素与集合、子集与母集的关系，或研究一下“集合演算”的另一通用名称“类演算”，即可得到正确的答案。不过，我认为深入考察整体、部分与一般、个别这两对对偶范畴之间的关联，对于分析悖论特别是集合论—语形悖论有重要意义。马佩关于两对范畴之间逆向关系的分析亦颇具启发价值，很值得学界继续研讨。

如果我们能够确定一般与个别的关系是集合与其元素之关系的基本构架，那么上述集合的迭代观念和公理化集合论的分层理论就可以得到高度合理而又简洁明快的哲学辩护。因为这种迭代概念和分层理论的核心就是保证“一个集合绝不会属于自身”即集合绝不会是其自身的元素。而这一点是“基本构架论”的当然推论。因为一个集合若是自身的元素，则就意味着有完全脱离个别的一般，而这与“一般只能在个别中存在，只能通过个别而存在”的基本原理是相冲突的。因而，若承认这个原理，那么由承认自属集而导致矛盾，就完全是顺理成章的。而通过种种手段彻底拒斥自属集（ZFC 系统、NBG 系统都做到了这一点），就堵住了形成集合论悖论的基本通路，而由初始元素开始迭代造集的观念，也就得到根本性的哲学辩护。

读者可能会想到，导致罗素悖论的罗素集并不是由基本构架论所拒斥的“非常集”（自属集）构成的，而恰恰是由平常集构成的。既然所有集合都是平常集，罗素悖论是否仍会产生呢？略加分析不难看出，如果所有集合都是平常集，则罗素集一定不是一个集合，否则它必定是一个自属集，从而违反基本构架论。对康托尔悖论中“大全集”的拒斥亦同此理。

笔者对于罗素悖论产生的原因曾做过如下分析：

> 罗素悖论的前提是把集合分为属于自身之集和不属于自身之集。就不属于自身之集而言，在将之作为一个元素加入一个新的集合之后，就已经使一般离开了个别；就属于自身之集而言，则更是把一个集合与其元素平列起来，也就是把一般和个别平列起来了。这显然不是事物的实际状况。如果依然用这种割离的手段去把握割离本身，势必要涉及到原来被分割开来的环节的联结而无

力处理。以“不属于自己的集合”为特征性质去把握一个集合,正是以否定的形式触动了这种联结。“不属于自身的集合”这个性质所否定的并不是某个具体的“一般”,而是“一般”本身;而一般本身的超越必然涉及与它相对待的“个别”的联结,从而在割离的状态中产生了悖论。①

根据笔者近年研究所获得的认识,这种分析实际上未能清楚地区分两种性质根本不同的“割离”:恶性割离和良性割离。像非常集这样的割离是恶性的,因而是必须拒斥的;而像平常集这样的良性割离非但不是要拒斥的,相反却是科学思维的必要条件。“不属于自身”是所有由良性割离所构成的集合的共同性质,绝不可由它再构成一个集合从而使这个性质脱离所有集合而存在,否则必导致悖论的产生。这显然是比上述有关“‘一般’本身”的表述更为清晰的把握。在这里,悖论的产生只是恶性割离的苦果,而不是良性割离的结果。

在澄清良性割离与恶性割离的基础上,更有效地发挥“基本构架论”之作用的另一个注意事项,是要时刻注意分清罗素曾一再强调的集合的属于关系与包含于关系的区别。元素 a 属于集合 A,集合 A 亦可作为元素属于集合 B,由此不能够推出 a 属于 B 的结论;而若已知 a 属于 A,而 A 作为子集包含于 B,则 a 必属于 B。这两种不同的集合分层不能混为一谈。“基本构架论”提供了迭代集合概念的依据,而迭代概念又为从上述两方面进行良性分层提供了依据。

那么,是否只要坚持良性割离就一定不会产生逻辑矛盾从而能够杜绝悖论的产生呢?黑格尔的“存在”论似乎为此提供了反例。

黑格尔所处的时代并没有超限集合论,他是通过对“存在”这个范畴的剖析提出问题的。黑格尔在《逻辑学》中为此写了一万余言,并将之作为他的整个哲学体系的开端。我们引用英国学者斯退士(W. Stace)一些简要而明确的阐释。

---

① 张建军:《科学的难题——悖论》,第230页。

黑格尔是通过由个别到一般的层层抽象而引出"存在",并将之作为第一范畴的:"一个更普遍的共相与较不普遍的共相的区别在于它更为抽象。从若干种中抽去它们的区别点我们就得到类,人可认作是动物这个类的一个种,并被规定为有理性的动物。理性就是区别。从人的概念中去掉理性,剩下的就是动物这个更一般的概念。通过进一步的抽象我们就达到更一般的概念。把蕴涵在动物概念中的'生命'这个特殊性抽掉,我们就会达到'物质的东西'的概念,如此等等。因此,第一个范畴将是通过不断地抽象的过程达于极限而得到的最为抽象的范畴。""在这个宇宙中可知的东西所共有的、最高的可能的抽象,就是'有'(即'存在'——引者注)的概念。……所有的东西都有其存在,它们都是'是'。……在宇宙中,不管挑出什么东西,我们总可以说它'是'。……'有',作为'是'的自身,显然是最高的可能的抽象。"总之,"有"即"存在"是最普遍的"最高的类"。①

从集合论的角度看,黑格尔这里实际上是从前述"包含于"角度进行的分层,其每一步似乎都没有违反良性割离原则,但是结果却从"最高的类"发现了矛盾:"我们从'有'这个范畴开始。这是一个纯范畴。我们不应当把它想成具体的存在,……这是'存在'的完全抽象的观念,是有之一般,是纯有。……这样的存在没有任何规定,因为我们抽掉了所有的规定,因此它是一个绝对地无规定、无特性的完全的空无,一个纯粹的虚空。它没有内容,因为任何一种内容都是一种特有的规定。这个虚空是完全的空无,不是任何东西;它是一切东西、一切规定、质或性格的阙如,而这种一切东西的阙如不过是无。……'有'因此和无是一个东西"。② 黑格尔一言以蔽之:"这种纯有是纯粹的抽象,因而是绝对的否定。这种否定,直接地说来,也就是无。"③

在黑格尔看来,"有"作为最高的抽象,在由个别到一般的抽象过程中而得到是自然而然的,否定它必然要对这种合理抽象加以限制,而任何这样的限制都极不自然。

---

① W. 斯退士:《黑格尔哲学》,鲍训吾译,河北人民出版社 1986 年版,第 79—80 页。

② W. 斯退士:《黑格尔哲学》,第 82—83 页。

③ G. 黑格尔:《小逻辑》,第 192 页。

如本章下一节所要说明的,逻辑矛盾的本质就是同时断言某种性质相对于某对象的“有”与“无”,说“有与无是一个东西”,从经典逻辑着眼显然是难以接受的。这是否意味着即使贯彻良性割离原则亦必然产生集合论悖论,或如某些学者所说的那样,表明辩证矛盾思想必然和拒斥逻辑矛盾的形式逻辑法则相冲突呢?我认为,答案是否定的。从斯退士所阐释的黑格尔的抽象链条来看,从“x是有理性的动物”,到“x是动物”,再到“x是有生命的东西”,及至“x是物质的东西”,这种可对应于“子集—母集”链条上各集合的特征属性之层层抽离所获得的属性,实际上都是一阶属性,即“子集—母集”链条的共有元素x的属性,因而均可用一阶逻辑作方便的处理;而作为“‘是’自身”的“有”或“存在”却不然。依照经典一阶逻辑的处理,“有”和“存在”都不能作为一阶谓词,换言之,有和存在都不是一阶属性,而是一种特殊的二阶属性,在一阶逻辑中可处理为存在量词。因此,直接说“x有”或“x存在”是不合语法的,而必须说“有某种属性的x存在”。

当然,“存在”能否作为一个一阶谓词是可以争议的,也是迄今国内外学界仍在热烈讨论的问题。但无论如何,我们均可断言,“有”或“存在”并不是在如上抽象链条上与其他一阶性质一样能够自然得到的,因而“有”与“无”的“同一”绝非良性割离的必然结果。

其实,黑格尔本人也曾再三强调:有无同一绝不能从具体的存在物的意义上理解,不能理解为“无论我有没有,这所房子有没有,在我的财产状况中这一百块钱有没有,便都是一样”。但黑格尔没有也不可能对此作出建立在现代逻辑发展基础之上的上述精细澄清,因而其本人的论述中有诸多混淆之处,为后人把他所谓的“有无同一”解读为“逻辑矛盾”打开了方便之门(我们后面将会看到,无论是拒斥辩证矛盾的“形式派”还是拒斥矛盾律之普适性的辩证“鹰派”,都是如此解读黑格尔的)。

美国当代马克思主义哲学家马奎特(E. Marquit)最近指出,黑格尔“运用了一个断言‘未规定的纯有’(‘绝对理念’的一种变体)与分化‘有’之同一的逻辑矛盾。虽然对立面的同一和相互渗透既是唯心辩证法的中心也是唯物辩证法的中心,但是,辩证唯物主义并不需要那种断言未分化的有与分化的有之同一的逻辑矛盾,因为辩证唯物主义是从分化的世界形式

入手的"[1]。我认为,马奎特的这个认识是非常深刻的。从我们的"基本构架论"的观点看,黑格尔的"纯有"、"纯存在"恰恰是完全彻底地脱离了所有个别的对象的"有之一般",因而绝不具有任何现实实在性。

由此视角考察"大全集"("所有集合的集合")的拒斥问题,我们会得到更为直接而清晰的认识。

如果我们不考虑绝对的个体(如前所述,科学思想中的个体对象是"逻辑点",绝对个体实际上并不存在),而只以集合为对象,以空集为出发点(这正是当代集合论系统所普遍采用的方法[2]),则用来把握大全集的"集合一般"就与黑格尔的纯存在具有同样的逻辑地位,因而是必须拒斥的。

黑格尔的"有无同一论",是否像某些分析哲学家所指斥的那样仅仅是适应其绝对唯心主义一元论体系的需要而杜撰的"荒唐的胡话"、"无端的臆说"呢？答案无疑是否定的。正是在"有无同一论"的基础上,黑格尔提出了关于有无关系的如下见解:"由于它们是同一的,所以每一个都进入另一个之中。有进入无,反过来,无也返回有,因为'无'的思想是'空虚'的思想,而这种'空虚'也就是纯有。由于每一范畴消失在另一范畴之中,我们有了一个包含在这里面的第三个思想,即有与无的相互过渡的观念,这就是'变'这个范畴。"[3]纯粹的"有"或"存在"范畴永远处在如下"变"的过程:

---

① E. 马奎特:《21 世纪马克思主义哲学的任务》,鲁旭东译,载《不竭的时代精神——步入 21 世纪的马克思主义哲学》,社会科学文献出版社 2001 年版,第 218 页。

② 有些学者依据这一事实质疑"基本构架论"的效力。对此可援用著名集合论专家伯格斯(J. P. Burgess)的话予以回应:"对于数学的发展,如果以只认集合为实体的纯集合论充当数学发展的框架,那么一定要那些其他种类的实体、有序对和多种多样'被等同于'那些集合论替代物的数找出它们的集合论替代物"。(罗·格勃尔主编:《哲学逻辑》,中国人民大学出版社 2008 年版,第 69 页)作为纯集合论出发点的空集,是所有作为"逻辑点"的"个体"的代表。实际上,哥德尔提出集合的迭代概念特别是王浩系统论述其思想时,"纯集合论"的处理已成为通行做法,但他们都是从"个体"(即伯格斯所谓"非集合实体")出发展开论述的。"基本构架论"克服了帕森斯所指出的迭代概念"诉诸心理直觉"和"依赖时间概念"两大缺陷,可以为 ZFC 等公理化集合论解悖路径提供基本的哲学辩护。——修订本注

③ W. 斯退士:《黑格尔哲学》,第 83 页。

有 → 无 → 有 → 无 ……

或：存在 → 非存在 → 存在 → 非存在 ……

“变”的范畴也说明,“有”“无”虽然是同一的,但二者作为两个范畴毕竟有别,“有与无在变中,是有区别的;只有在它们有区别时,才有变”。因为“有”“无”都是从事物的性质和性质的阙如抽象而来,它们的这种相互关系自然也会在具体对象中起作用。“在每一事例中,即在每一现实事物或思想中,都不难指出这种有与无的统一”,“无论天上地下,都没有一处地方会有某种东西不在自身内兼含有与无两者”。① 黑格尔指出,“有”与“无”在具体的对象中的进一步规定,便是对象的肯定因素和否定因素。

黑格尔上述思想的合理因素,绝不仅仅在于古老的“有无相生”辩证思想的一种新型表达,而且在于对探讨这种“相生”的逻辑机理有极为重要的启发价值。从前述“基本构架论”的角度看,要理解黑格尔上述思想的价值,我们需从集合与“事实”、“事态”之间的关系说起。认知主体对每一个集合或类的把握,即是对一系列“事态”的把握,如对所有人的集合的把握即是对命题函数“x 是人”所统摄的事态的把握,对所有师生有序对集合的把握即是对命题函数“x 是 y 的老师”所统摄的事态的把握。而集合中某个具体元素与集合的特征属性的关系,即构成一个具体的事态,如“张三是人”、“张三是李四的老师”这两个原子命题即分别表达一个原子事态。而认知主体所欲把握的事实,即在现实世界所实现的事态;认知主体所欲把握的规律,即一系列事态之间在某层次上的必然联系。

由上述认识我们即可以理解,为什么集合论可以成为科学理论系统化的适当工具,因为任何科学理论的目标无非是要把握其对象领域的事实与规律并使之系统化。同时,由上述认识我们也可以理解集合论的局限性所在:当我们把握一个特定的非空集合,从而确定一系列事态、事实之时,也就意味着把集合的元素,亦即事态、事实中的具有某种性质或关系的“对象”视为具有确定属性(而不能同时不具有该属性)的“逻辑点”。也就是说,在我

① G. 黑格尔:《逻辑学》上卷,第 72、73 页。

们对此集合做进一步抽象时，是预设这些事态、事实的，从而这些“逻辑点”是不发生变化的。然而，我们实际上所面对的“对象”，大都是处在生生不息的“变化”过程之中的，而“变化”的实质就是事态的更替：从“x有某属性”向“x无某属性”更替，从“x与y有某关系”向“x与y没有某关系”更替，反之亦然。而这种更替在我们确定事态与事实从而确定某对象属于某集合时，是不加把握从而如列宁所说将其“僵化”的。也就是说，我们每把握一个事态、事实从而把某对象归于一个集合或类，都是对处在变化过程中的认识对象的一次割离。显而易见，集合论的这种割离性，正是由我们在前一节所讨论的人类思维不可摆脱的割离性所决定的。

然而也正如列宁所说，认知主体对于事实、事态的这种“僵化”的把握，绝不意味着由此无法把握运动变化，更不意味着对运动变化的否定；恰恰相反，只有通过这种“僵化”的途径，我们才能“想象、表达、测量、描述”运动变化，探究运动变化的规律，把握其变中之不变。明白了这一点，也就能够了解作为人们系统化地把握事实、事态与规律的基本工具的经典形式逻辑和集合理论的根本价值所在。

由是观之，黑格尔的“有无过渡”论之启发价值就在于，当着我们确定某对象有无某属性和对象之间有无某关系之时，这种确定都只能是相对的而不是绝对的，只有“有无相生”的“变”才是永恒的、绝对的。我们层层“割离”“抽象”的目标，恰恰在于把握这种“变”的规律和法则。这里我们所区别于黑格尔的是，我们认为这种“变”居于且仅仅居于“每一现实事物或思想”之中，而不是什么外在于认识对象的“绝对理念”的性质。

由此我们就不难理解，为什么“静态”的一阶逻辑和集合论可以帮助我们把握“动态”的事物的规律与法则。实际上，当着我们用集合或类的观点去分析实际的认识对象时，我们并不排斥一集合之元素的“实际出入”，比如一对象在发展的某一阶段上才属于“人”的集合和“父子”有序对集合；但这种“出入”并不会影响我们对这两个集合的确定把握，不会影响我们探讨两集合间的规律性关联。只要我们既坚持良性割离的铁律，同时又注意实际对象之“变”而随时识别其属于某集合之元素的“资质”，那么我们就一定能够摆脱集合论悖论的困扰，从而可以为迭代集合观与经充分发展后的公理

化集合论能彻底摆脱悖论的观念,提供充分的哲学说明。

既然我们已通过集合的“基本构架论”对迭代集合观念,从而对公理化集合论的分层理论给予了有力的哲学辩护,那么这种辩护是否可以向语义悖论的解决方案自然推广呢?语义悖论的解决方案也大都使用了某种集合论,而以使用标准的公理化集合论者居多,我们对公理化集合论的辩护自然有助于我们为这些方案的可接受性辩护。然而,语义悖论背景知识之所指层面本质地包含了集合论之对象层面并不包含的语义要素,因而仅用集合的“基本构架论”为语义悖论的解悖方案辩护,显然是不充分的。

实际上,赫兹博格和克里普克的关于语句的“有根基性”概念,就是集合的迭代概念的语义类似物。克里普克在建构解悖方案时所使用的集合论工具,也突出体现出了集合的迭代特征。[①] 克里普克方案在语义悖论研究中所起到的重大历史作用我们已在前章表明。然而,与集合迭代论可以比较圆满地消解集合论—语形悖论不同,语义迭代论无法令人满意地消解强化的说谎者型悖论。这个事实也充分表明,尽管对角线引理揭示了集合论—语形悖论与某些语义悖论的共同构成结构,但这毕竟是两类具有根本性差异的悖论。

在本书第三章中我们曾提到,哥德尔认为悖论是很严重的问题,不过不是对数学而是对于逻辑和认识论的严重问题。这个思想,正是他在正式提出集合的迭代概念的《什么是康托尔的连续统问题?》一文中谈到的。哥德尔区分了“处理外延的数学(集合论)与处理内涵的逻辑(概念论)”。在他看来,“集合永远不能属于自身,全集合是不存在的,但概念也许适用于自身,全概念是存在的(即概念的概念,它适用于自身)。我们远远没有像迭代集合概念那样清楚的概念的概念,对于‘所有不适用于自身的概念的概念’之类的内涵悖论也没有足够好的直观理解”[②]。

我们在分析集合论—语形悖论时已知,“集合的集合”与“性质的性质”

① 布勒斯(G. Bools)在1971年发表的《集合的迭代观念》一文中,建立了一个迭代观念的直接形式理论——阶段理论(Stage Theory),该理论与我们前面曾系统刻画的克里普克解悖方案有很强的形式相似性。参见郑毓信:《数学哲学新论》,第45—50页。

② 转引自王浩:《哥德尔》,第421—422页。

可以建立某种"平移性"转换关系,因而经适当解释,迭代概念亦适用于后者(只要假设有与集合元素相当的个体即可)。但这种解释无法转换到"概念的概念"中来,因为这里多了一层概念与对象间的"描述""表达"关系,而这正是语义悖论与集合论悖论的根本差异所在。尽管哥德尔本人试图区分开语义悖论和内涵悖论,用一种关于语言的迭代理论来解决前者,但并不成功。这是因为,语义悖论之由以构成之本质因素,并不在语言的语形方面,而是在语言的"意义"方面。

汤姆逊在运用对角线引理找到集合论悖论和某些语义悖论的统一结构后,即宣称为两类悖论找到了一种统一的解决方法:拒斥逆对角线元素。然而汤姆逊没有意识到,使两种悖论区别开来的并不是它们的结构方面,而正是对角线引理中的 R 关系的性质,而这种性质的差异乃决定于其背景知识之所指层面的构成要素。由集合的迭代概念和前述"基本构架论"来看,通过拒斥逆对角线元素来解决集合论悖论是非常合理的,也是和公理化集合论的分层理论相合拍的。我们可以由此回答前述麦凯以"罗素集"明显存在为由对汤姆逊方案的批评。但是,通过拒斥逆对角线元素的办法来解决语义悖论,却是高度不合理的,其因在于我们前面已阐释过的语言之"意义"具有其本质上的"可增生性"。我们只能说增生出来的意义不属于"原始"意义,但我们不能说增生出来的意义不是意义。由此所决定,我们很难合理地断言增生出来的定义不是定义,增生出来的形容词不是形容词,增生出来的命题不是命题。

回想蒋星耀在证明其"统一模式定理"时自由地使用"性质集合"的情景,可以使我们对问题有更清晰的把握。表面上看,集合论悖论和基于自指的语义悖论的构造,均符合同一个"统一模式",然而,二者的根本差异恰恰在模式中的映射 f 的实质差异:集合论悖论在不使用"性质集合"的情况下即得到了严格构造;而在不引入"定义"、"描述"、"表达"等语义关系的情况下构造语义悖论,则均需使用使性质离散化的"性质集合"。我们知道,对性质的直接指谓是对概念的内涵方面而非其外延方面的使用,因而"性质集合"是集合的迭代概念所难以包容的。

奎因在其中后期哲学中"外延化的本体论"思想,对我们此处的讨论也

有重要的启示作用。奎因承认类(集合)的个体化,但不承认性质的个体化,因为我们只能为前者而不能为后者建立严格的外延"同一性"标准。"属性与类相异之处在于,当类含有相同分子时它们是等同的,而对属性来说,即使是出现在所有的而且仅仅是相同的事物中,属性也可能不同。"[①]"集合可以借助于外延性原则而很好地被个体化,外延性原则把元素相同的集合视为相同的集合;但此原则对属性不适用。……对相同东西真的开语句永远不会确定出两个集合,但很多时候会确定出两个属性。属性的相同所进一步需要的是开语句在某种意思上的同义性,……而要使同义性具有令人满意的意思是无指望的。"[②]奎因之论证的一个重要依据,就是前述意义的"可增生性"。据此,奎因在其主要哲学著作《语词和对象》中提出了"躲避内涵"的口号,拒斥与"意义"密切关联的"性质"、"关系"、"函数"、"命题"等概念所指对象的"个体化",即拒绝它们可以作为集合的"元素"。当然,奎因的观点是值得质疑和讨论的[③],但奎因的探讨所显示出来的集合论—语形悖论与语义悖论在其由以构成的背景知识要素上的根本性差异,应是确定无疑的。

由此可见,迭代理论的运用可以比较圆满地解决集合论—语形悖论问题,但不能简单推广到语义悖论的解决,其原因是完全可以理解的;但迭代理论在集合论—语形悖论的研究上所获得的成功,无疑为语义悖论研究提供了新的重要基础,而由此亦可说明克里普克方案何以能够开创语义悖论研究新局面的基本原因。

如本书第三章所述,在克里普克迭代化方案的基础上,语义悖论研究沿着改良化和革命化两个方向发展。改良化方向因无法摆脱强化的说谎者悖论而陷入困境,但其研究成果也在很大程度上显示出了语义概念的辩证本性,例如赫兹博格方案中说谎者和类说谎者语句真值的周期性变化即是如此。笔者曾将赫兹博格这种周期性的真假过渡与黑格尔的"有无过渡"相对

① W. V. 奎因:《逻辑与共相的实在化》,宋文淦译,载《从逻辑的观点看》,上海译文出版社1987年版,第99页。

② W. V. 奎因:《逻辑哲学》,邓生庆译,三联书店1991年版,第124页。

③ 有关讨论参见陈波:《奎因哲学研究》,三联书店1998年版,第265—318页。我认为,本书所阐述的"基本构架论"可为有关讨论提供一个新的视角。

照，认为前者相对于认识论的意义，类似于后者相对于本体论的意义。这种过程的另一直接的变型，是由说谎者语句 L 出发，可以无限地制作一系列新命题：L_1，L_2，L_3，……（设 L_1 为“L 为假”，L_2 为“L_1 为假”，……即后一语句断言前一语句为假），则它们的真值可组成如下序列；

	L	→	L_1	→	L_2	→	L_3	→	L_4	……
	真	→	假	→	真	→	假	→	真	……
或：	假	→	真	→	假	→	真	→	假	……

由此笔者指出：“如果说‘存在’与‘非存在’的相互过渡是以最纯粹的形态表示了事物的发展本性，则‘真’和‘假’的相互过渡也是以最纯粹的形态表示了认识的发展本性。同时，它们也都是在最纯粹的形态上揭示了事物和认识的内在结构——对立面的统一。”①

然而，正如前面的讨论所表明，仅仅从最纯粹的形态上揭示对立统一结构是远远不够的。问题关键恰恰在于要具体揭示“对立面怎样才能够同一，是怎样（怎样成为）同一的——在什么条件下它们是相互转化而同一的”②。由于强化的说谎者悖论的存在，所有语境迟钝方案都无法合理地说明这种真假相互过渡的逻辑机理；而语义悖论研究的历史发展证明，只有语境敏感方案的充分发展形态——情境语义学方案，才能真正做到这一点。在就此作出进一步说明之前，我们先来讨论一下黑格尔有关说谎者悖论的论述。

黑格尔在讲解哲学史时，曾以辩证观点分析了说谎者悖论。这种分析也曾被某些人认为是“无端的臆说”。但现代逻辑悖论研究可以表明它的合理性和启发意义。黑格尔说：

> 有一种论辩叫作说谎者的论辩。如果有一个人承认自己说谎，那么他是在说谎还是说真话呢？要求作一个简单的回答；因为真理被认为是简单的、一方面的东西，因此另一方面便被排除

---

① 张建军：《科学的难题——悖论》，第236页。

② 《列宁全集》第55卷，第90页。

了。……一个简单的答复是不能有的。在这里,两个对立的方面,说谎与真话,是结合在一起的(我们看到了直接的矛盾),这个对立面的结合,曾经在各个时代以各种不同的方式一再出现,并且引起人们的经常注意(这里黑格尔主要指逻辑悖论的各种拟化形式的一再出现——引者注)。……承认自己说谎的人是否说真话:他同时既说真话又说谎,而真理就是这个矛盾。但是一个矛盾不能是真的;矛盾是不能进入通常观念的。……在意识中出现了矛盾,出现了对立物的意识;矛盾可以毫不费力地在意识面前指出来,——矛盾出现在感性事物、存在、时间之中,它们的矛盾必须加以揭露。这些诡辩并不是一种矛盾的假象,而是有实在的矛盾存在。在上面的例子中预先给你两条路,要你作一选择;但是例子本身就是一个矛盾。①

在叙述和分析了其他的一些"诡辩"的例子之后,黑格尔又指出:

在那些貌似开玩笑的例子中,存在着对于所涉及的那些思想范畴的基本的观察。②

这里需要注意两点。一点是,不能把黑格尔的意见理解为:说谎者悖论本身就是一个"实在矛盾"即"辩证矛盾"。黑格尔只是说它揭示了"有实在矛盾的存在"。在其本来的形态上,说谎者的"矛盾"是为"通常观念"所不容的逻辑矛盾。而黑格尔对这种"通常观念"并未持彻底否定的态度。需要注意的另一点是,黑格尔在这里把说谎者与"事物、存在、时间"中出现的矛盾联系起来,说明他看到了真假的问题与前述"存在"问题以及时空二律背反的内在联系。

而情境语义学解悖方案,恰恰是通过对事物(对象)在具体时空中的存

① G. 黑格尔:《哲学史讲演录》第二卷,贺麟、王太庆译,商务印书馆1960年版,第121—123页。

② G. 黑格尔:《哲学史讲演录》第二卷,第125页。

在之"情境"的刻画，来描述说谎者命题之"行为"的。因而情境语义学解悖方案可视为黑格尔带有高度模糊性的辩证分析在现代逻辑发展基础上的严格化重建。在情境语义学中，真假相互过渡不是一个脱离具体情境的纯粹的"变"，而成为在具体情境中具有相对确定性，可以作严格把握的语义"行动"。因而，情境语义学才能够对具体的"语义事实"作出合理刻画，而不会像语境迟钝方案那样在"语义事实"面前束手无策。

情境语义学的一个重要特点，是其规定情境中的所有"对象"都是由认识主体"选择"而加以确定的。这是情境语义学受到哲学质疑较多之处。而笔者认为，恰恰是这一点，是打通建立在社会实践论基础上的马克思主义辩证法与情境语义学之关联的一个关节点①，而情境语义学已发挥了重大作用的语用悖论研究特别是合理行动悖论研究，则是当前双方应当合力攻关的关键领域。

第三节　两类"矛盾"：哲学迷雾的廓清

由于我国特定的学术背景和理论范式，自 20 世纪 70 年代末国内悖论研究兴起至今，逻辑悖论的"矛盾归属"问题，一直是为学界所广泛关注的热点问题，并形成国内逻辑哲学研究的一个显著特色。多年研究表明，正确区分逻辑矛盾和辩证矛盾，是正确把握逻辑悖论之实质的基础和前提。本节拟在严格区分两类矛盾的基础上讨论逻辑悖论的矛盾归属问题，并对亚相容逻辑用于解决悖论问题的"真矛盾"理论予以评析。

"矛盾"是现代科学思维中出现频率最高的语词之一，又同时被当代逻

---

① 近年来，我国马克思主义哲学领域出现了实践辩证法的一种当代形态——"历史构境论"，而建基于历史构境论之上的"思想构境论"，与巴威斯的情境理论与情境语义学具有深层相通性，或可为情境语义学的解悖进路提供有力的理论支援。构境论（Situating Theory）的初始建构见张一兵教授的《思想构境论：一种新文本学方法的哲学思考》（载《学术月刊》2007 年第 5 期）和《历史构境：哲学与历史学的对话》（载《历史研究》2008 年第 1 期），在文本解读上的应用可参见其《回到列宁：关于"哲学笔记"的一种后文本学解读》（江苏人民出版社 2008 年版）。构境论对于诸多质疑的回应，特别是与"相对主义"的划界，可作为回应对情境理论和情境语义学的诸多哲学质疑的重要参照。——修订本注

辑哲学和当代辩证法用来表达两个内涵迥异的核心范畴。我们这里不去追究产生这种奇特现象的历史原因及其演变过程,而只能对两类矛盾的含义给予细致辨析以澄清问题。

通常认为,"逻辑矛盾"是学界最少争议的概念之一,它指谓的是违反形式逻辑的矛盾律而形成的逻辑错误。然而深究起来,这种规定尚存在许多需要探讨的问题。矛盾律的通行定义是:"在同一思维过程中,两个具有矛盾关系的命题(或称判断、陈述等)不能同时为真";由此,上述"逻辑矛盾"概念就可替换为"断定两个具有矛盾关系的命题同时为真"。那么,何为"矛盾关系"呢?通常的说法是:命题间既不能同真,也不能同假的关系。而若再追问这些命题为什么既不能同真也不能同假,通常的回答又是:依据逻辑基本法则——矛盾律和排中律。显然,这种定义包含了明显的定义循环,据此并不能使人明晰地把握"逻辑矛盾"的概念。

亚里士多德关于矛盾律的"本体论定义"("同一对象在同一时间、同一方面不能既具有又不具有某属性"),是经常被引用并加以肯定的,但是,人们却很少探讨该定义与上述通行定义的逻辑关联。实际上,要想摆脱通行定义中的恶性循环,只有给出以亚氏"本体论定义"为基点的一种递归性定义才可办到。这种递归性定义可首先把与亚氏定义直接吻合的"对所有对象,不能同时既具有又不具有属性"(用通行一阶逻辑符号可表示为 $\forall x \neg(Fx \wedge \neg Fx)$)称为原子矛盾律,把一切形如 $Fx \wedge \neg Fx$ 的断言称为原子逻辑矛盾。不过,这只是关于性质的原子矛盾。关于关系的原子矛盾律可表述为:"对两个或两个以上的对象而言,对象间不能同时既具有又不具有某关系(用一阶逻辑符号可表示为:$\forall x \forall y \neg(Rxy \wedge \neg Rxy)$,$\forall x \forall y \forall z \neg(Rxyz \wedge \neg Rxyz)$,等等),一切形如 $Rxy \wedge \neg Rxy$,$Rxyz \wedge \neg Rxyz$ 等等的断言,就是有关关系的原子逻辑矛盾。由于与其他个体的关系亦可视为某个体的一个性质,在原子层面上,有关关系的矛盾律可看作有关性质的矛盾律的自然推广。

显然,以上原子逻辑矛盾的定义中没有恶性循环,而任何关于简单命题的非原子矛盾均可由原子矛盾说明。比如,"凡人皆有死"与"有人不会死"之不能同真,乃因为同时肯定这两个命题就会导致同时断定某个体既具有

“有死”属性又不具有“有死”属性;而“所有候选人都有选民拥护”与“有的候选人没有选民拥护”之不能同真,亦可归因于由它们可找到这样的有序对 x 和 y 既具有“拥护”关系又没有“拥护”关系。由一阶逻辑推演可对此作出十分清晰的说明。

至于有关复合命题的逻辑矛盾,首先可直接从亚氏定义导出:对任何命题(也是一种对象)来说,不能同时既具有又不具有“为真”这个属性,即通常所刻画的$\neg(p \land \neg p)$,这可以说是另一种意义的原子矛盾律,因而$p \land \neg p$也是另一种意义的原子逻辑矛盾。有关复合命题的任何逻辑矛盾,都可还原为这种逻辑矛盾。不过,在经典二值逻辑中,如果我们能从上述各种原子矛盾出发,递归性地定义出命题间矛盾关系的概念,并用 p 与$\neg p$ 代表具有矛盾关系的双方,则 $p \land \neg p$ 便可作为逻辑矛盾的最一般表达式。狭义及广义模态逻辑中的“逻辑矛盾”概念,亦可由此自然推广。

“逻辑矛盾”概念的明晰界定,为如下探讨两类“矛盾”的根本区别,提供了重要基础。

“矛盾”一词(希腊文为 ἀντιφαδιζ,英文为 contradiction),在其产生之初,并不是个多义词。在中国,它的使用始自韩非的“矛盾之说”。在西方,则始于亚里士多德的逻辑学说。他们皆以其指谓今天我们称之为逻辑矛盾的东西。“矛盾”一词被赋予对立统一的意味,在中国,由唐代的刘禹锡始肇其端;在西方,则从德国近代哲学开始才有此用法。迄今在国内外都有不少学者反对在“对立统一”的含义上使用“矛盾”一词,但问题的关键并不在于名词之争,而在于正确理解其实质内涵。

“辩证矛盾”这一术语,在当代辩证哲学界有两种不同的用法。其一是广义的用法:既指认识对象中客观地存在的对立统一结构,也指主观思维对这种结构的把握(或反映);其二是狭义的用法,仅指广义用法中的第二种含义。为讨论方便起见,我们此处采取狭义用法,而把广义用法的第一方面,仅称为“客观矛盾”。容易看出,从哲学范畴角度考察,“客观矛盾”属于本体性(对象性)范畴,而“辩证矛盾”则与“逻辑矛盾”一样,属于认知范畴。因此,区分逻辑矛盾和辩证意义上的矛盾,就是要区分开这两种不同的认知范畴。

逻辑矛盾与辩证矛盾的区别,可从多角度、多方面加以考察,但在明确概念之后要解决的最重要的问题,是弄清二者的根本区别。从逻辑矛盾的清晰规定和辩证法的矛盾学说出发,可从如下角度把握辩证矛盾与逻辑矛盾的根本区别:逻辑矛盾所断言的是同一属性既属于某对象,同时又不属于这一对象,或者说断定某对象同时既有又没有某一属性;而辩证矛盾所断言的是两种相反相成的属性同时属于某一对象。

显然,这种区分是从原子矛盾层面着眼的。它表明,人类思维中的两类"矛盾"虽同为关于对象属性的认知,二者却有明晰的不同。其中关于逻辑矛盾的描述,是与亚里士多德经典表述直接吻合的;关于辩证矛盾的描述,则体现了辩证哲学关于把握对象内在对立统一结构的要求。把握对象的客观矛盾结构,形成"辩证矛盾"思想,绝不是两种相反属性的机械加和,而必须把握到它们既相反又相成,既对立又统一的关系。与原子逻辑矛盾相应,就个体对象而言的原子形态辩证矛盾也可以进行一系列推广:首先,辩证矛盾也可以就一类对象或对象系统而言,如"光是波动性与粒子性的相反相成","劳动是抽象劳动和具体劳动的相反相成",其中的"光"、"劳动"都是指某一类对象;其次,不仅对象内部相反属性间对立统一关系的把握,而且通常所说的对象之间对立统一关系的把握,均可为上述描述所统摄,这是因为:第一,对象之间的对立统一关系,都是通过它们所具有的属性间关系体现出来的;第二,具有对立统一关系的双方分别代表的相反属性,均可视为某个或某类对象自身所具有的相反属性。

明确逻辑矛盾与辩证矛盾的根本区别,就能进一步理解形式逻辑拒斥逻辑矛盾的要求与辩证逻辑把握辩证矛盾的要求绝不是不相容的。对辩证矛盾的断言并不违反矛盾律:承认对象中存在两种相反相成的属性,绝不等于承认该对象既有又没有某种属性。例如,前引辩证哲学论断:"运动是(时间和空间)不间断性与(时间和空间)的间断性的统一",其所断言的是运动既具有连续性又具有间断性,是这两种属性的相反相成,并不构成逻辑矛盾。只有将之理解成运动既有连续性又没有连续性,或运动既有间断性又没有间断性,才能构成逻辑矛盾,但这已离开了原论断的本意。

需要说明的是,以上关于两种矛盾之区分的讨论,都是就其思想形态,

而不是就其语言表达式而言的。纯粹从自然语言表达看，某些命题无法单从形式上确认属于哪种矛盾，而需通过语境透视其思想形态。如《资本论》中的著名命题："资本不能从流通中产生，又不能不从流通中产生。它必须既在流通中产生又不在流通中产生。"马克思在这里通过一种貌似悖谬的语言所告诉人们的，是在资本产生过程中生产的根据性和流通的条件性的对立统一。只要不是停留于对语句望文生义，而是到表达它们的具体语境中考察其断言的含义，就能够清楚地区分逻辑矛盾和辩证矛盾，这里没有任何含混不清之处。

与上述关于两类"矛盾"的界说相类似，本书"导论"关于逻辑悖论三要素的论述，也需要从思想形态层面而不只是具体的语言表达层面加以把握。其中第三要素之所以用"可以"（能够）建立矛盾等价式这样的说法，正是因为在各种悖论实际的语言表述中，矛盾等价式并不一定出现，但其在思想形态上必定存在。

逻辑悖论所内含的矛盾等价式是前面已给予清楚界说的"逻辑矛盾"的一种特殊形态。在断定 $p \land \neg p$ 这一点上，它和普通的逻辑矛盾是一致的，而其特殊性恰如我们已阐明，这种矛盾等价式不是一种孤零零的存在物，而是与逻辑悖论的另外两大要素相关联的相对性、系统性存在物。

"作为逻辑悖论构成要素的矛盾等价式是逻辑矛盾的特殊形态"的论断，可依照学界通行习惯表述为："逻辑悖论是一种特殊的逻辑矛盾。"但是，必须准确地把握这种习惯表述的简约性。悖论作为由三要素构成的一种"理论事实"，其本身并不是逻辑矛盾的一个子类，而只是其内含的矛盾等价式隶属于逻辑矛盾。学界长期争论悖论是否逻辑矛盾，实际是争论在悖论中被建立起来的"矛盾等价式"或被"证明"的"矛盾"是否逻辑矛盾，而不是问作为一种理论事实的悖论本身是否逻辑矛盾。从学界有关讨论情况看，这一点是需要特别澄清的。

既然逻辑矛盾与辩证矛盾有着根本差异，而逻辑悖论所内含的矛盾等价式是一种特殊的逻辑矛盾，它就不可能隶属于辩证矛盾。但是，"悖论是辩证矛盾"，是一种在国内外学界特别是在我国学界有着广泛影响的观点。20 世纪 70 年代末 80 年代初，杨熙龄在评介西方逻辑悖论研究的过程中，

明确提出了"悖论是形式逻辑系统中出现的辩证判断"(可理解为认知层面的一种特殊的辩证矛盾)的观点,并述介了罗马尼亚瓦尔德等人类似的主张,以及与之相呼应的西方亚相容逻辑学派的"真矛盾"理论。① 针对这种观点,张家龙曾连续撰文,以语义悖论和集合论悖论为例,严格地论证了悖论的逻辑矛盾性质,指出如果把悖论当成辩证判断,"这就把辩证法变成了逻辑矛盾的庇护所,从而严重地歪曲了辩证法的本性"②。有关争论仍持续至今。

持"辩证矛盾说"的学者往往把爱因斯坦的"光速悖论"、马克思的"资本产生悖论"和康德的二律背反作为证明其观点的经典案例,然后再向狭义逻辑悖论乃至一般逻辑悖论推广。此处我们也就这三个案例来澄清问题。

把逻辑悖论的本初形态与悖论被消解或"脱悖"之后所得到的结果相混淆,是持"辩证矛盾说"的学者中经常出现的情况。例如,光速悖论经常被他们作为辩证矛盾的一个典型,但他们所使用的"辩证矛盾"一词所指谓的,往往是爱因斯坦在解决该悖论之后的科学论断。实际上,相对于狭义相对论或当代物理学的背景知识来说,并没有什么光速悖论。只有相对于 19 世纪末经典物理学或当时物理学界的背景知识而言,才有所谓光速悖论存在。少年爱因斯坦所发现的,显然是在经典物理学中出现又不能在经典物理学中消解的逻辑矛盾。诚如许多研究所表明,爱因斯坦对经典物理学的变革可概括为对一系列辩证矛盾的把握,但这是就光速悖论的解决而言,非指光速悖论本身。试问如果光速悖论本身已达到了"相反相成",何以需要爱因斯坦的"十年沉思"呢?

所谓马克思的"资本产生悖论",也就是前引马克思的著名论断"资本必须既在流通中又不在流通中产生"所表达的思想。以往许多学者(包括笔者)曾撰文分析了这个论断的辩证矛盾性质,但把这个论断称为类似光速疑难那样的悖论,却是严重的概念误用。如果说相对于没有剩余价值理论和

① 参见杨熙龄:《悖论研究八十年》、《非古典逻辑三种》、《不协调逻辑小议》,《国外社会科学》1980 年第 1 期、第 12 期,1981 年第 7 期。

② 张家龙:《论逻辑悖论》,载《逻辑学论丛》,中国社会科学出版社 1983 年版;并可参见其《论语义悖论》,《哲学研究》1981 年第 8 期。

劳动力商品论的古典政治经济学来说，这个命题具有某种悖论性的话，那么在马克思这里，这种悖论性已被消除。这与狭义相对论已消除光速悖论的道理是一样的。澳大利亚学者 W. A. 萨奇汀在讨论马克思的“矛盾”概念时，曾对此作了如下简要而清楚的说明：“一方面，依据等价交换原理，使价值成为资本的价值增量不可能在流通中产生(arise)；另一方面，价值又不可能在流通之外得以实现(realised)。这个问题的解决有赖于引入一个新的(更为具体的)概念，即区别于劳动的劳动力。由此便可说明为什么使价值成为资本的价值增量的确并不在流通中产生(乃根源于生产中劳动力的使用)，又不可能离开流通而生成(在流通中劳动力变换为工资，价值在总体上得以实现)。”①显而易见，在马克思的“劳动力商品”概念和剩余价值理论产生之前，政治经济学理论体系中确有“资本产生悖论”的存在，前引论断可用来表达其逻辑矛盾性质。而马克思新概念、新理论的引入赋予了该论断辩证矛盾的内涵，而此时悖论已告消除。

对哲学悖论的典型代表康德二律背反的辩证矛盾性质的指认，是坚持悖论是辩证矛盾观点的学者最重要的依据。他们认为，黑格尔是把二律背反“当作辩证矛盾来颂扬的”，其根据是黑格尔对康德提出二律背反有过极高的评价，如在《小逻辑》中称之为“近代哲学界一个最重要的和最深刻的进步”，“必须看成是哲学知识上一个很重要的推进”。然而，这些学者没有注意黑格尔紧接上列引文讲的一段话：“但同时也须注意，就是康德在这里仅停滞在物自体不可知性的消极结果里，而没有更进一步达到对于理性矛盾

---

① W. A. Suchting, *Marx and Philosophy*, New York University Press, 1986, p.82.[由于萨奇汀这本书难得的清晰性，笔者一直将其作为钻研马克思哲学思想的案头书之一。近来关注“分析马克思主义”思潮研究，阅读了澳大利亚学者亨特(I. Hunt)的《分析的和辩证的马克思主义》一书(中译本由徐长福等译，重庆出版社 2010 年版)，方知这本书对澳大利亚近年得到比较充分发展的“新辩证法学派”之形成产生了深刻影响。而普利斯特的悖论逻辑，也对“新辩证法学派”的发展有过重要推动。“新辩证法学派”在“分析马克思主义”思潮中未能获得充分发展的“分析风格的辩证法”进路上做了许多新的探索，可为“矛盾”与“悖论”的相互关系研究提供许多宝贵的案例资源。关于“分析马克思主义”思潮中长期未能获得应有关注的“分析风格辩证法”进路的评论，可参见张建军、曾庆福《关于“分析马克思主义”思潮的几个问题》(载《学术月刊》2010 年第 12 期)。——修订本注]

有真正积极的意义的知识。”①在黑格尔眼中,康德二律背反在其本来含义上只处于“消极理性”的层次,并未达到把握辩证矛盾的“积极理性”层次。所谓积极理性的标志,就是认识或把握“对象作为相反的规定之具体的统一”。而这一点并不为康德的二律背反所具备。

康德本人的论述也可以为其二律背反的逻辑矛盾性质提供清晰的说明。他认为,二律背反是必须消除的,而消除的办法就是区分现象和自在之物。“如果人们把现象看作是自在之物,要求从现象中依照条件的序列得到完全无条件的东西,那么就陷入了明显的矛盾。只有通过指明:完全无条件的东西不在现象之中,而只是在自在之物那里,这些矛盾才能消除。”②须知,在康德那里,“矛盾”这个术语只有逻辑矛盾一种含义,因而康德的思想在这里是非常清楚的。在二律背反应当消除这一点上,黑格尔与康德一致的。他指出:“康德也解决了矛盾,不过是按照先验唯心主义的独特方式去解决的。”而他认为,康德的办法导致不可知论,实际上并没有解决矛盾。要真正解决二律背反问题,须将康德的消极理性转化为把握辩证矛盾的积极理性。“真正的解决在于……认识到真理只在于两者(对立面)的具体的统一。”③因而可以断言,黑格尔所做的工作,也是一种试图消除逻辑矛盾的工作。我们在前面已看到黑格尔的工作对当代逻辑悖论研究的重要启发价值,其原因亦在于这种基本诉求上的一致性。

由以上讨论不难见得,正确区分逻辑矛盾和辩证矛盾,是正确把握悖论的矛盾归属的基础和前提。尽管在两种矛盾的定义和区分标准上,尚存诸多不同意见,但这种区分的必要性和重要性,已成为当代关心辩证法的逻辑学者和辩证哲学学者中的主流性观点。然而,在国内外辩证哲学界,有些学者依然反对这种区分,认为并没有两种不同的矛盾,而只有形式逻辑和辩证法(及辩证逻辑)对同一种矛盾的不同理解。由此可自然地引申出其悖论观:既是逻辑矛盾,又是辩证矛盾。

① G. 黑格尔:《小逻辑》,第133页。
② 《康德书信百封》,李秋零译,上海人民出版社1992年版,第90页。
③ G. 黑格尔:《康德哲学述评》,贺麟译,商务印书馆1962年版,第42—43页。

这种观点在当前国内学界的代表是邓晓芒。他在1992年出版的一部研究黑格尔哲学的著作中明确主张:“辩证矛盾与矛盾律所讲的(逻辑的)矛盾,实际上就是同一种矛盾。试图用划分语义层次的方式来消除辩证矛盾的逻辑矛盾色彩是徒劳的,它只会钝化辩证矛盾。”①后来,他又针对逻辑学界的讨论发表了《辩证逻辑的本质之我见》一文,再次论证“在形式逻辑中被视为破坏逻辑的矛盾,在辩证逻辑中(或在形式逻辑的辩证理解中)却成了合乎规律的表现。但这并不导致有‘两种矛盾’,而只产生出对矛盾的两种理解。”他对国内逻辑学界长期以来区分两种矛盾的努力采取了完全否定的态度,其理由是这些努力均忽视了辩证矛盾的“自否定实质”。邓晓芒认为,笔者“在《如何区分逻辑矛盾和辩证矛盾》一文中归纳了国内学术界历来对‘辩证矛盾’的七条定义(包括他自己的在内),以及与形式逻辑矛盾相区别的十二条标准,其中就没有一条谈到对辩证矛盾的自否定实质这种理解,都是讲已有的两个对立面如何互相结合的问题。”他诘问道:“如果真有两类完全不同的矛盾的话,为什么几十年来这么多专家学者都区分不开?”②

我认为,说几十年来人们都“区分不开”两种矛盾是不确切的,只能说尚未就此达成较普遍的共识(就上述主流派来说已达成部分共识)。况且,迄今区分不开并不等于不能或不应区分开,迄今未达成共识并不等于不能或不应达成共识。我们知道,无论在苏联和东欧国家(特别是曾经为现代逻辑大本营的波兰),还是英、美、日和欧洲大陆,这种区分都是辩证哲学界一再讨论的话题。③ 这表明,在现代形式逻辑获得长足进展的时代条件下,任何辩证哲学学说均需面对正确区分两种矛盾的问题。

笔者赞同把事物的“自否定”作为辩证法的一项根本原则的观点,并在“客观矛盾”的层面上赞同邓晓芒的如下主张:“凡是外在两个东西的相互矛盾,都在本质上是由同一个东西的自相矛盾、自我否定建立起来的。”然而,

① 邓晓芒:《思辨的张力——黑格尔辩证法新探》,湖南教育出版社1992年版,第383页。

② 邓晓芒:《辩证逻辑的本质之我见》,《逻辑与语言学习》1994年第6期。笔者的《如何区分逻辑矛盾与辩证矛盾》系1985年提交全国形式逻辑讨论会的论文,收入《矛盾与悖论研究》,黄河文化出版社1992年版。

③ 参见黄楠森等主编:《马克思主义哲学史》第8卷,北京出版社1996年版。

我认为,由此并不能推论出拒斥两种矛盾之区分的结论。邓晓芒在上述文章中就此论证说:“通常对‘矛盾’的理解,总是停留在两个东西的外部冲突、或顶多是一个东西身上现在既有的两种‘属性’、两个‘方面’等等的相互渗透、相互依存、相互转化这一层次之上,而没有看出,其实一开始并没有‘两个’东西(属性、方面等等),而只有一个东西:所谓‘二’只是由于‘一’的自否定而建立起来的,因而最本质的矛盾是自否定。”对此,我们可作如下分析:

首先,上述关于“一”在“二”之先的论述,是指“时间在先”还是“逻辑在先”?依据其黑格尔哲学背景,显然应指“逻辑在先”。那么,怎能以此排斥从对“二”的把握角度区分逻辑矛盾和辩证矛盾呢?

其次,作为认知层面的辩证矛盾之把握对象的“客观矛盾”是一个关系范畴,也就是说,至少是二项关系才成其为客观矛盾,讲一个东西的内在矛盾就必定要讲“二”。邓晓芒强调说,真正的矛盾是“一个东西”,“是一个东西自己与自己对立、自己与自己不同、自己与自己相区别、相排斥,一句话:‘自否定’”。我们知道,黑格尔也的确说过许多类似的话。然而,如果要在辩证意义上而不是形式逻辑意义上理解这里的“否定”及其相关概念,能够离开辩证意义而不是形式逻辑意义上的“肯定”及其相关概念吗?我认为,之所以可以仅用“自否定”表示辩证否定原则,是因为任何事物的“自肯定”方面是不言而喻的。难道不正是辩证法告诉我们,任何“一个东西”中都“现存既有”肯定性因素和否定性因素“两个方面”或“两种属性”吗?不正是它们的相反相成造成了事物“自我否定”的运动变化吗?

在我看来,理解和把握形式逻辑意义上的“肯定与否定”与辩证意义上的“肯定与否定”的不同,是我们正确区分两种矛盾的关键所在。从前述“原子形态”上说,逻辑矛盾中的“肯定”和“否定”是指属性的“有”与“无”,而辩证矛盾的“肯定”和“否定”是指一个东西“共有”的两种相反属性。这与自否定原则并无任何逻辑冲突。相反,如果把两种矛盾混为一谈,认为“一个东西”既有肯定性属性又没有肯定性属性,或既有否定性属性又没有否定性属性,那么自否定怎能得到合理的说明呢?

诚如邓晓芒所说,黑格尔本人并没有专门探讨过“逻辑矛盾”与“辩证矛盾”的区别,在他的著作中也根本没有“辩证矛盾”一词(康德倒是使用过这

个词，用它来指谓二律背反；但康德的“矛盾”纯然指逻辑矛盾，“辩证”一词则是在他的“辩证幻相”的含义上使用的），但这并不妨碍我们通过划分两种矛盾对黑格尔进行合理的理解。我认为，没有在显层上严格地区分逻辑矛盾和辩证矛盾，是黑格尔辩证法体系的一个严重的缺陷，是限制其“珍宝”（恩格斯语）发挥作用的一个重要因素。至于邓晓芒所说黑格尔“有意地颠倒了两千年来西方人已习以为常的形式逻辑思维框架，使表达与语义处于最尖锐的矛盾之中”，我认为是符合黑格尔著作的实际情况的。这突出表现在他使用了大量“既是又不是”式语句来表达辩证矛盾命题。这显然与黑格尔对形式逻辑的作用及其发展潜力估计不足有关。关于这种“陌生化”手法的历史作用，我们不能在此展开全面的讨论。一个不争的事实是，它对于后人对辩证法精神的“体验”，以至对于整个辩证哲学的命运，产生了重大的负面影响。我们只要指出罗素、波普尔等人对辩证法矛盾学说的误视和错解即可说明问题。尽管在马克思主义哲学经典文本对辩证矛盾的表述中，这种悖论性语言并不占多数，然而这种与思维形式相违的语言表达形式的存在，虽有修辞上的好处，却招致了许多严重的误解，实则弊大于利。虽然我们的研究中应当做到“不是停留于表面词句，而是进入其内在灵魂”（邓晓芒语），但正如当代语言哲学研究所充分揭示的那样，恰当的语言表达之意义绝不可低估。我认为，适应严格区分逻辑矛盾与辩证矛盾的需要，当代辩证哲学应当拒斥悖论性语言。

显而易见，如果我们能够严格区分逻辑矛盾与辩证矛盾，则视悖论既是逻辑矛盾又是辩证矛盾的观点，也就没有立足之地了。

在此应当强调指出，我主张严格区分两种矛盾，并论证悖论隶属于逻辑矛盾而非辩证矛盾，并不意味着认为悖论与辩证矛盾无关；相反，我曾多次论证了二者的深刻关联，并据此提出了悖论的消解过程均可“辩证重建”的论点，认为任何比较成功的解悖方案均可解释为对某种辩证矛盾的把握过程。由这个论点来看，任何一个冲击“公认正确的背景知识”的严格悖论的出现，都表明存在某种或某些未知的客观矛盾等待认知主体去探求、去把握，通过认识客观矛盾、形成辩证矛盾思想而消除悖论，往往意味着旧认知框架中的某些基本原理和基本概念的突破。在这个意义上，我把严格悖论

的出现视为“事物的辩证结构(客观矛盾)的一种折射,为认识和把握辩证矛盾提供了起点、线索和思路”①。

在这个问题上,黑格尔矛盾学说与康德二律背反的关系,也可以给我们提供深刻的启示。正如周礼全所指出的,尽管“康德先验逻辑中所说的矛盾,就是形式逻辑所说的矛盾。黑格尔辩证逻辑中所说的矛盾,则不是形式逻辑中所说的矛盾,因而也不是康德先验逻辑所说的矛盾”,“但是,黑格尔的辩证逻辑中的矛盾概念和理论,却是他受了康德的二律背反理论的启发的结果”②。前面我们强调了康德确认二律背反属于逻辑矛盾的一面,其实,他对于二律背反在逻辑矛盾中的特殊性,也是有充分认识的。他把二律背反隶属于与他所谓“逻辑幻相”(因违反形式逻辑规则的思维混乱所使然)不同的“先验幻相”,并认为这是“人类理性最奇特的现象”。黑格尔由此看到,如果承认世界的可知性从而不采用康德对二律背反的消解方案,则把握“对立面的统一”的要求就成为必然。这也就是列宁所谓康德“使辩证法摆脱了‘随意性的假象’”的真义。必须指出,二律背反的消解绝不能仅诉诸“对立统一”的空话,而须如黑格尔所说去把握“相反规定之具体的统一”。这是在运用辩证哲学研究悖论问题时所必须予以注意的。

在悖论的矛盾归属问题上,国内学界还存在另一种观点:悖论既不是逻辑矛盾,也不是辩证矛盾,而是独立于二者的第三类思维矛盾。沈跃春在其多篇文章中明确主张这种观点并给予了论证。他的最主要的论据是:“悖论是一种推论,而其他两类矛盾是以命题的形式表现出来的。”③在他看来,有人把悖论视为辩证矛盾,主要是由于没有认识到,悖论推论的结论“确实是以逻辑矛盾的形式表现出来的,因而绝不能把悖论看作可以接受的‘客观真理’或‘辩证判断’”;而把悖论视为逻辑矛盾(包括特殊的逻辑矛盾),则是由于把悖论归结于某种命题,“未能把悖论与悖论性命题区别开来”所致。他认为,这两者有一个共同的错误假定,即思维领域中只有逻辑矛盾和辩证矛盾这两类矛盾。据此,他对笔者的观点提出了如下具体批评:说“悖论不是

① 张建军:《辩证矛盾并不导致悖论》,《中国社会科学》1991 年第 1 期。

② 周礼全:《黑格尔的辩证矛盾》,中国社会科学出版社 1989 年版,第 39 页。

③ 沈跃春:《悖论与诡辩》,《自然辩证法研究》1995 年(逻辑研究专辑)。

由于违反逻辑规则所使然”，与说“悖论是逻辑矛盾”（从而必违反逻辑规律）这两个论断是不相容的，因而自相矛盾。

要澄清这里的问题，首先需要诉之于前已表明的“悖论是一种逻辑矛盾”这一命题的简约性。对作为一种理论事实或状况的悖论本身，当然提不出它究竟是否逻辑矛盾的问题。人们追问悖论的矛盾归属，实际上就是追问在悖论中已被建立起来或可以建立起来的“矛盾等价式”的性质，这一点在国内外学界可谓约定俗成。瓦尔德和杨熙龄认为悖论是辩证矛盾或辩证判断，其所指也是这种在悖论推导过程中被建立起来的矛盾等价式。或许正是为了避免造成误解，黄展骥曾把问题修改为“悖论内含什么‘矛盾’”？[①] 这显然是问题的一种更为严格的提法。当然，既已约定俗成，只要明确问题的确切含义，我们也不必改变原来的提法。

弄清这个问题后，我们再来看沈跃春的如下论断：“我们可以说：悖论内含逻辑矛盾。”“解析悖论，就在于消除悖论中的逻辑矛盾。”“倘若把悖论当作辩证矛盾接受下来，也不能导致悖论问题的解决。因为……悖论的结论是一种特殊的逻辑矛盾，属于形式逻辑要排除的谬误。”这与我们的结论不是非常一致吗？

当然，约定俗成的表述毕竟是一种不严格的说法，因此严格说来，沈跃春再三强调的“悖论既不能归结为其前提，也不能归结为其结论，前提与结论都只是悖论的构成要素”的说法，应属正确的论断。但这里的问题是，能否由此得出他所要论证的“悖论是第三类矛盾”的结论。他有时把悖论称为一种“思维过程”，一种“推论”或“推论过程”，有时又称作“论证过程”。我们在此不去辨别这些说法的差异，而只想表明：无论是“推论”、“思维过程”还是“论证过程”，都不能作为与逻辑矛盾和辩证矛盾相并列的一种“思维矛盾”。

首先，从沈跃春本人的论述看，他是赞同把“逻辑矛盾”作为一个认知范畴的观点的，同时他也使用了“辩证矛盾属于认知范畴，是主观思维对客观矛盾的辩证把握”的提法。那么，怎么能把“推论”等隶属于相对客观层的非

---

① 黄展骥：《悖论内含什么“矛盾”?》，《哲学动态》1995 年第 4 期。

认知范畴,来与属于"主观层"认知范畴的两种"矛盾"相并列呢?

其次,任何"矛盾"概念,都离不开"肯定"与"否定"这对范畴。逻辑矛盾所断言的是形式逻辑意义上的既肯定又否定(因而恒假),辩证矛盾所断言的则是辩证意义上的既肯定又否定(相反、对立为否定方面,相成、统一为肯定方面)。"推论"、"思维过程"或"论证过程"本身没有任何对肯定与否定的断言,何言认知范畴的"矛盾"?

再次,把"推论"等作为第三类矛盾,也使沈跃春无法解释他自己的一些论断。比如他说:"悖论作为一种由于思维自我相关而导致的思维矛盾,我们既不能说它是一种永假命题,也不能说它是一种永真命题,其真实性有待社会实践的逐步验证。"试问:一种思维过程怎么会有是真命题还是假命题的问题呢? 如果这里的"真实性"仅指推论的有效性的话,则这里的论断又与他一再肯定的悖论推论形式的正确性相冲突。

由此可见,用"推论"与"命题"的区别来论证悖论是"第三类矛盾",是难以成立的。而"悖论是逻辑矛盾"与"悖论不是由于违反逻辑规则使然"之间是否冲突的问题,通过以上讨论已可以得到明确的解答。悖论内含的是一种特殊的逻辑矛盾,其得来绝非由于在推论过程中违反逻辑规则所造成。

需要强调说明的是,我不赞成"第三类矛盾"说,并不是不赞成悖论具有两种矛盾之间的某种"中介"性质的观点。20 世纪 80 年代初,沙青提出了"悖论是一种具有中介性的思维运动的环节"①的观点;后来又系统论证了

---

① 沙青、徐元瑛:《辩证逻辑简明教程》,河北人民出版社 1984 年版,第 31 页。[在此值得一提的是,我在 20 世纪 80 年代初钻研悖论问题之始,是接受沙青先生"中间物"的主张的,即悖论"既具有逻辑矛盾的形式,又具有辩证矛盾的性质。它既不完全是逻辑矛盾,也不完全是辩证矛盾,而是一种具有中介性质的思维运动的环节"(见《辩证逻辑简明教程》第 31 页)。在进一步钻研后我认为,虽然"中介环节"的主张是富有启发力的,但悖论仍应界说为一种"特殊的逻辑矛盾",并据此写出了《集合论悖论的辩证分析》一文呈于先生。先生不以为忤,反而对学生的独立思考鼓励有加。多年之后,先生如此回顾到:"他对悖论的界说同当年我的观点是不一致的,但言之成理,且具有新意,遂力荐学报公开发表。二十多年以后,我发现我当年的观点只能是一种假想,而无法论证,转而赞同他的观点了。老师的谦容的治学心态是一种品格,不但对学生的发展,而且对老师本身都是至关重要的。"(沙青:《高湖学记》,中国国际文化出版社 2011 年版,第 110 页)先生师德风范,高山仰止!——修订本注]

“悖论是普通逻辑思维与辩证思维的中间物”的主张，并提出了以整体性观点为纲探讨悖论问题的重要思想。[①] 我认为，以“特殊的逻辑矛盾”的观点看悖论，正如上面所表明，与把悖论视为形式逻辑与辩证逻辑之“中介”性“联结点”并非不相容；而以往的研究表明，若使悖论游离于逻辑矛盾的范畴之外，却会在逻辑理论上造成严重的困难。比如说，当前西方语义悖论与语用悖论研究中最具活力的多种“语境敏感方案”，已把“真理”概念由固定范畴转化为流动范畴，显示出明显的辩证倾向，因而典型地体现了悖论的上述“中介”性质。而如我们已看到，所有这些方案都仍把悖论视为逻辑矛盾。倘若否定悖论的逻辑矛盾性质，这些成果就难以立足。可见，只有把悖论视为特殊的逻辑悖论，才符合“最小代价最大收益”原则，同时也有益于人们对辩证法与现代逻辑的相容性及其相辅相成关系的把握。

在上述讨论的基础上，我们可以对以“真矛盾”理论为核心的亚相容逻辑解悖方案的实质有更为明晰的把握。

亚相容逻辑（又译“次协调逻辑”、“弗协调逻辑”）并非缘于解决悖论问题的需要而诞生，但其后来的发展在很大程度上得益于逻辑悖论的研究，同时，也形成了西方逻辑悖论研究中的亚相容逻辑学派。亚相容逻辑学派的基本精神，就是在一定程度和一定意义上容忍逻辑矛盾。直接作为悖论问题解决方案的亚相容逻辑系统的主要代表，是澳大利亚学者普利斯特（G. Prist）发表的《悖论逻辑》一文，其核心思想便是把真正的严格悖论作为“真矛盾”来接受，并在形式技术上将之“圈禁”起来，以堵塞其“有害的灾难性扩散”的途径。[②] 显然，亚相容方案的锋芒所向直指经典逻辑的根本大法——矛盾律，其所实行的变革比前述引进语境因素的所谓“革命”有根本差异，因而在西方逻辑哲学与语言哲学界遭到抵制和反对是可以理解的。我们前面一再引用的美国学者马丁编辑并于 1984 年出版的《真理与说谎者悖论新论》，收录了 20 世纪 70 年代中期至 80 年代初语义悖论研究中提出的主要

① 参见沙青：《逻辑科学方法论论纲》，天津人民出版社 1995 年版。

② Cf. G. Priest，“Logic of Paradox”，*Journal of Philosophical Logic*，Vol. 8(1979).

方案的代表作,被普遍认为是当代逻辑悖论研究的必读文献,但其中并没有收录《悖论逻辑》。实际上,普利斯特这篇文章由于其高引用率(除亚相容学派本身的支持以外多为批评性引用)及其反复答辩而产生的广泛影响,是完全可以和收在文集中的多数文章相并列的。在亚相容学派的鼎力支持和众多批评意见的双重激励下,普利斯特完成了以"真矛盾"概念为核心的著作《走进矛盾》,于 1987 年面世。[①] 该书详细阐发了其建立悖论逻辑系统的哲学思想和科学根据,并在形式技术方面作了较大的改进,从而使亚相容逻辑方案更加引人瞩目。

普利斯特和许多逻辑学家、哲学家一样,认为过去关于悖论的各种解决方案,都受损于其特设性。尽管近几十年来,为解决悖论所花费的研究,可能比逻辑史上对任何其他课题的研究更多。然而,用非特设条件的标准来衡量,"几乎所有已知的对悖论的'解决'都未能成功,从而使我可以断言,还没有发现任何解决方法"。他经过探索钻研后认为,要解决问题,须彻底改换一下思考问题的方式。普利斯特写道:

> 我们通常总是假定,我们的推理并不在悖论的处境中进行,而当遇到矛盾之时,总以为这标志着出了什么差错,而不想继续思考下去。但是,恰当我们继续走下去时,就会发现原来熟知的世界消失了,发现我们自己已置身于奇特的新环境。显然,这是一个新鲜领域,还需要我们去开发。以后我们会被引向何方,尚不得而知。然而,数学史的一个结果却早已赫然呈现在我们眼前:罗素发现了一个集合,它既属于自己又不属于自己,这就是自从发现$\sqrt{2}$以来数学史上一个最大的数学发现。[②]

可以看出,普利斯特的想法与赫兹博格"不压制悖论,让悖论自己表露自己

① Cf. G. Priest, *In Contradiction: A Study of the Transconsistent*, Martinus Nijhoff Publishers, 1987.

② G. Priest, "Logic of Paradox", *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 8(1979).

的内在原理"的思想是相通的。然而,普利斯特并未像赫兹博格等人那样从整体上寻找相容性,而主张采取这样的方略:不要再像毕达哥拉斯门徒们面对$\sqrt{2}$时那样把脑袋往墙上撞,而应该像接受$\sqrt{2}$那样把悖论当作严酷的事实来接受。"应该接受悖论,学会与悖论一起好好相处"。从语义角度说,就是既承认有的语句是或真或假的,又承认有的语句(悖论性语句)是既真又假的。他把真而非假的语句叫"单真的",把假时非真的语句叫"单假的",而把既真又假的语句就叫作"悖论性的"。悖论性的语句在他的系统中又是与单真的语句并列的一种真语句,换言之,就是把悖论性语句当作一种合法的而且为真的语句接受下来。普利斯特将这种语句称为"真矛盾"语句,又名"辩证论题"(dialetheia)。

普利斯特说,按受悖论的理由不仅仅是由于悖论问题还无人能够解决,还有更深层的哲学道理。他以哥德尔的不完全性定理和塔尔斯基的成果说明:以往的公理化、形式化的系统并没有完全地刻画日常的素朴证明程序。因为有的在形式系统内不可证的语句,却可以用素朴的推理加以证明。素朴证明之所以超出了形式证明,是由于它运用的是语义上封闭的语言。因此,关于素朴证明正确的完全的形式化理论,应是一种语义上封闭的理论。从而必是一种包含悖论的理论,任何对于素朴证明的适当刻画,都必须首先承认悖论是不可避免的这一事实。

显然,人们会质问普利斯特:一个允许悖论因而允许矛盾在其中存在的理论何以成立?不是说在一个有矛盾的理论中任何命题都能证明吗?它怎么能刻画素朴证明方法呢?普利斯特回答说,提问者的思维方式是预先假定了讨论的基础逻辑是经典逻辑,但是,素朴证明的逻辑恰恰是非经典的。在封闭的自然语言中,即使在某个地方产生了矛盾,人们也并不就此以为其他命题的真假毫无意义。在一个有矛盾的理论中任何命题都能证明这个结论,本是运用经典逻辑进行形式化而得出来的。由此,普利斯特认为,应放弃经典逻辑,建立一种非经典的逻辑,以掌握允许悖论存在的、有矛盾的系统。在这种非经典逻辑中,悖论被圈禁或孤立起来,防止它们祸及其他方面,用这种逻辑把握理论系统,即使存在悖论,整个理论也可以平安无事。

在以上思想指导下,普利斯特建立了非经典的逻辑系统 LP(“悖论逻辑”)。LP 取消了经典逻辑的某些重要的推理规则的普适性,如假言难理的肯定前件式和否定后件式、归谬法等,使得由矛盾推出所有命题成为不可能。同时,他也把这些被取消了普适性的规则视为准有效的,即如果不涉及悖论式命题,则仍视这些规则为有效。“除了我们有特殊的根据相信有悖论式语句出现于论证之中,都可以同时运用有效的和准有效的推理(规则)”。而当遇到悖论时,便立即将准有效规则取消,从而使悖论对整个系统产生不了破坏作用。

普利斯特的理论作为悖论的一种解决方案,显然属于非经典逻辑方案。它与多值逻辑方案的不同在于:以往的多值逻辑方案一般都在否定二值排中律时保留矛盾律(一命题不会既真又假),而普利斯特的“悖论逻辑”则认为矛盾律对悖论式语句失效,换言之,矛盾律只是准有效的。另外,作为解决悖论的方案的各种多值逻辑,其出发点是要避免悖论,因而也是千方百计地“压制”各种已知悖论的出现,而“悖论逻辑”则采取了直接承认已知悖论的态度,只是通过修正经典逻辑以堵塞悖论的“有害的灾难性扩散”的途径。因此,这是在逻辑改造的道路上与多值逻辑有根本性差异的另一种方案。

正因为普利斯特限制了矛盾律的作用,尽管 LP 也使用了“悖论的”这个第三值,但在他看来,这没有以往的三值逻辑那样的“跳出油锅又进火坑”之虑,因为他认为过去认定不能待在“油锅”或“火坑”中的看法是错误的,通过某些措施可以保证人们在这样的“油锅”或“火坑”中居住而不受到伤害。显而易见,从 RZH 标准来看,悖论逻辑就不像多数解悖方案那样极力争取合乎“足够狭窄”标准(有时不得不在某种程度上违背“充分宽广”标准),而是为维护充分宽广准则而放弃了“足够狭窄”标准。所以这个方案被有些人称为最具“革命性”的方案。

普利斯特的思想并非由一种突发的奇想所致,其理论渊源是已经研究了几十年的“亚相容逻辑”。顾名思义,亚相容逻辑即允许在理论系统中存在逻辑矛盾的逻辑。与多值逻辑一样,亚相容逻辑的诞生也并非出于解决悖论的考虑。俄国逻辑学家瓦西里耶夫在 20 世纪初曾发表一系列文章阐

述他关于矛盾律和排中律都可放弃的思想,并就如何构造使这些法则失效的逻辑系统进行了探讨,他的工作未能取得进一步的结果。与此同时,波兰逻辑学家卢卡西维茨在否定排中律的普适性,提出多值逻辑思想的同时,也感到矛盾律或许也非普适,从而原则上应“研究不具有矛盾律的逻辑”。他们不约而同地认为,这种新逻辑与经典逻辑的关系,就如同非欧几何和欧氏几何的关系一样。他们的这些思想的产生均独立于西方学术界关于悖论的讨论。(在20世纪初的狭义逻辑悖论研究中,由于大部分研究者都是数学家,对于不矛盾法则未提出过任何怀疑,即使从另一个角度提出否定排中律的直觉主义者也是如此。希尔伯特更是把它作为数学的灵魂和系统可靠性的试金石。)卢卡西维茨自己并未尝试构造一个亚相容逻辑系统。第一个亚相容逻辑的形式系统是他的学生雅斯科夫斯基(S. Jaskowski)给出的,于1948年以“讨论逻辑”为名发表。此后,亚相容逻辑研究和系统构造日渐兴旺。其中著名的有巴西的达考斯塔(N. da Costa)和澳大利亚的娄特雷(R. Routley)等人的工作。在研究语义悖论的热潮中,亚相容逻辑与悖论的联系愈益受到人们的重视。到普利斯特的“悖论逻辑”,则是直接运用亚相容逻辑的观点以解决悖论问题为宗旨而建构逻辑系统了。

亚相容逻辑在其发展历史上的称谓比较混乱,目前通行的 paraconsistent logic 的称谓是秘鲁逻辑学家奎萨达(F. M. Quesada)在1976年创造的一个新词,以显示尽管减弱了经典相容性,但并非没有相容性方面的要求。由于这个新词有利于人们正确理解亚相容逻辑,从而逐步为人们所普遍接受。

由该词的使用即可看出,亚相容逻辑学派对于逻辑矛盾的接受是有条件的,主要是试图解决经典逻辑所解决不了的一些难题,悖论问题便是这种难题之一。也就是说,他们的研究并不是要丢掉经典逻辑的成果,抛弃相容性的传统,而只是对经典逻辑的作用范围给予某些限制,对它的部分法则给予某种修正。在解决难题的同时,容纳尽可能多的经典逻辑推理模式和规则,是各种亚相容逻辑系统所遵循的一条基本原则。因此,不能把亚相容逻辑理解为容纳任何逻辑矛盾的逻辑。亚相容逻辑所接

受的逻辑矛盾是特称的而不是全称的。正如塞恩斯伯里所概括的那样,普利斯特和其他亚相容逻辑学者所确认的是以下两个特称或存在命题:

1. 某些(逻辑)矛盾是真的。
2. 某些(逻辑)矛盾可以被合理地相信为真。①

"悖论"一词在亚相容逻辑学者那里有多种不同意义的使用,特别是有形式悖论和非形式悖论的区分。② 但依照本书的界说可列为严格意义逻辑悖论的东西,均可被普利斯特视为真矛盾。与普利斯特的 LP 系统一样,达考斯塔的"亚相容集合论",亦把罗素悖论中的矛盾等价式作为系统的定理。

尽管近年来亚相容逻辑解悖方案获得了长足发展,并产生了愈益广泛的影响。③ 但在形式技术和哲学说明两个方面,人们仍然对其作为一种解悖方案的"资质"不断提出质疑。西门斯在 1993 年出版的《普遍性与说谎者》一书中指出,尽管普利斯特的 LP 容忍"既真又假"的矛盾,对它同样可以提出类似于强化的说谎者的问题。根据普利斯特,"φ 是真的"和"φ 是假的"的真值条件可列为下表:

---

① 参见 R. M. Sainsbury, *Paradoxes*, p.135。[关于亚相容逻辑特别是其矛盾观的集中研讨,可参见普利斯特和比尔(JC Beall)等人编辑的 *The Law of NonContradiction: New Philosophical Essays*(Oxford University Press, 2004),该书的特点是不仅收入亚相容学派的代表论文,也收入了一些质疑文章,很有参考价值。该文集中也多处研讨了"矛盾"一词的多种不同用法,但令人遗憾地未能聚焦于逻辑矛盾与辩证矛盾的区别这一核心问题。关于此问题的评论可参见付敏、张建军《"矛盾"的多重定义与"真矛盾论"的理论困境》(载《江海学刊》2010 年第 3 期)。国内亚相容学派的探索集中体现于桂起权等著《次协调逻辑与人工智能》(武汉大学出版社 2002 年版),新近探讨可参见任晓明、桂起权著《非经典逻辑系统发生学研究》(南开大学出版社 2011 年版)和杨武金著《辩证法的逻辑基础》(商务印书馆 2008 年版)。——修订本注]

② 参见桂起权:《次协调逻辑的悖论观》,《安徽大学学报》1992 年第 1 期。

③ 代表性著作还可指出:N. Rescher and R. Branddom, *The Logic of Inconsistency*, Blackwell Press, 1980; N. S. Hellestein, *Diamond: A Paradox Logic*, World Scientific Publishing Company, 1997, etc.

φ	φ是真的
T	T
P	P
F	F

φ	φ是假的
T	F
P	P
F	T

其中 T 为“单真”，F 为“单假”，P 为“悖论性的”(既真又假)。已知说谎者语句 L 既真又假，故有：

L 是真的，当且仅当，L

L 是假的，当且仅当，L

也就是说，“L 是真的”与“L 是假的”都是悖论性的，而据普利斯特，两个悖论性语句的合取也是悖论性的，故可推出：“L 是悖论性的”这个断言也是悖论性的，即也是既真又假的。西门斯据此指出：“这就意味着还要承认 L 不是悖论性的，即‘L 是悖论性的’陈述总是伴随‘L 不是悖论性的’陈述。在表述其理论时，普利斯特肯定的是前者。但究竟为什么只授予前者这样的特权呢？我们也完全可以肯定后者——它同样是普利斯特之说明的一部分。……但如果我们这样做，我们就无法成功地运作普利斯特的理论。”①

1995 年，澳大利亚学者斯莱特尔(B. H. Slater)在著名的《哲学逻辑杂志》上发表一篇短文，从另一个角度批评了普利斯特系统的基本出发点。他把上列普利斯特真值表中的真值集{T，P，F}表达为{1，0，−1}。依据普利斯特，$\neg\varphi$ 的值(释为 $\neg\varphi$ 是假的)等于 φ 的反面，而 $\varphi\wedge\psi$ 的值取 φ 和 ψ 中的最小值。在所有赋值下均大于或等于 0 者为普利斯特所谓“逻辑真理”。在这些界定之下，φ 和 $\neg\varphi$ 的合取可以等于 0 值(悖论性的)，从而可以是真的。然而，斯莱特尔表明，严格地按照这些解释，普利斯特系统中 φ 和 $\neg\varphi$ 之间就根本不是矛盾关系，而只是下反对关系(不能同假可以同真)。因为

---

① K. Simmons, *Universality and the Liar: An Essay on Truth and the Diagonal Argument*, pp.81—82.

“φ 是真”(与 φ 等价)意味着 φ 的值大于或等于 0;而“φ 是假的”(与 $\neg\varphi$ 等价)又意味着 φ 的值小于或等于 0,但显然二者之间不是经典否定词“$\neg$”所表明的矛盾关系。这里的“$\neg$”只是下反对算子而非矛盾算子。硬要把“下反对关系”称为“矛盾关系”,就如同硬要把“红”称为“蓝”一样,并不构成对经典逻辑实质上的挑战,斯莱特尔指出,达考斯塔等人所构造的亚相容逻辑系统也存在类似的问题。①

我认为,西门斯和斯特莱尔的上述批评都是切中肯綮的。普利斯特上述真值表所刻画的赋值法则,无非是一种特殊的三值逻辑法则,因而必受到我们前面所阐释的强化的排中律与强化的矛盾律的规定和制约,从而难以真正体现出亚相容逻辑学者的“真矛盾”思想。由此可显示出,亚相容逻辑学派的理论中还存在一些基本性的混乱。

依据本节前半部分的讨论不难见得,亚相容逻辑学派理论混乱的根源,就在于其所使用的“矛盾”概念没有得到真正的澄清。由我们前面给出的两类矛盾的递归性定义看,澄清问题的途径即回到人类思想的起点,研究“原子矛盾”的拒斥和接受问题。尽管普利斯特等人把“真矛盾”称为“辩证论题”,但从我们前述辨析所获基本结论看,这种直接把逻辑矛盾的某些特殊形态视为辩证意义的“真矛盾”的观点是不可接受的。

西方亚相容逻辑学派的多数学者,对亚相容逻辑的观点与辩证哲学的

---

① 参见 B. H. Slater,“Paraconsistent Logic?”, *Journal of Philosophical Logic*, Vol. 24 (1995).[受斯莱特尔等人的启发,杜国平教授以否定词的不同含义为视角,引进了不同于经典矛盾否定算子的下反对否定算子(适用于亚相容理论)、上反对否定算子(适用于直觉主义理论)及差等否定算子(试图刻画“辩证否定”),建立了一个统一的“哲思逻辑系统”(见《哲思逻辑》,《东南大学学报》(社会科学版)2007 年第 4 期)。我认为,这项工作是很具启发力的,有助于澄清亚相容逻辑及直觉主义逻辑的实质及其功用所在。我目前的认识是,亚相容逻辑特别是普利斯特的“悖论逻辑”(LP)系统的合理解释,应诉诸一种“置信语义”。这首先要注意澄清 $Bp \land \neg Bp$ 和 $Bp \land B\neg p$ 这两个合取式之根本不同:前者依矛盾律是永假式,而后者却是人类信念系统中的可满足式,在语用学界说下的“悖论”就是后者的一种现实原型。如果就一种特定的信念系统而言(只含有正信念和负信念),则以 β 代表 Bp,以 $\sim\beta$ 代表 $B\neg p$,β 与 $\sim\beta$ 即为下反对关系。这样 LP 系统可视为含有矛盾信念的人类信念系统之良性运作机制的一种逻辑刻画。如本章结尾处所言,这样释义的亚相容逻辑系统,或可成为一种重要的方法论工具。——修订本注]

观点之间的差异，以及逻辑矛盾与辩证矛盾之间的差异，并没有明晰的认识。[①] 比如普利斯特和娄特雷在 1984 年的一篇文章中这样写道："历史上有许多亚相容逻辑的例子：牛顿—莱布尼兹微积分学说，康托尔的集合论，早期量子力学，黑格尔的辩证法，等等。""可以从哲学史上找到这样一些人物，他们至少容许有意义的不相容理论或不相容世界，或者必定接受这样的观念，正确的逻辑推导关系是亚相容的。任何辩证法家，例如黑格尔必定如此，不然他自己的哲学就是无意义的了。"[②]普利斯特和娄特雷所列举的这些理论，除了黑格尔的辩证法以外，都是包含悖论的。显而易见，他们是把黑格尔体系中的辩证矛盾与悖论同等对待了，从而认为黑格尔的体系是亚相容体系。而如前所述，黑格尔对于悖论并没有采取普利斯特等人所主张的亚相容的态度。如前面已看到，他对于康德的二律背反的态度，并不是直接拿过来予以承认，而是经过辩证的综合分析，阐述了有限与无限，偶然性和必然性等对立范畴的整体性的有机统一。他对这种统一的阐述是前后一贯的。黑格尔对于悖论的这种态度，也是一般辩证哲学的态度。因而，普利斯特和娄特雷关于任何辩证法家必定接受亚相容观念的论断，并不符合辩证哲学的实际情况。

当然，上述关于亚相容逻辑与辩证哲学的关系的讨论，都是我们在前面有关逻辑矛盾、辩证矛盾以及逻辑悖论之间关系的辨析工作基础上所做的探讨，不能看作当代辩证哲学界的一致意见。苏联、东欧和近几年来的我国都有一些学者，对亚相容逻辑作了高度评价，认为"真矛盾"就是对"辩证矛盾"的一种刻画，甚至认为亚相容逻辑就是辩证逻辑的形式化。桂起权是当

---

① 在这一点上，雷歇尔与布兰登在前引《不相容逻辑》一书中的立场与多数亚相容逻辑学派的学者有所不同。他们认为其所主张的世界本身不相容的论点，与辩证法及辩证逻辑是根本对立的，是完全不同的两条研究路线。（参见郑毓信、林曾：《数学，逻辑与哲学》，湖北人民出版社 1987 年版，第 58 页。）[近年亚相容逻辑学派的不同流派达成如下共识：凡是以某种方式对司各脱法则加以限制的逻辑系统，均可归入广义亚相容逻辑，因此以"真矛盾论"为背景建构的逻辑系统（如 LP），只是亚相容系统的一种特殊形态。但就悖论研究而言，"真矛盾论"仍是影响最大的一种亚相容思潮。——修订本注]

② G. Priest and R. Routly, "Introduction: Paraconsistent Logic", *Studia Logica*, Vol. 43 (1984).

前国内学界亚相容逻辑学派的主要代表。在研究亚相容逻辑解悖方案之前,桂起权曾反对把悖论直接等同于辩证矛盾,反对把逻辑分析得到的"形式矛盾"混同于辩证矛盾,而只是认为"悖论可以理解为对它背后的辩证矛盾的间接的曲折的反映"。"悖论中的形式矛盾被澄清的过程,也就是悖论背后的辩证矛盾被理解的过程。"并特别指出:"那种以为追求形式逻辑的确定性似乎是产生悖论的一个重要原因的猜想是没有根据的。"[①]然而,在亚相容逻辑学派的影响下,他逐步改变了看法,承认"辩证矛盾"是亚相容逻辑中有意义的"形式矛盾"的一种现实原型。"形式悖论作为'有意义矛盾'之所以具有合法性,是因为非经典逻辑发动了革命,重建了逻辑中的'法律和秩序'。"[②]

1994 年,桂起权发表《矛盾、辩证法与逻辑》一文,较系统地阐释了其新观点。尽管他在文中充分肯定了笔者为细致辨析两种矛盾的各种区别标准所作的努力,并指出形式逻辑的不矛盾法则与辩证法的矛盾法则"并行不悖"已成为中国逻辑界的一种"共识","发展成主导性观点,发展成'范式'";但他认为,这种范式应当冲破,因为"这暗含将经典逻辑及其矛盾律绝对化、神圣化的危险"。他进而明确断言:将矛盾划分为逻辑矛盾和辩证矛盾"只是一种权宜之计"。因此,他对于从语义上研讨区分两类矛盾的准确判别标准并未给予足够的重视,而"宁愿撇开这些细节不谈"。[③]

在我看来,正是这一点导致桂起权赞同次协调(亚相容)逻辑学者用"句法有意义的矛盾"去指谓"黑格尔式真矛盾论题"。但是,从其形成的语义背景来看,前者仍然是被"圈禁"起来的逻辑矛盾,而不是黑格尔意义上的辩证矛盾。对概念的细致辨别的忽略还导致他以经验自然科学方法论的证伪理论来谈论逻辑规律的证伪,认为"次协调逻辑证伪了矛盾律和司各脱规则,使其失去了普遍有效性"。然而,如果矛盾律被证伪了,科学上的"证伪"又从何谈起呢? 主张"证伪主义"的波普尔(K. R. Popper)之所以在亚相容逻

---

① 桂起权:《当代数学哲学与逻辑哲学入门》,华东师范大学出版社 1991 年版,第 177—178 页。

② 桂起权:《次协调逻辑的悖论观》,《安徽大学学报》1992 年第 1 期。

③ 桂起权:《矛盾、辩证法与逻辑》,《逻辑与语言学习》1994 年第 5 期。

辑刚一露头时就给以猛烈的抨击，其原因不言而喻。[①]

以是否承认矛盾律的普适性划界，香港学者黄展骥把承认"辩证矛盾"的辩证学派分成"鸽"、"鹰"两大分支学派。据此，他把马佩、邓晓茫、桂起权等的观点均归入"新鹰派"。但只有桂起权欣然接受这个称谓，而且他进一步提出："（拒斥辩证矛盾的）形式派、辩证鸽派、辩证新鹰派、辩证旧鹰派可以排列成一个家族谱系，相邻派别的观点是交叉重叠的。"[②]笔者赞同"家族谱系"的见解，但认为若使这种谱系有助于澄清问题，仍需细致辨别各学派的基本观点。辩证鹰派的共同特点，就是否认矛盾律的普适性，认为逻辑矛盾并非必须排除。所谓新鹰派的基本观点是：矛盾律在某些（并非所有）情况下是可违背的（或称"可放弃"、"可突破"等）；换言之，逻辑矛盾并非恒假，"有时"可以成为辩证意义的"真矛盾"。

显然，桂起权的观点即属于这个学派。而已讨论过的邓晓芒的观点的

---

① 桂起权教授在《次协调逻辑与人工智能》（武汉大学出版社 2002 年版）"前言"中遗憾地指出："甚至连我的逻辑盟友张建军在内，至多也只能接受科学哲学上的可错主义，而坚决反对逻辑哲学上的可错主义。"本书的上述讨论，似乎为桂先生的这个结论提供了"佐证"。然而，这里首先应对"可错性"一词的用法予以细致辨析。所谓"科学哲学上的可错主义"，指承认我们对"科学真理"之"信念"的可错性（可修正性）；这个含义的可错性，自然可推广到"逻辑哲学上的可错主义"，即指承认我们对"逻辑真理"之"信念"的可错性，承认我们所相信为"逻辑真理"的东西未必是真正的逻辑真理。在"可错性"的这一含义上，我和桂先生之间并无分歧。问题的关键在于，"逻辑真理"与"（非逻辑）科学真理"的根本差异，就在于前者在"题材中立"意义上的"永真性"；而经典逻辑对这种"永真性"的阐释，归结于其否定必导致逻辑矛盾，这个理念本身就预设了"矛盾律"。这种"永真性"也经常被称为"不可错性"，这也是我坚持逻辑真理之"不可错性"的本意。显然，如果否定矛盾律的"普适性"（永真性），则需要根本变革"逻辑真理"的观念，其所要付出的代价是不言而喻的。桂先生等"可错论者"通常使用非欧几何与欧氏几何、现代物理学与经典物理学之类的类比，为矛盾律的"可突破性"提供辩护，并着力强调"对应原理"的启发价值。然而，摆在我们面前的历史事实是：非欧几何的确立，恰恰在于其找到了"相对相容性证明"的路径；相对论和量子力学的确立，也并不在于对应原理的提出，而在于通过"同时性的相对性"和"测不准关系"的发现，消除了光速悖论和波粒二象性悖论。这背后都有以矛盾律为基石的逻辑真理的支持。这是本书在多处已予以说明的。桂先生所说"逻辑盟友"，是指我们长期共同致力于在现代逻辑背景下的辩证逻辑探索，这也构成上述对话的一个基本诉求。这对于把握逻辑悖论的实质及其在科学思维中的作用机制，无疑是至关重要的。希望感兴趣的读者能够予以关注并参与进一步探讨。——修订本注

② 桂起权：《再论矛盾、辩证法与逻辑》，《人文杂志》1996 年增刊。

确难以列入新鹰派,其内容与形式的层次区分显示了他与旧鹰派的不同,但他的见解仍然是"辩证矛盾就是逻辑矛盾"观点的一种特殊的表现形式,而后者正是旧鹰派的基本观点。认为辩证矛盾就是逻辑矛盾,是以波普尔为典型代表的拒斥辩证矛盾的形式派与辩证旧鹰派的共同观点,在上列家族谱系中可谓两极相通。

"形式逻辑的矛盾律与辩证的矛盾法则并行不悖,辩证思维亦应拒斥逻辑矛盾",这是所谓辩证鸽派的基本观点。马佩赞同并多次强调这个观点,因而他反对把自己列入鹰派。但黄展骥把马佩的观点列入新鹰派也是很有道理的。因为马佩的观点有着内在冲突。他正确地强调形式派所要排除的逻辑矛盾与辩证派所要把握的辩证矛盾根本不同,不能混为一谈,并指出辩证矛盾并不仅仅局限于事物的中介、过渡、质变状态;然而,他却把矛盾律的适用范围局限于对事物量变阶段的把握,认为矛盾律并不适用于事物质变阶段,或者说在关于质变的辩证思维中不起作用。[①] 这实际上又否定了矛盾律的普适性,否定了辩证思维必须拒斥逻辑矛盾的基本要求。

在这一点上,笔者认为金岳霖关于稳定有稳定的确实性,变动有变动的确实性,因而有关量变与质变的思维均可为"矛盾律"所统摄的思想是精当的。[②] 无疑,马佩观点中的这种不协调与他仍然坚持"形式逻辑和辩证逻辑的关系是初等逻辑与高等逻辑的关系,它们之间的关系类似于初等数学和高等数学的关系"的见解有着内在关联。毋庸讳言,这个观点来自恩格斯,但恩格斯当时所说的形式逻辑是指传统逻辑,他并没有看到形式逻辑发展到现代阶段后的长足进步。我认为,以是否坚持这种初高等说划界,又可把辩证鸽派的观点分为两类:一类维护初高等说,强调矛盾律的所谓"狭隘和初级的眼界"(如马佩的"量变阶段说",还有多种其他说法);另一类则放弃初高等说,而把矛盾律的普适性贯彻到底,真正把拒斥逻辑矛盾作为辩证思

---

① 马佩:《评〈辩证派、形式派平分秋色?〉》,《人文杂志》1996 年第 4 期。

② 参见张建军:《论金岳霖先生关于"思维三律"的思想》,《哲学研究》(纪念金岳霖百诞专辑),1995 年,收入《矛盾与悖论新论》。[金岳霖在 20 世纪五六十年代对此又从马克思主义哲学视角做了系统阐述,参见张建军:《论后期金岳霖的逻辑真理观》,《学术月刊》2005 年第 9 期。——修订本注]

维的一项基本原则，主张形式逻辑与辩证逻辑之间是相辅相成的互补关系。仿照黄展骥对鹰派的称谓，前者可称为“旧鸽派”，后者可称为“新鸽派”。

这种学派争论对于进一步澄清问题无疑是大有益处的。尽管我们不赞同普利斯特关于“真矛盾”基本哲学见解，但我们赞同其如下自我评价：

> 无论（亚相容）辩证论（dialetheism）是否正确，它所引起的关于否定、真理、合理性等等基本概念的讨论，无疑会深化我们对于这些概念的理解。[①]

亚相容逻辑学派是在西方逻辑哲学与语言哲学学术圈内明确地打出“辩证”旗帜的学派。如该学派的两个重要人物达考斯塔和沃尔夫（G. Wolf）宣称：辩证逻辑和亚相容逻辑之间的相互影响可看作“一条双行道，其中每一领域都显示了另一领域的可能性”[②]。普利斯特的《走进矛盾》一书，更以黑格尔《小逻辑》中关于“理性矛盾的真正积极的意义，在于认识一切现实之物都包含有相反的规定于自身”的一大段论述作为全书导言，并以恩格斯的名言“矛盾一停止生命也就停止，死亡也就到来”的名言作为全书的结尾，足见其试图运用辩证法与辩证逻辑理论的高度自觉性。因而亚相容逻辑学派的探索的成果，即使是对辩证法与辩证矛盾的“误视与错解”，也是非常值得我们认真地研讨的。

此外还需要强调指出的是，我们通过“矛盾”辨析对亚相容作为悖论的一种“解决”方案的否定性评价，并不意味着否定亚相容逻辑所可能具有的其他方面的重要价值。比如从科学理论发展的角度看，对于已发现了悖论而尚未解决的理论系统来说，除了要解决悖论问题，理论的其他方面同时也是要发展的。对此，经典逻辑由于司各脱法则的存在无法作出合理描述，而亚相容逻辑或可作为处于此种情境中的理论的合理刻画。如拉卡托斯

---

① 转引自 R. M. Sainsbury，*Paradoxes*，p.144.（台湾学者王文方教授将 dialetheism 意译为“双面真理论”，这种译法有助于区隔亚相容学派与辩证哲学思想，已被许多学者采用。——修订本注）

② 转引自桂起权：《次协调逻辑的悖论观》，《安徽大学学报》1992 年第 1 期。

(I. Lakatos)所说,不能认为“发现一个矛盾或反常就必须立即停止发展一个纲领,对矛盾实行某种暂时的特设性隔离,可能是合理的”①。亚相容逻辑可以在这种“暂时”性中找到自己的方法论意义和价值。但是,绝不能把这种暂时的悬置夸大为把悖论当作“真矛盾”永恒保留。正确的态度应当是:在容忍悖论和拒斥悖论两种态度之间维持必要的张力。既要像普利斯特等人所说的那样不强行压制悖论的产生,让悖论充分展示其自身的形成机制,同时,又要随时准备在时机成熟之时,通过变革悖论由以产生的基本信念而消除悖论,从而将科学理论推向新的层级。因此,对亚相容逻辑中所使用的“真矛盾”之性质进一步澄清,将有助于发挥亚相容逻辑的探索所应有的重要作用。②

美国马克思主义哲学家马奎特在新近撰写的《21 世纪马克思主义哲学的任务》中提到:“若干年以前,在美国的一次马克思列宁主义哲学家的聚会上,有人提出了这样的问题:‘在我们的哲学中什么是最重要的需要澄清的问题?’大家的回答是一致的:辩证矛盾的本质。”③马奎特还讨论了在苏联哲学界占主导地位的“辩证矛盾是客观的逻辑矛盾”的观点所造成的种种问题。尽管我们所处的历史语境不同,但“矛盾”理论在马克思主义辩证哲学中的基础地位是毋庸置疑的。本书所表明的当代逻辑悖论研究成果与建立

---

① I. 拉卡托斯:《科学研究纲领方法论》,上海译文出版社 1986 年版,第 80 页。

② 普利斯特教授与本书作者的一次“餐桌争论”,或许在此值得一提。在 2011 年年末普利斯特到南京大学访问讲学期间的一次餐叙中,针对我难以接受“真矛盾”的态度,他拿出一张纸迅速写下了说谎者悖论所由以构成的所有前提,追问我在不看矛盾结论的情况下,是否很容易接受这些前提。在获得肯定的答复后,他提出我之所以能接受前提而不能接受矛盾结论,乃因为囿于矛盾律永真的信念教条。此时我接过笔来,在他列出的每一个前提的前面都加上了大写字母 B(表示相信),即表明这每一个前提都源于人类的“公共信念”,而信念都是可错的,可修正的。问题的症结就在于:改变矛盾律普适性的“信念教条”(实际上也是悖论建构的一个“前提”)与改变其他前提相比,哪样处理“代价”更大? 而这正是我们的根本分歧所在。普利斯特认可这一点,但他坚持认为,只有承认“真矛盾”的亚相容逻辑,才能使我们获得“最大收益”。我认为,通过这样的争论,可进一步呈现悖论的语用学概念的方法论意义,同时也启发我们,可运用“置信语义”来探索 LP 等亚相容逻辑系统的方法论功能。——修订本注

③ E. 马奎特:《21 世纪马克思主义哲学的任务》,载《不竭的时代精神——步入 21 世纪的马克思主义哲学》,第 216 页。

在社会实践观基础上的马克思主义辩证法的深层关联，已充分显示出辩证哲学的当代发展关注当代逻辑哲学前沿问题的必要性和重要性。尽管情况已有所改观，但笔者在多年前所发出的呼吁仍值得一提：

> 由于种种原因，自黑格尔以来，辩证哲学的发展与数学和现代逻辑脱节的现象一直未有较大的改观……悖论研究的发展应使双方都认识到这种脱节的遗憾，认识到协力攻克悖论这个科学难题，对于双方学科发展以及对于整个科学和人类认识发展的必要性和紧迫性。①

由上述讨论可以见得，逻辑悖论研究的哲学方向与本书“导论”所界说的哲学悖论本身的研究，有着非常密切的联系，每方所取得的成果都有可能对另一方的发展产生重要影响。美国学者敏顿(A. J. Minton)和施普卡(T. A. Shipka)在他们编撰的哲学读本《哲学：悖论与发现》中，试图用哲学各领域的悖论作为主要线索来阐述历史上各大哲学流派的学说，即把各大流派的基本理论作为哲学悖论的解决方案加以阐述。② 但这项工作是在没有严格意义的逻辑悖论概念的状况下进行的，因而具有高度的模糊性和随意性。运用严格的逻辑悖论概念重新审视哲学各主要领域的前沿问题，并尽可能由此打通与狭义逻辑悖论研究成果的关联，无疑是非常有价值的工作。

第四节 历史呼唤：一个亟待发展的研究方向

我们所谓逻辑悖论研究的方法论或科学逻辑方向，主要指一般意义上的解悖方法论研究。如本书“导论”所述，有关 RZH 解悖标准的探讨，即隶属于该层面的研究。而 RZH 标准在本书中所起的重要作用，已初步显示了这种研究的价值。然而，从方法论角度看，RZH 毕竟只是个表层标准。

---

① 张建军：《科学的难题——悖论》，第 251 页。

② Cf. A. J. Minton and T. A. Shipka, *Philosophy: Paradox and Discovery*, McGraw Hill Inc., 1990.

一个令人难以置信的历史事实是:逻辑悖论研究贯穿整个20世纪(其中30年代前和70年代后又形成两次研究热潮),一般解悖方法论研究却一直处于极其薄弱的状态。美国著名哲学家和逻辑学家雷歇尔(N. Rescher)在刚刚出版的《悖论:其根源、范围与解决》一书中就此写道:

> 在逻辑学、数学和哲学的专门文献中,对各种不同类型的悖论的讨论可谓众多。但是这些多种多样的悖论都被单独地、孤立地处理,为每个悖论提供满足其自身需求样式的解决方案。迄今还没有对悖论及其解决方法这一主题作统一的全面处理的尝试。①

雷歇尔断言以往无人尝试一般解悖方法论研究,有点过于武断,我们已看到从罗素到哈克都对一般解悖标准进行过思考和探讨,但是说这种研究没有真正发展起来却是无可争辩的。究其原因,除了我们在本书"导论"中已指出的学界长期没有明确指认悖论之语用学性质首当其冲外,西方学界有关悖论问题的探讨长期局限于数学哲学与逻辑哲学的视域之内,加之科学逻辑与科学方法论问题域的局限,及与之相关的对悖论在逻辑矛盾中的特殊性认识不足,也是形成上述局面的基本原因。

众所周知,在现代西方科学哲学家的科学方法论研究活动中,狭义相对论的创立是经过反复解剖的首要案例。光速悖论也经常出现于科学哲学的文献之中。但它只是被作为一个理想实验,或作为通过直觉发现科学问题的一个范例看待,对于其中已充分显示的悖论问题本身的重要地位和作用,却长期处于忽视状态。

经过比较分析不难看出,现代西方科学方法论流派尽管见解纷呈,莫衷一是,但其问题域却是十分有限的。逻辑经验主义者主要以静态方式探讨理论的经验证实问题。波普尔紧紧抓住迪昂问题,提出了证伪主义学说,说明理论与事实(观测和实验)陈述之间的矛盾,是推动科学理论发展的强大

---

① N. Rescher, *Paradoxes: Their Roots, Range, and Resolution*, Carus Publishing Company, 2001, p.5.

动力，开了科学方法论动态研究的先河。在强调经验证伪的同时，波普尔也曾提到问题的另一方面："在一个理论系统或公理系统必须满足的各种要求中间，无矛盾性要求起着特殊的作用。它可被看作每一个理论系统，不论它是经验的还是非经验的，都要满足的第一个要求。"无矛盾性（相容性）和可证伪性"这两个条件在很大程度上是类似的"①。如果在一个理论系统中发现了逻辑矛盾，那也无异于对该理论的一种"证伪"。因此，看一个理论是否蕴含逻辑矛盾，应是科学理论之验证的一个重要方面。但令人遗憾的是，波普尔并未就此进一步深入探讨悖论问题，而只是着眼于讨论经验事实之于理论的证伪。分析起来，这是由于波普尔缺乏对悖论在逻辑矛盾中的特殊性的认识。他只是认为排除逻辑矛盾是一个理论自然而然的要求，一个理论在接受经验事实检验之前必须是自身相容的，否则便毫无意义。因此，尽管波普尔对于集合论悖论和语义悖论以及解决它们的各种方案都很熟悉，他又一直致力于探讨爱因斯坦创立相对论之过程的方法论意义，但他对于悖论的发现及其解决在科学理论的产生和发展上的重要意义和价值，未给予应有重视。

对于现代科学哲学中历史主义流派的开拓者库恩（T. S. Kuhn）的学说而言，其核心概念"范式"与悖论构成要素中"公认正确的背景知识"或公共信念的类似是显而易见的。从库恩的解释来看，后者可以作为前者的一个子系统。库恩也曾专门著文讨论物理学中数学传统和实验传统的对立，他也曾在几个地方强调过相容性需求对于科学的重要性。然而，同样遗憾的是，悖论问题基本上在库恩的视野之外。

鉴于波普尔的证伪主义理论过于简单化的问题，他的学生拉卡托斯在吸取库恩的历史主义的某些因素的基础上，提出了他的"精致证伪主义"理论。因为早期曾致力于数学方法论研究，拉卡托斯比他的老师更为熟知数学哲学界有关悖论研究的情况，但他关于"理论系列"及"硬核"、"保护带"等理论，也主要是就科学理论与经验事实出现不一致的反常情况而言，没有悖论之作用的地位，尽管他的"硬核"学说，对于理解悖论中"公认正确的背景

① K. R. 波普尔：《科学发现的逻辑》，科学出版社 1986 年版，第 63 页。

知识”也是极有价值的。后来的西方科学哲学家虽然对波普尔、库恩、拉卡托斯的学说多有批判,但长期没有冲破他们所设定的问题域。后现代科学哲学思潮则把矛头指向以矛盾律为基础的理性思维法则,更难以正确把握以“严密无误的逻辑推导”为构成要素的逻辑悖论的性质与功用。尽管由于“反逻辑也要用逻辑”铁律的作用,后现代学派在“解构”过程中常常不自觉地使用悖论或类悖论性推演,但基于“反对方法”的立场,悖论的科学方法论研究不可能由后现代学派担当。

显而易见,如果我们摆脱由既有问题域造成的狭隘眼界,转换一下思维视角,就会看到一个新鲜而重要的研究方向。事实上,在创立相对论的过程中,爱因斯坦所面对的证伪原有理论的“反常”,主要是理论物理学中产生的悖论,而不是某种经验事实。尽管爱因斯坦多次强调相对论对于经验事实的适应,但那主要是指经典理论上相互矛盾的定律都有着同等有力的经验依据。关于迈克尔逊—莫雷实验对于狭义相对论创生的影响,至今仍是一个争论问题,爱因斯坦自己的说法也有自相矛盾之处。但史料的综合研究表明,无论迈克尔逊—莫雷实验的影响如何,相对论创立的全过程,是一个从发现悖论到解决悖论——改变背景知识中的某些基本概念,建立自身相容的新理论——的进程。这个进程没有从解悖方法论上得到概括总结和深入研究,实为历史的遗憾。

数学哲学界对悖论问题的几十年研究已愈来愈清楚地表明,悖论在数学理论发展到一定阶段的出现,是一种带有必然性和规律性的现象,而且与数学高度抽象性和严密逻辑性特征相关联。由于近现代经验科学理论走向抽象化和严密化的趋势,悖论在经验科学中出现并日益增多,也是可以理解的。在经验自然科学中,抽象化严密化程度最高的首推理论物理学,从而悖论在理论物理学中的作用也最明显。比如人们谈论较多并在现代物理学发展中起过重要作用的“引力悖论”、“光度悖论”、“可逆悖论”、“双生子悖论”、“宇称守恒悖论”、“EPR 悖论”等,经过适当塑述,均可为严格悖论所统摄。目前,在其他许多经验自然科学、人文社会科学及新兴的边缘科学、横断科学之中,也出现了不少悖论问题,亟待从一般解悖方法论的角度加以探索、总结和把握。

令人高兴的是,在纪念引发20世纪悖论研究热潮的罗素悖论提出100周年之际,以学术视域开阔著称的雷歇尔,出版了《悖论:其起源、范围与解决》这部专门探讨一般解悖方法论的新著。雷歇尔对其宗旨作了如下说明:

> 本书的目标完全是方法论的。其最关心的是处理悖论的一般方法,各种特殊的悖论只是作为(一般方法的)例证,而没有更多的特殊学科目标。其所讨论的目标就是提供把握悖论问题的一般方式。①

雷歇尔的探讨是围绕"似然性"(plausiblity)这一核心概念而展开的。他把一般意义上的悖论阐释为:

> 当从某些似然前提推出某结论,而该结论的否定也具有似然性时,则悖论就发生了。也就是说,当个别地看来均为似然的论题集$\{P_1, P_2, \cdots\cdots, P_n\}$可有效地作出结论C,而C的否定非C本身也具有似然性时,我们就得到了一个悖论。这就是说,集合$\{P_1, P_2, \cdots\cdots, P_n$,非C$\}$就其每个元素来说都具有似然性,但整个集合却是在逻辑上不相容的。据此,对"悖论"这个术语的另一种等价的定义方式就是:一个悖论产生于由单独看来均为似然的命题组成的集合整体上不相容之时。②

plausibility一词来自德国古典哲学,康德等人以此指谓那种认知主体主张某命题为真,但这种主张没有充分的客观根据,而只是由于各种因素(如权威、群体作用)信以为真的情形。当时使用该词的意图是为了和从客观根据的度量着眼的"或然性"(probability)的情形区别开来。在当代西方哲学文献中,这个词的含义有了很大变化,现一般使用该词指谓一个陈述或

① N. Rescher, *Paradoxes: Their Roots, Range, and Resolution*, pXV.

② N. Rescher, *Paradoxes: Their Roots, Range, and Resolution*, p.6.

命题的高度可接受性,其所相对的不是私人主体,而是公共认知主体,接受的根据包括客观根据。显然,这是一个具有明显的语用属性的概念。随着当代西方哲学多个领域的“语用学转向”,该词的使用频率越来越高,大有和rationality(理性、合理性)一词分庭抗礼之势。因此,plausibility 在中文文献中的通行译法“似真性”、“似然性”等并不能准确表达出该词的原意,这是要特别提请读者注意的。

显然,雷歇尔所使用的“悖论”概念与本书所说的“逻辑悖论”的语用学概念是相通的(但不是相同的,详见后文)。这进一步确证了笔者关于逻辑悖论的语用学概念是系统展开逻辑悖论的方法论研究之前提条件的观点。

正是从“似然性”的语用学性质出发,雷歇尔获得了其解悖方法论的另一个重要概念“认知优先性”。在两个均具有高度可接受性从而均具有似然性的命题之间,具有更高似然性的命题则具有认知优先性;倘若两个命题发生冲突必须放弃一个时,我们应保留具有认知优先性的命题。两个以上的似然命题可组成一认知优先化系列,倘若我们由于悖论的发生必须放弃时,我们即放弃优先性较低的命题。

雷歇尔所阐释的解悖方法论,可视为上述基本思想的展开。为此,他定义了几个基本概念。他把前述构成悖论的命题集合{P_1,P_2,……,P_n,非C}视为“疑难簇”(aporetic cluster),而后逐层递进地给出如下定义:

“MCS”(最大相容子集):为疑难簇中这样的子集——再增加簇中的任一其他元素必成为不相容集合;

“不相容 n 元组”:为这样的不相容集合——去掉其中任何一元素该集合即复为相容;

“R/A 选择”(保留/放弃选择):通过保留、去掉某些元素,使原来的不相容集合成为其最大相容子集。

“不相容圈”(cycle of inconsistency):不相容命题集合的一个极小子集,构成不相容 n 元组的子集。

“优先性顺序”:命题集中的优先保持关系。例如集合{p,q,r,s}的优先顺序为$[p,r]>s>q$,其中 p、q、r 优先性相当并优先于 s、q,而 s 又优先于 q。

“R/A 选择的保留检测”:确定在使用 R/A 选择之后保留下的命题的优先性比值。例如经研究我们在集合$\{p,q,r,s\}$中必须放弃 s 才能满足 R/A 选择要求,则保留下来的三个命题$\{p,q,r\}$与 s 的比值为$\{1,3,1\}$(设 1 高于 2,2 高于 3)。

从以上基本概念已可以看出雷歇尔解悖方法论的大致轮廓。雷歇尔通过 130 个“悖论”的案例分析,提出并论证了确定“优先性”的多项基本原则,从而使上述思想得到了系统化阐述。

雷歇尔本人认为,他在该书中体现的工作可以表明,悖论的分析实际上“是比人们通常所想象更为简易的事情”。然而,从我们所阐释的逻辑悖论概念以及我们对狭义逻辑悖论解决历程的考察来看,雷歇尔的工作仍是极其初步的。问题的关键在于,他的方法论的核心是区分悖论所由以导出之前提集的优先性序列,而我们所界说的“严格悖论”的形成恰恰是以难以找到这样的序列为条件的。假如存在明显的优先性顺序,比如两命题 p 与 q 矛盾而 p 明显地优先于 q,那么这无疑就构成对 q 的归谬论证而并不导致逻辑悖论。由此看雷歇尔的上列集合$\{p,q,r,s\}$,因为已确定 r 的优先性低于 p、q,则矛盾的导出即可视为对 r 的归谬。而我们已注意到 p、q 优先性“相当”。若 R/A 选择的结果是 p 与 q 必须放弃一个呢? 显然,据雷歇尔的标准无法得出确定的答案,而这时却恰恰意味着我们所谓严格意义的逻辑悖论的产生。因为从我们对“公认正确的背景知识”要素的阐释看,这些前提在可接受性上“同等有力”,是一个严格意义上的逻辑悖论之构成的必要条件。以此衡量,雷歇尔所分析的 130 个悖论例证,多数并不属于真正的“逻辑悖论”,而某些有严格悖论特征的具体理论悖论问题,却在雷歇尔视野之外。

那么,这是否意味着我们要否认雷歇尔工作的重要价值呢? 答案是否定的。雷歇尔工作的方法论价值并不在悖论的“解决”方法方面,而在悖论的“发现”方法上面。如下面我们所要表明,在澄清严格意义逻辑悖论构成要素的条件下,悖论的发现机理的探讨具有特殊的意义,是悖论的方法论研究的一项重要的基础性工作,而雷歇尔的工作恰恰为“锤炼”、“确认”严格悖论提供了普遍性的方法论指南。正是基于对“锤炼”悖论的逻辑机制的研

讨,雷歇尔揭示出"预设"在澄清悖论构成前提方面所具有的重要功用。因此,雷歇尔虽然在悖论的方法论研究的核心——严格悖论"解决"方法论上未能取得大的成效,其开拓之功是应予以"充分肯定的。雷歇尔的著作本身尽管也构成了当前悖论的方法论研究初级性和薄弱性的一个例证,但其毕竟为这项研究提供了新的起点。

研究以往逻辑悖论研究成果所具有的科学方法论价值,也是悖论研究方法论方向的一个重要方面。以往学界在这方面虽做过一些重要的探讨,但亦处于零散的、非系统化的状态,亟待进行系统的总结和把握。例如,塔尔斯基在提出语义悖论的经典解决方案并由此创建逻辑语义学之后,也从经验科学方法论和演绎科学方法论两方面探讨了其所获结果可能具有的方法论价值。① 然而,因为悖论的方法论研究整体上的薄弱,这些探讨未能发挥其应有的功用。悖论的方法论研究上的薄弱还导致在方法论研究中应用狭义逻辑悖论研究成果时比较普遍的非精致化或粗糙化现象。比如关于哥德尔不全性定理和悖论的关系,我们经常看到这样一种广为流行的阐释:"它证明对任何一个足够复杂的理论体系而言都必然含有或蕴涵悖论,矛盾是不可避免的。"其实,哥德尔定理只是说明一个足够复杂的理论不能证明自身相容,即不能证明自身不包含悖论,绝不等于说理论自身必包含或蕴涵着悖论,如果那样,该理论本身就已经不是相容的,定理也就失去了意义。

更有甚者,哥德尔定理被阐释成了"科学终结论"的论据。《科学终结论》的作者霍根(J. Horgan)援引一位未来学家的话说:"既然我们知道物理学定律都遵循数学规律,我们还知道数学是一个不自洽('不相容'的另一种译法——引者注)的系统,于是推出物理也将是不自洽的就顺理成章了。"②

实际上,理论自身不能证明的相容性,可由较高层次更为丰富的理论相对地证明。悖论的不可避免只能从理论动态的角度理解,而不能就静态理论而言。一种具有真理性的科学理论,在其适用范围内必定是自身相容的,例如牛顿力学相对于宏观低速物理运动即是如此。悖论的产生说明人们对

① 参见 A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》第 21 节,载《语言哲学名著选辑》,第 279—284 页。

② J. 霍根:《科学的终结》,孙雍君等译,远方出版社 1997 年版,第 372 页。

它的应用突破了其适用范围,而悖论的解决既界定了其适用范围,又产生了更高层次上的新的自洽理论。因此,哥德尔定理的证明与逻辑悖论的出现,并没有为科学终结论提供任何根据。而“科学终结论”者的这种严重误解,恰恰从另一个侧面表明了大力发展逻辑悖论的方法论研究的必要性和重要性。

第五节　创新杠杆:逻辑悖论与科学理论发展

由于种种历史原因,我国的逻辑悖论研究在 20 世纪 70 年代末 80 年代初才真正兴起。虽然起步很晚,但由于我国逻辑哲学、数学哲学和科学哲学界都有一些从事方法论研究的学者关心逻辑悖论问题,因而逻辑悖论研究的方法论研究已有了一定发展,其主要成果就是对悖论之于科学理论发展的作用,基本上达成了如下共识:

> 悖论、佯谬等的提出和解决,是科学发展的一种强有力的内在逻辑力量。……如果说,理论的难题最初是以悖论的形式出现的话,那么,悖论的解决则是与科学的革命性飞跃连在一起的:悖论一旦得到解决,科学随之得到突破性的发展。①

“佯谬”一词是 paradox 的另一种译法,在我国物理科学(不限于物理学)研究领域比较流行。这个译名典型地体现了我国科学家对于解决悖论造成的科学难题的信心,但是这个名称本身容易造成误解。有些人就曾望文生义地把它理解为“貌似荒谬,实则为真”,从而把伽利略发现的“自然数与自然数的平方数一一对应”,现代量子论确定的“微观客体既有波动性又有粒子性”这些似非而是的科学命题本身称为“佯谬”。其实,若不相对于一定的背景知识而言,这两个命题本身绝不构成 paradox。在现代物理科学

① 林可济、郑毓信:《关于科学中悖论的哲学分析》,《自然辩证法研究》1987 年第 5 期,收入《科学悖论集》,湖南科技出版社 1998 年版。

中使用愈益频繁的 paradox 一词,并不具有"佯谬"的字面含义。

不过,由于种种原因,特别是未能在严格悖论与非严格悖论的划分,以及狭义逻辑悖论、哲学悖论及具体理论悖论的分型等问题上达成共识,学界迄今尚未能摆脱现象层面研究的局限,未能形成对悖论在科学理论发展过程中的作用机理展开全面、系统、深入研究的局面,这正是需要在已有成果的基础上继续努力的。我们通过如下讨论,试图说明需要深化研究的几个方面,并进一步显示其研究价值。

从所谓科学"危机"入手,是探讨逻辑悖论在科学理论发展之中的作用机理的一个很好的切入点。科学"危机"最典型的案例,莫过于 20 世纪初年发生的"数学危机"和"物理学危机"。前者由集合论悖论的出现引发,后者则由经典物理学的基本原理与一系列实验事实的冲突而引发。由于前面所述历史原因,这两场"危机"在相当长的时期内并未得到统一考察。实际上,物理学危机的"灾星"表面上是实验事实,实际上也是在新的实验事实面前旧的理论系统内部的悖论性冲突。光速悖论已如前所述,而"波粒二象悖论"是经典物理学系统中与光速悖论"并驾齐驱"的另一重要疑难。该悖论的产生过程与光速悖论的区别在于,它不是萌发于少年爱因斯坦式的思辨,而是由实验事实引申出来的。在经典的物理学体系中,粒子性和波动性是两种根本对立的物质属性:物理客体具有波动性,就不可能具有粒子性,反之亦然。光的微粒说和波动说在历史上的势不两立也说明了这一点。然而,正在光的波动说由于光被确定为电磁波而自觉稳如泰山之时,出现了光电效应等只能以粒子说来解释的反常实验结果。由此到实验证实电子波动图像的存在,下述事实得以确立:同一种微观客体在一种实验条件下可以表现为粒子图像,在另一种实验条件下又可以表现为波动图像。这个事实对于经典物理学是不可理解的,但它又是通过在经典物理理论指导下的实验而确定,经反复检验并被公认正确无误的。在这种情况下,就等于在经典物理学中建立起了"微观(量子)客体具有粒子性"和"微观(量子)客体具有波动性"这两个命题之间的矛盾等价式(有人也称之为"量子悖论")。

可见,20 世纪初发生的两场科学危机都可以用严格意义的逻辑悖论的出现来统一把握。当时某些数学家和物理学家之所以有比较深切的危机

感，是因为他们本来都认为已经给各自的科学理论大厦找到了坚实的基础：在数学是集合论加一阶逻辑，在物理学是牛顿力学加麦克斯韦电磁场论，又由于他们对各自学科在科学大厦中基础地位的认识，更无法容忍这些理论中出现矛盾。这也是为什么人们不特指性地称呼“集合论危机”、“力学—电磁学危机”，而泛化地叫作“数学危机”、“物理学危机”的原因。

如本书前面的讨论已表明，由于逻辑悖论在某门科学的基础理论中出现而宣布该门科学整体上出现了“危机”是不必要的，也是不合逻辑的。不过，由此并不意味着完全否定科学家的危机感的合理性。科学理论特别是基础理论中严格意义的悖论的出现，说明旧有理论中存在着严重的根本性问题，这种问题靠理论枝节的修修补补已不能解决。但是，正如许多相关研究所阐明的那样，从科学发展的观点看，旧有理论的这种“危机”正是崭新理论出现的序曲。悖论的出现非但不应视为科学的灾难，反而是科学理论创新的重要“契机”。20 世纪数学危机和物理学危机的发生与解决已有力地证明了这一点。集合论悖论的研究直接导致了公理化集合论和类型论这两大新型科学理论的诞生，物理学悖论的探讨则产生了从根本上改变了人的自然图景的相对论和量子力学；而“可逆悖论”、“熵悖论”则导致了耗散结构论与协同学这样的崭新的自组织理论的出现。如果人们弄清悖论的基本性质特别是其相对性，懂得悖论的方法论价值，就绝不会再在悖论面前感到悲哀和恐惧。

爱因斯坦无疑是 20 世纪初面对“危机”抓住“契机”的第一人，其原因正在于他对科学悖论的实质有深刻而正确的洞见。正是通过对追光悖论的确认和反复剖析，使爱因斯坦认识到，问题的症结在于作为经典物理学的一种潜在预设但又无充分根据的共识——同时性的绝对性。以改变此项预设为突破口，爱因斯坦对一系列物理学基本概念（特别是时间空间概念）进行了根本变革，开创了物理学的新纪元。而面对“波粒二象悖论”，又是爱因斯坦，没有仅仅着眼于实验与理论的矛盾而去对理论进行修修补补，而是在光电效应等反常结果刚刚露头之时，就敏锐地洞察到了现有物理理论体系在涉及微观领域时必然发生的理论冲突，并提出了解决矛盾的初步方案：与波动说共存的“光量子”理论。虽然这个方案尚未从理论上真正消除波粒二象

悖论,但指明了正确的方向。待到海森堡提出测不准关系,表明了经典(宏观)物理学与量子(微观)物理学的本质区别,使波粒二象悖论从根本上得到解决,全新的量子力学理论系统便得以确立。

悖论的出现之所以能够成为科学创新的契机,乃因为它是科学理论中出现的一种特殊的反常问题。问题,特别是反常问题在科学发现中的重要地位在方法论上的确立,是波普尔等当代科学哲学家的一项功绩。上面的讨论已使我们看到,在理论中(有时结合经验事实)分析内在矛盾,寻找悖论,由此抓住根本性问题,是提出重大科学问题的一种重要方法。既然悖论是一种特殊的逻辑矛盾,逻辑矛盾是任何合理的科学理论必须拒斥的,因而,严格意义上的逻辑悖论在某一理论中被发现,即意味着对该理论的"逻辑证伪"。而正因为悖论是一种极为特殊的逻辑矛盾,这种逻辑证伪比一般的事实证伪更强。后者尚可通过调整"保护带"而维护理论的"硬核"。而悖论之"证伪"乃直指理论的"硬核"。悖论所提出的,往往是事关理论的基本观念和基本原理的根本性问题,内蕴一般科学问题所不可企及的巨大能量。

实际上,塔尔斯基在阐述其经典解悖方案时,即强调了悖论对科学理论进步所可能有的巨大作用:

> 应该强调指出,悖论在现代演绎科学基础的建立中起过卓越的作用。正如集合论悖论,尤其是罗素悖论在建立逻辑和数学的相容的形式化系统的成功尝试中曾作为出发点一样,说谎者悖论和其他语义学悖论促成了理论语义学的建立。①

显而易见,如果我们所使用的逻辑悖论的语用学概念及在此基础上的悖论分型是适当的,那么集合论悖论和语义悖论的这种作用,自然可以向语用悖论、向具体理论悖论乃至哲学悖论合理推广。近来也有某些西方学者,像我国某些学者曾做过的那样,把具体科学悖论与狭义逻辑悖论进行统一

---

① A. 塔尔斯基:《真理的语义学概念和语义学的基础》,载《语言哲学名著选辑》,第254—255页。

化、综合化研究。如美国学者拉波波特(A. Rapoport)就指出:

> 悖论在知识的历史中已经起到了极其重要的作用,它常常预示着科学、数学和逻辑学的革命性发展。在任一领域,每当(由于悖论出现)人们发现某一问题不能在已有框架下得到解决时,就会感到震惊,而这种震惊将促使我们放弃旧的框架,采用新的框架。正是这样一种知识融合的过程,才使数学和科学中诸多重要观念得以诞生。①

因此,从"契机"的观点视之,作为一种极为特殊的反常问题,悖论是科学理论创新的重要杠杆。一个严格逻辑悖论的发现本身,就应作为重大科学发现看待。人们应当积极主动地去探索、去发现悖论,从而加速科学理论进步的进程。正像伯奇所倡导的那样,应把发现新悖论作为学界的一项极为重要的工作。伯奇认为:"悖论应视为弄清我们的语言和概念的深层精妙特性的手段,而不应看作它们的矛盾或不相容的病状。至于有些悖论尚未能解决,它们不过是我们关于语言的概念的假定中混乱或谬误的病状。正因为这些假定看上去是明显合理的,这些悖论便成为理论启发的一个源泉。"②这样的认识已为越来越多的学者所接受。

以往科学悖论的发现史表明,与其他科学发现一样,直觉、灵感、想象等非逻辑思维方式在悖论发现过程中也起着重要作用。但悖论的发现也并非全无规律可循。

首先,悖论是科学理论中不断清理逻辑矛盾的结果。任何科学理论的建立,总是伴随着不断地清理各种逻辑矛盾的过程。前节所述雷歇尔的方法论研究,恰可视为这种过程的逻辑刻画。正是这种过程使理论逐步走向严密化、精确化和系统化。而在这样的过程中遇到较难消解的矛盾,尤其是涉及理论基本原理的矛盾,则很可能意味着悖论的出现,因而要将之紧紧抓

---

① 转引自J. 巴罗:《不论——科学的极限与极限的科学》,李新洲等译,上海科技出版社2000年版,第18页。

② T. Burge,"Epistemic Paradox",*Journal of Philosophy*,Vol. 81(1984).

住,反复探讨,以确定它是否不同于一般逻辑矛盾的悖论。很难想象,类似于追光疑难这样的问题,仅仅在16岁的爱因斯坦头脑中出现过。关键在于爱因斯坦遇到它之后数年没有放弃思考,终于将之确定为经典物理学中无法消解的悖论。光速悖论和波粒二象悖论的发生史也表明:一些大科学家往往难以避免的确证偏见,障碍了他们发现悖论的能力,而很少有确证偏见的年轻学者,却容易看到理论的破缺之处。这或许也是一个带有规律性的现象。

其次,悖论往往产生于"统一性"、"推广性"研究之中。由于悖论的出现与跨越理论层次的密切关联,悖论往往产生于不同理论或不同对象领域的统一性研究或某种理论向新的领域的推广性研究之中。光速悖论确立于对牛顿力学和麦克斯韦电磁场论的统一考察过程之中;波粒二象悖论则产生于试图运用经典(宏观)物理学理论去阐释微观客体运动规律的过程之中。所以,在进行统一性、推广性研究活动时,要特别注意悖论的探索。一旦某个真正的悖论得以确立,就可能成为创造高层次理论,并界定旧有理论适用范围的关键步骤。实际上,哥德尔不完全性定理已经揭示出,一切足够复杂的科学理论都必然存在自身提出但无法解决的问题,而要解决这类问题必然迈向更高理论层次,从而为悖论的上述发现机理提供了坚实的理论基石。

再次,从发现难以解决的逻辑矛盾到确立为逻辑悖论,需经过一个反复推敲的逻辑分析过程。应以三要素标准严格衡量,排除由于隐含地使用了未经承认的前提,或推导过程中犯逻辑错误等原因而造成的"佯悖"。著名的"爱因斯坦光盒"之争,实际上就是爱因斯坦认为他在哥本哈根量子理论体系中发现了一个悖论;而玻尔等人经过反复推敲,指出爱因斯坦在推导中忽视了广义相对论效应,从而证明光盒疑难其实是个佯悖。反复的逻辑锤炼使得经受住严格检验的真正悖论的逻辑结构——它由以推出的前提和推导过程——清晰易辨,为弄清问题的症结从而着手解决悖论提供了有利条件。

由以上讨论,或可使我们对近年广受关注的有关"超弦理论"的方法论论争有新的认识。霍根也把超弦理论的产生和发展看作"科学终结"的主要征兆之一。我们可以看到,这和他对哥德尔定理的错误诠释一样,亦属无稽

之谈。

超弦理论可以说就是为了解决当代物理学在“统一性”、“推广性”研究中产生的悖论而提出的。如前所述，分别解决了光速悖论和波粒二象悖论的相对论和量子力学，是20世纪物理学的两大基石，前者由爱因斯坦从狭义相对论推广到广义相对论，可以很好地解释宏观、宇观领域的引力相互作用，在这些领域可忽略量子效应；而量子力学可以很好地解释微观粒子间的强、弱、电磁相互作用，并可忽略引力—曲率效应；然而，若将量子力学和广义相对论作“统一性”研究，则二者便可推出逻辑矛盾从而形成新的悖论（特别体现于“黑洞悖论”）。这一点爱因斯坦有十分清醒的认识，他后半生所追求的“统一场论”即致力于消除这种悖论，但一直没有成功；而20世纪70年代中期提出的超弦假说，却因其能够成功地消除两大理论的冲突，而得到物理学家越来越多的青睐。超弦假说的基本理论是：一切基本粒子都是极小一段、类似弦一样的物体，它们有各种各样的振动模式。研究表明，四种相互作用理论均可从这种超弦假说和谐地推出，在同时承认相对论和量子力学基本原理的情况下，在该假说下推不出新的矛盾。

超弦理论消除了量子力学与相对论之间的矛盾，但也引出了一些人们难以接受的“怪论”。其中遭非议颇多的怪论是：该理论所假设的时空维度必须是十（九维空间一维时间），否则逻辑矛盾仍会出现。而对该理论更强烈的质疑，是超弦粒子没有在实验中被发现的“现实可能性”，即如霍根所形容的那样：“超导超级对撞机同以往的任何加速器相比，应能使物理学家深入到更微观的领域，其周长将达54英里；但要想探索超弦盘踞的王国，物理学家将不得不选定一个周长为1000光年的粒子加速器（而整个太阳系的周长只有一光天）。即便那样的加速器仍不足以使我们观测超弦们翩翩起舞的那些额外维度。”①

基于上述质疑，超弦理论一直受到一些科学家的强烈反对。如诺贝尔物理学奖获得者，原哈佛大学物理系主任格拉肖（S. Glashow）就因超弦不能被实验证实而对超弦理论持彻底否定态度，并讽刺说：“也许将来它们会

---

①　J. 霍根：《科学的终结》，第93页。

像中世纪的神学那样在神学院中讲授。”①

我认为,格拉肖等人对超弦理论的这种态度,实际上来自对发现和消除悖论之重要性的认识不足。量子论与相对论作为当代物理学的两大基石,其间的矛盾是不能容忍的,正如爱因斯坦早年不能容忍牛顿力学和麦克斯韦电磁理论之间的矛盾一样。超弦理论能够消除这种矛盾,这本身就是个极其重要的科学成就。它并非没有实验支持,因为由它可以同时推出相对论和量子力学,因而凡是对相对论和量子力学的实验支持,从逻辑上说也都是对它的支持。而超弦理论能够消除迄今其他理论均不能消除的一个重要悖论,这本身就是对它的一个有力“证实”。

的确,仅从经验确证的级别考虑,目前对超弦假说的支持尚处于较低等级。② 超弦理论迄今尚未能够设计出像早年检验广义相对论的“光线弯曲”那样的判决性检测,但并不能由此否定这种设计的可能性。正如超弦理论的主要倡导者威滕(E. Witten)所希望的:“也许有朝一日,弦理论能预言迄今为止尚未所知的自然现象,而且能通过实验,加以证实。”③但是,即使我们暂时设计不出这样的检测,仅仅从作为一种优势解悖方案角度,亦可确立超弦理论作为一种科学假说的地位。至于说“十维时空”之怪,我们只要回顾一下科学史上“无理数”之怪、“虚数”之怪、无穷集与其真子集“相等”之怪,乃至“时空弯曲”之怪,就不会对这样的科学“怪论”持绝对排斥态度。“能够排除悖论”本身就是检测一个理论的“科学标准”,不是某些人所说的“美学标准”,更不是“神学标准”。

与对超弦理论彻底否定的科学家相反,某些热衷于超弦理论的科学家又重新燃起了“终极理论”的希望。如美国物理学家温伯格在1993年出版的《终极理论之梦》中,就认为超弦理论即很可能就是能够最终地解释万有

---

① 转引自 J. 霍根:《科学的终结》,第94页。

② 关于经验证实事例对于理论支持的不同等级的探讨,参见郁慕镛:《论确证事例的不同类型》,载张巨青:《科学理论的发现、验证与发展》,湖南人民出版社1986年版,第83—88页。

③ 转引自 F. 格罗特里希:《超弦的音响——自然界之最小》,陈元春译,百家出版社2001年版,第86页。

的终极物理学理论。从我们前面由哥德尔定理和逻辑悖论的讨论引出的结论看，超弦理论即使今后获得实验证实，也不可能是什么终极理论。逻辑悖论的方法论研究，可以为物理学家戴森(F. Dyson)的如下论断提供强有力的支持：

> 哥德尔证明了纯数学的世界是永不枯竭的；任何推断结果的公理和规则的有限集合都不能涵盖数学的全部；对于给定任何一个公理集，我们可以找到公理没有回答的意味深长的数学问题。我希望物理世界中存在类似的情况。如果我对未来的看法是正确的，这就意味着物理学和天文学的世界也是永不枯竭的；不论在多么遥远的未来，总将有新的事情发生，新的信息到来，新的世界要探索，一个不断扩大着的生命、意识和记忆的范围等待着我们。①

最后还要指出的是，由于严格意义的逻辑悖论均来源于特定领域认知共同体公认正确的背景知识，故任一严格悖论的消解，必然涉及有关该领域的理论中基本概念的变更。因此，悖论这种特殊反常问题的"解决"方法论，必涉及概念方法论问题。其实爱因斯坦对这一点的体会非常深切，他认为："为了科学，就必须反反复复地批判这些基本概念，以免我们会不自觉的受它们支配。在传统的基本概念的贯彻使用碰到难以解决的矛盾(尤指悖论——引者)而引起了观念发展的那些情况，这就变得特别明显。"②

---

① 转引自J. 巴罗：《不论——科学的极限与极限的科学》，第301页。[2002年8月，在北京召开的"弦理论国际会议"上，著名物理学家霍金以《哥德尔和M理论》为题发表演讲，郑重宣布他通过对哥德尔不完全性定理的研究，放弃"终极理论"的追求。他指出："我们和我们的模型两者都是我们所描述的宇宙中的组成部分，因此，一个物理理论是自指的，就像哥德尔定理所说的那样。人们因此可以认为其或者是不相容的、或者是不完全的。""如果不存在一种可以从有限条原理推导出来的终极理论，一些人将非常失望，我过去就属于这个阵营。但是我已经改变了我的看法。现在我很高兴我们寻求知识的努力永远都不会到达终点，我们始终都有获得新发现的挑战。"(据凌高译文，略有改动)这个案例典型地例示了哥德尔定理的方法论意义，而霍金直到21世纪才获得这样的明确认识，不也是非常发人深省吗？——修订本注]

② 《爱因斯坦文集》第一卷，第586页。

雷歇尔在其解悖方案中预设了其不相容命题集中单一命题的自身相容性,从而避开了概念方法论。实际上,严格意义上的逻辑悖论所由以构成的前提之所以“同等有力”而无法进行优先性选择,往往是由于一些居于理论或思想系统深层的基本概念的作用。正是概念方法论与悖论研究的密切关联,呼唤着在悖论研究中更多地运用辩证思维方法,因为辩证思维方法论正是“以概念的本性研究为前提”(恩格斯语)的。西方科学哲学与方法论主流学派之所以不能冲破问题域而看到悖论问题独特的方法论价值,其更为深层的原因在于他们从总体上缺乏对对象世界的辩证本质和辩证思维之必要性的把握(而一些边缘学者却在不同程度上认识到了这种必要性,其代表作如凯因兹(H. P. Kainnz)的《悖论、辩证法与系统》[①],某些亚相容逻辑学者亦属此列)。作为辩证思维的科学性哲学概括的马克思主义辩证法,深刻地揭示了概念的辩证本性,揭示了概念的主观性与客观性、灵活性与确定性、抽象性与具体性、普遍性与特殊性的辩证统一,而这些理论对于悖论的方法论研究尤其具有重要的指导意义,理当发挥其应有的启发性、引导性和示向性作用。尽管悖论不是辩证矛盾,但在解析悖论的过程中,人们往往可以认识到掩藏在表面的逻辑矛盾背后的实在对立,进而通过概念变更将对立予以统一性把握,达到新的认知飞跃。因而如同辩证哲学在逻辑悖论的哲学研究中所可能起到的作用一样,辩证思维方法论亦应在逻辑悖论的方法论研究中起到其重要作用;而在这种相互作用的过程中,当代辩证哲学与辩证思维方法论本身也将得到新的发展与深化。

① H. P. Kainnz, *Paradox*, *Dialectic*, *and System*, The Pennsylvania State University Press, 1988.

附　录

A. 广义逻辑悖论研究及其社会文化功能论纲*

逻辑悖论研究是一个跨学科的边缘性、交叉性研究领域，其多层面意义与价值已经并正在逐步呈现出来。我曾通过对 20 世纪逻辑悖论研究百年历程的考察，将以往的研究划分为三个不同层面：Ⅰ. 特定领域某个或某组悖论具体解悖方案研究；Ⅱ. 各种悖论及解悖方案的哲学研究；Ⅲ. 一般意义的解悖方法论研究。[①] 把不同研究层面区别开来，既可避免把不同层面相混淆导致的理论混乱，也有利于把握各层面之间的相互作用机理，发挥各种不同旨趣研究成果的适当作用。本次“合理解决悖论与构建和谐社会”学术研讨会的召开，或可成为逻辑悖论研究的社会学层面之开拓的一个标志。作为一个既长期致力于逻辑悖论研究，又多年倡议开展逻辑的社会文化功能研究的学者，自然为此深感兴奋。谨在此就悖论研究的几个基本问题略陈管见，请批评指正。

一、关于“广义逻辑悖论”与“悖论度”

我赞成这样的见解：“正确地定义悖论是令人满意地解决悖论的前提条

---

* 本文系作者于 2005 年 8 月 22 日在中国人民大学哲学院等单位主办的“合理解决悖论与构建和谐社会”学术研讨会上所做主题报告。《哲学动态》2005 年第 11 期刊发（略有删节）。

① 参见张建军：《逻辑悖论研究引论》，南京大学出版社 2002 年版，第 37—39 页。

件。任一正确的悖论定义,它应该所用概念明确,能够概括各类悖论的本质特征,能够把悖论命题与非悖论命题严格区别开来,能够为解决悖论指明方向与方法。"[①]这里所强调的,是悖论的特征与实质研究在悖论研究中的重要地位与作用。

20 世纪 70 年代末以来,国内学界关于悖论的定义争议颇多,但经反复研讨已达成诸多共识,比如大多数学者都不再把悖论归结为一个孤立的悖论性语句或矛盾等值式,而视之为具有多重结构要素的系统性存在。各种主要定义实际上都可视为英国学者赛恩斯伯里(R. M. Sainsbury)模糊性三要素结构("明显合理的前提"、"明显合理的推理"和"明显不合理的结论")的明晰化和精致化。

虽然在学术讨论中受到不少批评,我仍然坚持从 1991 年开始使用的如下定义:"逻辑悖论指谓这样一种理论事实或状况,在某些公认正确的背景知识之下,可以合乎逻辑地建立两个矛盾语句相互推出的矛盾等价式。"其所含三个结构要素为"公认正确的背景知识"、"严密无误的逻辑推导"和"可以建立矛盾等价式"。此处拟给出如下新的说明或辩护。

为什么说悖论的属概念是"理论事实"或"理论状况"? 因为悖论是在特定知识领域被"发现"的东西,而不是被"发明"的。所谓"理论事实"有两方面的含义:其一,这种事实并不存在于纯客观对象世界,而存在或内蕴于人类已有的信念系统之中;其二,这种事实是一种系统性存在物,再简单的悖论也必须从具有主体间性的背景知识经逻辑推导构造而来,因而又可称为"理论状况"或"理论情境"。国内外都有学者认为悖论的属概念是"论证",但我们可以为同一悖论"发明"不同的论证,如罗素悖论就有许多种论证方式,却仍然是同一个悖论。最早把罗素悖论公之于世的"弗雷格版本"和《数学原理》中的"罗素版本"所使用的就是不同的论证。而在发现罗素悖论之前,该悖论乃是存在于素朴集合论中尚未被认识到的"理论事实"。第三要素之所以用"可以"(或"能够")建立"矛盾等价式"的说法,不只是因为悖论的实际的语言表述中矛盾等价式未必出现而经常用推出逻辑矛盾的形式表

① 赵总宽主编:《逻辑学百年》,北京出版社 1999 年版,第 368 页。

达,而且因为“能够建立矛盾等价式”的性质在悖论被发现以前就已内蕴于认知共同体的知识系统之中。

“公认正确的背景知识”之“公认”概念,是在国内学界有关讨论中受到批评较多的地方,但我认为这正是该定义的最重要的价值之所在。首先,它明确地表明了悖论的“相对性”、“根本性”和“可解性”这些重要性质。其次,更重要的是,它说明悖论实际上是一种与认知共同体本质相关的语用现象,“悖论”应属语用学概念,而认识到这一点的意义,并不亚于认识到预设是一种语用现象,“预设”是一个语用学概念的意义。自觉地认识到这一点是在2000年,并成为我此后从事悖论研究的指导思想,成为理解与论证当代悖论研究“语用学转折”的出发点。[①] 再次,“公认”的模糊性不但在分析具体悖论时可以克服(落实到每个具体悖论的构造,其由以导出的背景知识,是能够以与特定认知领域相适应的严格性,明确而非含混地予以揭示的),而且有其一般性的方法论意义,由它可以将“狭义逻辑悖论”向“广义逻辑悖论”拓广,并且可以引申出“悖论度”这一重要概念。

“逻辑悖论”(logical paradox)一词最狭义的用法仅指集合论—语形悖论,这是莱姆赛最初给悖论分类时的用法,有的悖论定义只适用于这种悖论;当前西方学界比较通行的用法是用该词指谓集合论—语形悖论、语义悖论、认知悖论及近年出现的合理行动悖论,鉴于后两者由以建构的背景知识要素中都本质地使用了语用概念,我将后两者统称为“语用悖论”,并将语形、语义、语用三类悖论统称为“狭义逻辑悖论”。许多悖论定义是明确地以狭义逻辑悖论为其外延的,有些则只指谓语形、语义两类悖论。

显然,上述关于悖论的语用学概念不只适用于狭义逻辑悖论,而且也适用于以芝诺悖论、康德二律背反为代表的哲学悖论和以贝克莱悖论、爱因斯坦追光悖论为代表的具体科学悖论。为表示它们与狭义逻辑悖论的结构关联及其可能的相互作用,我将它们与狭义逻辑悖论一起统称为“广义逻辑悖

① 参见张建军:《论作为语用学概念的“逻辑悖论”》,《江海学刊》2001 年第 6 期;张斌峰、夏国军:《悖论研究的语用学转向——评〈逻辑悖论研究引论〉》,《江海学刊》2003 年第 2 期;李恒威、黄华新:《逻辑悖论研究的语用学维度——读〈逻辑悖论研究引论〉》,《哲学动态》2004 年第 1 期。

论”。上述定义的广泛涵盖性恰恰来自“公认”概念的模糊性。

其实，罗素在讨论悖论时早已本质地使用了“公认”概念，如他谈论罗素悖论的发现时说：“自亚里士多德以来，无论哪一学派的逻辑学家，从它们所公认的前提似乎可推出一些矛盾来。这表明有些东西是有毛病的，但是指不出纠正的方法是什么。在1901年的春季中，其中一种矛盾的发现把我正在享受的那种逻辑蜜月打断了。”①显然，把作为“公认”主体的认知共同体由逻辑学向其他领域拓广，就可得出关于其他领域的多种多样的悖论的认识。

由“公认”的模糊性可以自然引出“公认度”与“悖论度”的概念，而如果悖论的其他两要素经得住推敲，那么它由以导致的“背景知识”的“公认度”就决定了其“悖论度”。就广义逻辑悖论而言，“悖论度”概念的把握是非常重要的。

“悖论度”的概念至少可从如下两本著作找到“先驱”。一是英国学者赛恩斯伯里在1988年出版的《悖论》一书“序言”中说，如果把悖论分为十个级别，那么理发师悖论可放在最低级别，说谎者悖论可放在最高级别。② 他虽然没有说明其他悖论所在级别，但已把不属于狭义逻辑悖论的芝诺悖论和归纳悖论这两种典型的哲学悖论置于其研究范围之内。二是美国著名逻辑学家雷歇尔在2001年出版的《悖论——其根源、范围与解决》③一书中明确使用了具有强弱层面(levels)之分的“悖论性”(paradoxicality)概念，而作为全书核心概念的“似然性”(plausibility)，实际上就是“公认性”的另一种说法。该书所研究的130个悖论，不但包括了狭义逻辑悖论，而且包括了许多典型的哲学悖论和具体科学(限于社会科学)悖论以及一系列悖论的拟化形式。

从“悖论度”的观点看，悖论的拟化形式中的前提要素也并非毫无公认度，如理发师悖论中的“店规”(“给且只给那些不给自己理发的人理发”)，尽

① 罗素：《我的哲学的发展》，商务印书馆1982版，第68页。

② Cf. R. M. Sainsbury, *Paradoxes*, Cambridge University Press, 1988, pp.1－2.

③ N. Rescher, *Paradoxes, Their Roots, Range, and Resolution*, Carus Publishing Company, 2001.

管并非公认正确的背景知识,但其包含自相矛盾因素这一点,在矛盾等价式推出前并不是为人们所明确认知的,因而也有其很低的悖论度。而正由于其悖论度很低,只能视为一种悖论的拟化形式。

开展广义逻辑悖论研究,首当其冲的是要把已经过广泛深入研究的模糊悖论、归纳悖论和道义悖论这三类哲学悖论整合到统一的逻辑悖论研究框架中来。"悖论度"概念的提出可为这种整合提供新的视角。拙著《逻辑悖论研究引论》(以下简称"《引论》")虽以狭义逻辑悖论研究为重心而未涉及这三类广义悖论研究,但认为"这些'悖论'经过塑述是否可归入严格意义的逻辑悖论,通过'三要素'标准的严格分析并不难以确定"①。顿新国的归纳悖论研究②和夏素敏的道义悖论研究③,便是这个方向上努力的初步成果。

反观当前西方逻辑学与逻辑哲学界的悖论研究,尽管纷繁复杂,但明显可见其中的两大"主潮":一是狭义逻辑悖论研究向纵深发展,形成语境迟钝方案、语境敏感方案和亚相容(次协调)方案"三足鼎立"的局面④,其中语境敏感方案的优势地位已逐渐显露出来,这体现在近年出版的许多关于语义悖论和语用悖论的专论性著作及大量文章中,《引论》曾对此做了重点分析;另一"主潮"就是广义逻辑悖论研究的兴起,许多学者致力于狭义逻辑悖论与模糊悖论、道义悖论、归纳悖论的统一性、综合性研究,并以一系列新型非经典逻辑为基本工具,与狭义逻辑悖论研究新成果相衔接,开创了逻辑悖论研究的崭新局面。20 世纪 90 年代以来的一个热点是语义悖论与模糊悖论的统一性研究,代表作是麦克吉(V. McGee)的《真理、模糊性与悖论》⑤,张家龙先生已有所介绍与评述⑥。2003 年出版的论文集《说谎者与谷堆:悖论新论》⑦汇集了一些新的成果,其中上述鼎立的"三足"可谓各显神通。另

---

① 张建军:《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社 2002 年版,"前言"第 5 页。

② 参见顿新国:《归纳悖论研究》,南京大学博士学位论文,2005 年。

③ 参见夏素敏:《"罗斯悖论"研究述评及方法论思考》,《自然辩证法研究》2005 年第 4 期。

④ 参见王建芳:《语义悖论与情境语义学》,南开大学博士学位论文,2002 年。

⑤ V. McGee, *Truth, Vagueness, and Paradox*, Hackett Press, 1991.

⑥ 张家龙:《悖论》,载《逻辑哲学九章》(张清宇主编),江苏人民出版社 2004 年版。

⑦ JC Beall, ed., *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*, Oxford University Press, 2004.

一个显著的象征是，自赛恩斯伯里的《悖论》以来，西方学界出版的关于悖论的通论性著作及辞书中的悖论观大多是广义的，至少涵盖了哲学悖论。

纵观西方学界（至少就英语世界而言）一个多世纪的逻辑悖论研究，其成果主要集中于上列层面Ⅰ，且随着现代逻辑的长足进展，其研究重心经历了从语形悖论到语义悖论再到语用悖论的转移。层面Ⅱ的研究虽然始终相伴随，但往往是零散的，非持续性的。层面Ⅲ的研究直到近年才真正兴起（我认为可以上述雷歇尔的书的出版为标志）。这种历史情况使得悖论的科学界说与解悖标准的研究长期得不到应有重视，从而也制约了后两个层面研究的展开。近年这种局面已有所改观。如2003年英国出版的“哲学核心问题丛书”中奥林（D. Olin）所著《悖论》[1]一书，就把“什么是悖论”、“怎样解决悖论”作为首当其冲的问题，花了很大篇幅加以讨论，其中也讨论了我国学者关心的悖论与矛盾的关系问题。这种进展，为我们开展国际学术交流，特别是发挥我们起步较早的层面Ⅲ的研究成果的作用，提供了新的条件。

此外还要强调的一点是，在“公认正确的背景知识”要素中，不但包括悖论论证的前提，也包括认知共同体所使用的逻辑。过去的许多文献（包括《引论》）都对此有所忽略。在面对各种使用非经典逻辑的理论系统及解悖方案时，明确这一点是十分必要的。

二、关于“RZH解悖标准”及相关问题

如苏珊·哈克所说，要评论各种解悖方案的合理性，首先要讨论解悖标准。[2] 我曾在《引论》中追寻历史的线索，整合出了RZH（罗素—策墨罗—哈克）标准，明确了其“足够狭窄性”、“充分宽广性”与“非特设性”三项基本要求。其中只有“足够狭窄性”是一个精确标准，即通过对悖论第一要素的修正，旧的悖论消除，且未发现新的悖论。“充分宽广性”原只阐释为尽可能取代被修正理论原来所具有的正面功能，我认为还应增加一个重要方面，即修改措施最好具有更为宽广的解题功能，能解决更多的悖论。这一点类似

① D. Olin, *Paradox*, Acumen Publishing Limited, 2003.

② 苏珊·哈克：《逻辑哲学》，罗毅译，张家龙校，商务印书馆2003年版，第171页。

于经验科学方法论中假说合理性的评估标准。这两条实际上都是“逻辑保守主义”标准,是“最小代价最大收益”原则的精致化。“非特设性”标准通俗地说就是“非应急性”标准,即要求为解悖方案提供独立于排除悖论之诉求的充足理由。这项标准争议较多,其原因在于它本身就是一条哲学标准,实际上属于悖论研究的层面Ⅱ,但悖论研究发展史已充分表明,它对层面Ⅰ的研究是有重要反作用的。例如,20世纪下半叶之后关于公理化集合论解悖方案的长期争论,大多都是在这个层面上,并由此催生了许多新的解悖方案。关于语义悖论及其解悖方案的讨论更是如此。

《引论》正是根据对上述三重标准的理解,通过对公理化集合论方案和情境语义学方案的多重分析与辩护,得出了“经典集合论悖论和语义悖论问题实际上已经了结,当代逻辑悖论研究的重心应当转移到语用悖论和一般解悖方法论上来”的结论。除前两重技术标准外,这个结论还依据于运用我所理解的马克思主义辩证法与社会实践论为公理化集合论和情境语义学所做的“非特设性”哲学辩护。当然这种辩护是否恰当是需要讨论的。最近看到美国悖论研究专家孔斯(R. C. Koons)所著《重塑实在论》一书[①],其主旨即在情境语义学基础上重建实在论,实际上可视为对情境语义学解悖方案“非特设性”的新论证。当然该书论点肯定不能为反实在论者(这是西方多数亚相容逻辑专家的哲学立场)所赞同。这本身也说明了逻辑悖论研究与哲学的重大问题研究的密切关联。

因RZH标准的逻辑保守主义性质,以它衡量,直觉主义与亚相容(或译“次协调”、“弗协调”)逻辑进路上的方案都难以视为良好的解悖方案,但这些方案的科学价值已经受住了历史的检验,就悖论研究说,应当探讨这些方案的恰当定位。直觉主义进路的定位在学界已基本达成共识,而亚相容逻辑进路仍众说纷纭、莫衷一是。我们认为,亚相容逻辑方案的价值,正在于为那些已发现悖论但尚未消除的理论的发展状态提供逻辑刻画与方法论工具[②]。大多数亚相容逻辑学者都认为亚相容逻辑是辩证逻辑形式化的必

---

① R. C. Koons, *Realism Regained*, Oxford University Press, 2000.

② 详细论证可参见李秀敏:《亚相容逻辑的历史考察与哲学审思》,南京大学博士学位论文,2005年。

由之路,亚相容逻辑解悖方案是辩证哲学思想在解悖中的运用。我在《引论》中曾对此提出了否定性的意见。我认为,赵总宽先生借鉴雷歇尔的有关思想而提出的"强辩证逻辑"与"弱辩证逻辑"之分,是一个值得深思的重要见解。"强辩证逻辑是指保留或承认不矛盾律和排中律以及合取合成规则、邓斯·司各脱规则等经典逻辑规律的科学形态的辩证逻辑";"弱辩证逻辑是指否认不矛盾律和排中律的普适性,限制合取合成规则或邓斯·司各脱规则的超协调的、不协调的、悖论的等逻辑理论。"①显然,强辩证逻辑进路的解悖方案与 RZH 解悖标准的精神是相吻合的。《引论》曾基于对情境语义学的辩证哲学阐释与辩护,提出可以追求一种"形式逻辑与辩证逻辑相辅相成的新型逻辑系统;而经过辩证阐释的情境语义学,当处于这种新逻辑的轴心。由对角线引理看,除了连续性与间断性这对核心范畴外,对于'无限'和'否定'的新型处理,在这种新逻辑中亦处于关键地位"②。这种诉求也是一种强辩证逻辑诉求。

三、关于悖论研究的社会文化功能

(一)文化建设功能

冯契先生曾将中国传统文化中的根本缺陷概括为"经学独断论与权威主义"和"相对主义与虚无主义"③,这两个方面在现实中都有许多新的表现形式。这种文化缺陷都与中国传统文化缺乏演绎逻辑传统密切相关。而逻辑悖论研究作为演绎逻辑应用价值的突出体现,可以在克服这种文化缺陷方面发挥特殊作用。

就前一方面说,逻辑悖论研究实际上是彻底贯彻解放思想、与时俱进精神的重要杠杆。因为,真正的严格悖论的发现,其所质疑的正是"公认正确的背景知识",因而必须使以往的所有观念(包括理论的基本原理)置于以事实与逻辑为基干的理性法庭之中,通过根本性的观念变革与创新解决问题。

就后一方面说,逻辑悖论研究也是抵御各种反科学、反理性的相对主义

---

① 赵总宽主编:《逻辑学百年》,北京出版社 1999 年版,第 309—310 页。

② 张建军:《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社 2002 年版,第 280 页。

③ 参见冯契:《智慧的探索》,华东师范大学出版社 1994 年版,第 624 页。

与虚无主义思潮的有力武器。以相对主义思潮为特征的后现代思潮特别是其中的解构主义思潮，往往以导出悖论作为解构社会理性与价值观念系统的根据，甚至由此论证“科学终结论”。而悖论的相对可解性及其在科学理论演进过程中的作用机理的深刻把握，实际上是对这种反科学、反理性思潮的有力反驳。这对于当前中国社会文化发展是至关重要的。

（二）社会实践功能

社会生活中经常出现行动主体之选择“进退维谷”的“类悖论困境”，可简称“悖境”。元代词人姚燧的《寄征衣》：“欲寄君衣君不还，不寄君衣君又寒，寄与不寄间，妾身千万难”，就描述了一种最简单的悖境。

科学发展观中的“统筹兼顾”问题，在很大程度上就是如何处理“社会悖境”，消除悖境中的“恶性循环”的问题。无疑，逻辑悖论研究中的多种解悖方案（包括悖论消除前的亚相容策略），都会对解决悖境问题提供重要启发。悖论需要通过理论创新消除逻辑矛盾而解决，悖境则需要通过社会技术（管理）创新变恶性循环为良性循环而摆脱。“悖论度”的反面是“脱悖度”，而“社会悖境度”的反面就是“社会和谐度”。循此思路，悖论研究的社会学维度的价值是不言而喻的。

（三）社会理论疑难的解题功能

语用悖论中的合理行动悖论，实际上是对当代公共选择理论中的一系列理论疑难的逻辑抽象，西方有许多学者（如前面提到的孔斯）致力于把逻辑悖论研究成果再运用到解决公共选择理论的疑难中去，这是非常值得我们借鉴的。[①] 当代社会决策理论中著名的“投票悖论”，亦可塑述为一个严格的具体科学悖论，因而也可与逻辑悖论研究建立内在关联。[②] 可见，狭义与广义逻辑悖论研究对于解决事关社会发展的一些理论疑难都有直接或间接的启发价值。

既然逻辑悖论研究是一个跨学科的边缘性、交叉性领域，就应欢迎多层

---

① Cf. R. C. Koons, *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*, Cambridge University Press, 1992.

② 参见刘春生:《投票悖论是严格的逻辑悖论吗?》,《自然辩证法研究》2005 年第 1 期，有关背景可参见潘天群:《社会决策的逻辑结构研究》，中国社会科学出版社 2003 年版。

次、多侧面、不同学科背景的学者共同探讨。另一方面,逻辑悖论的现代研究毕竟在西方已持续发展了一百多年,从 20 世纪 70 年代中期至今又形成了新一轮研究高潮,因而我们也应更多地了解西方学界所取得的主要成果。如果我们注重博采众家之长,并发挥自己的特殊优势,则可以期待我国学界在悖论研究上作出较大贡献,并发挥其应有的多方面功能。

B. 本书英文述介*

Introduction to the Study of Logical Paradoxes
Zhang Jianjun
Nanjing: Nanjing University Press, 2002

This book is one of the "Nanjing University Academic Series". It is a monographic work on the history and philosophy of logic which is about the contemporary researches on logical paradoxes. On the basis of the most recent achievements in this field, the book systematically describes the origin and development of various paradoxes and different approaches to their solutions, focusing on three special kinds of logical paradoxes: set theoretic-syntactic paradoxes, semantic paradoxes and pragmatic paradoxes. With a distinctive definition of "logical paradox" as a pragmatic concept and RZH (Russell-Zermelo-Haack) criterion for paradox solution, a comprehensive and penetrating comparative study is conducted, and levels of the study on logical paradoxes and their correlation are clarified, while

---

* 原载于法国《哲学文献》杂志第 50 卷，2003 年 9 月。[*Bibliographie de la Philosophie/Bibliography of Philosophy*, Paris: Librairie Philosophique J. Vrin, Vol. 50, Autumn; September 2003.]

the mainstream and the developing trends of the study in this area are clearly presented. The "pragmatic turn" in the study of paradoxes in recent years and its effect are well shown in the book. The context-sensitive solutions of paradoxes, especially the situation semantic approach, are strongly justified from the philosophical perspective. The book demonstrates the special role of the general methodology for paradox solution in the future study of paradoxes.

The book is divided into five parts. Part I is a general introduction, discussing the formation, definition and categories of logical paradoxes and explaining the RZH criterion and three different levels of the study of logical paradoxes. Part II examines the study of set-theoretic-syntactic paradoxes. Major members of set theoretic-syntactic paradoxes and solutions to them are presented. The historic contribution of type-theory approaches, establishment and consolidation of axiomatic set theory approaches and the nonclassical logic approaches are analyzed. The fundamental function of Gödel's incompleteness theorem and self-reference lemma to the study of paradoxes is shown. Part III is about the study of semantic paradoxes. It provides the major members of semantic paradoxes and a discussion on Tarski's "classical approach" and its relation with the formal and natural languages. The "emphasis shift" of the study is displayed. The turn from "contextinsensitive" approaches to "context-sensitive approaches" is reviewed by analyzing the achievements and predicament of the former and the rising and development of the latter. The revival of the non-classical logic approaches based on this turn is described. Part IV is about the study of pragmatic paradoxes. It points out that epistemic paradoxes are the first family of pragmatic paradoxes and the rational action paradoxes are considered a bridge to practice for the study of logical paradoxes. Solutions to pragmatic paradoxes and logical omniscience problem are discussed. Part V covers the philosophical and methodological orientations of the study of

logical paradoxes. A series of important issues on the study of paradoxes made from the philosophical perspectives are discussed with an emphasis on diagonal lemma, the iterative concept of set and two kinds "contradictions"(logical and dialectical). It argues that there is a close relation between logical paradoxes and the development of the theories of science, therefore the general methodological orientation about the discovery and solution of paradoxes should be urgently developed. The manifold value of the study on logical paradoxes, a domain with multidisciplinary significance, is well illustrated.

C. 中国近三十年逻辑悖论研究的主要特点与趋势*

王建芳

当代逻辑悖论研究有三个不同层面：一是特定领域某个或某组悖论的建构及其具体解悖方案研究；二是各种悖论及解悖方案的哲学研究；三是关于悖论的发现、解决及其功能的一般方法论研究。“文化大革命”前，我国学界的逻辑悖论研究主要体现在莫绍揆、沈有鼎等学者在第一层面的研究上。我国学界关于逻辑悖论问题第二、第三层面的研究，“文化大革命”后才开始兴起。

一、逻辑悖论的矛盾归属问题研究

由于我国特定的学术背景和理论范式的影响，逻辑悖论（以下简称“悖论”）的矛盾归属，即悖论与形式逻辑所拒斥的“逻辑矛盾”与辩证法所要把握的“辩证矛盾”的关系问题，成为我国悖论研究首先面对的问题。20 世纪 80 年代初至 90 年代末，学界围绕这个问题展开的讨论非常热烈。

悖论究竟是逻辑矛盾还是辩证矛盾的问题，确切地说是悖论的形式特征——矛盾等价式或矛盾互推式究竟是逻辑矛盾还是辩证矛盾的问题。在

* 原载《哲学动态》2012 年第 6 期，作者为中国政法大学现代逻辑研究所教授。

这个问题上大致可分为三类观点：

第一，“辩证矛盾说”。国内较早介绍国外悖论研究的杨熙龄认为，悖论就是“形式逻辑系统中出现的辩证判断”①，即提出了悖论的“辩证矛盾说”。这个观点得到了一些学者的赞成。后来，该观点又发展为“特殊的辩证矛盾说”，如赵总宽认为：“悖论性命题具有辩证矛盾命题的基本特征，但又产生于经典逻辑的系统中，被应用经典逻辑的离散分析方法作出了错误的逻辑语义分析，被应用经典逻辑的外延形式语言作出了错误的逻辑表达。”②

第二，“逻辑矛盾说”。张家龙撰文指出，悖论是“地地道道的逻辑矛盾，是思维中的自相矛盾，根本就不是什么‘辩证判断’”。如果把悖论当成辩证判断，“就把辩证法变成了逻辑矛盾的庇护所，从而严重地歪曲了辩证法的本性。”③张建军则一方面支持逻辑矛盾说，另一方面则强调悖论是一种“特殊的逻辑矛盾”：“我们承认悖论是一种逻辑矛盾，是与一个科学的理论体系不相容的。但是它又是一种特殊的逻辑矛盾，并非由于思维混乱使然，而是根源于客观事物所固有的矛盾和主客观的矛盾。”④他后来把这种“特殊性”概括为两个方面：第一，任一悖论都是相对于某些特定的背景知识而言，即以这些背景知识为前提的；第二，任一悖论都是从特定背景知识出发合乎逻辑地建构起来的。⑤ 他还对把辩证矛盾与悖论相混淆的观点进行了多方面深入辨析与澄清。⑥ 陈波亦主张悖论是一种特殊的逻辑矛盾，指出“其特殊性表现在：导致逻辑矛盾的过程的合乎逻辑性，以及导致悖论的前提错误的隐蔽性，以至于我们常常弄不清差错究竟出在什么地方，以及用何种方法去应付它们。”⑦

---

① 杨熙龄：《悖论研究八十年》，《国外社会科学》1980年第1期。

② 赵总宽：《经典逻辑语法悖论与其辩证逻辑解决方法》，载《辩证逻辑研究》，云南大学出版社1998年版，第246页。

③ 张家龙：《论语义悖论》，《哲学研究》1981年第8期；《论逻辑悖论》，载《逻辑学论丛》，中国社会科学出版社1983年版。

④ 张建军：《集合论悖论的辩证分析》，《河北大学学报》1984年第1期。

⑤ 张建军：《悖论是一种特殊的逻辑矛盾》，《安徽大学学报》1990年第1期。

⑥ 参见张建军：《辩证矛盾并不导致悖论》，《中国社会科学》1991年第1期；《再论悖论并非辩证矛盾》，《江汉论坛》1998年第1期。

⑦ 陈波：《逻辑哲学导论》，中国人民大学出版社2000年版，第254页。

第三,“第三类矛盾说”。沙青最早提出并系统论证了“悖论是普通逻辑思维与辩证思维的中间物”的主张,认为悖论居于逻辑矛盾与辩证矛盾之中介地带。[①] 沈跃春则明确提出悖论既不是逻辑矛盾也不是辩证矛盾,而是独立于二者的第三类矛盾。认为虽然它与两类矛盾有联系,但它们之间又有本质区别,所以,应该把悖论作为一种独立的思维矛盾来对待。[②]

20 世纪后期,西方悖论研究的历史舞台上出现了一个最具“革命性”的解决方案——次协调逻辑(又译亚相容逻辑、弗协调逻辑)解悖方案。这种方案视悖论中所包含的矛盾为“真矛盾”,提出要接受矛盾、容纳悖论,在西方学界引起了较大争议。有些次协调逻辑学者把悖论和黑格尔—马克思意义上的“辩证矛盾”都看作“真矛盾”的原型,把某些次协调逻辑系统看作辩证逻辑的形式化。我国部分学者接受了这种思想。[③] 张建军等则在肯定次协调逻辑本身的科学价值以及在出现悖论的科学理论和信念系统中解释其现实原型的基础上,否认次协调逻辑学者的“辩证矛盾”解释,认为“真矛盾”的实质仍是“被‘圈禁’起来的逻辑矛盾”,并不是黑格尔—马克思意义上的辩证矛盾。[④]

应当指出的是,在上述讨论中否定悖论的“辩证矛盾”说的学者中有不少并不否认对悖论做辩证分析的必要性和重要性,也不否认悖论研究在辩证逻辑研究中的重要价值。

二、悖论的定义与分类问题研究

悖论的定义与分类是悖论研究的基本问题,受到国内外学者的广泛关

---

① 参见沙青、徐元瑛:《辩证逻辑简明教程》,河北人民出版社 1984 年版,第 31 页;沙青:《普通逻辑思维与辩证思维的中间物——悖论的方法论启示》,《河北大学学报》1992 年第 2 期。

② 参见沈跃春:《悖论:思维领域的第三类矛盾》,《安徽大学学报》1992 年第 1 期。

③ 代表性论著有杨熙龄:《奇异的循环——逻辑悖论探析》,辽宁人民出版社 1986 年版;桂起权等:《次协调逻辑与人工智能》,武汉大学出版社 2002 年版;杨武金:《辩证法的逻辑基础》,商务印书馆 2008 年版。

④ 代表性论著有张建军:《科学的难题——悖论》,浙江科技出版社 1990 年版;《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社 2002 年版;以及张建军、王建芳、李秀敏、王习胜、付敏等发表的相关系列论文。

注。近年来,我国学者对这两个问题的研究取得较大进展。以下是国内文献中先后形成的几个有影响的定义:

定义Ⅰ:“悖论是一种导致逻辑矛盾的命题。这种命题,如果承认它是真的,那么它是假的;如果承认它是假的,那么它是真的。”①

定义Ⅱ:“悖论指由肯定它真,就推出它假,由肯定它假,就推出它真的一类命题。这类命题也可以表述为:一个命题 A,蕴涵非 A,同时非 A 蕴涵 A,A 与自身的否定等价。”②

定义Ⅲ:“悖论是指这样一种理论事实或状况,在某些公认正确的背景知识之下,可以合乎逻辑地建立两个矛盾命题相互推出的矛盾等价式。”③

定义Ⅳ:“如果从明显合理的前提出发,通过正确有效的逻辑推导,得出了两个自相矛盾的命题或这样两个命题的等价式,则称得出了悖论。”④

定义Ⅴ:“悖论是某些知识领域中的一种论证,从对某概念的定义或一个基本语句(或命题)出发,在有关领域的一个合理假定之下,按照有效的逻辑推理规则,推出一对自相矛盾的语句或两个相互矛盾的语句的等价式。”⑤

对比上述五个定义不难看出,学界对悖论的本质、悖论构成要素的认识逐步深化。后三个定义都纠正了前两个定义中把悖论的属概念归结为“命题”的不当认识,而均采用了悖论构成的“三要素”说,为悖论的界定提供了较为清晰的标准,这不仅有利于把悖论、半截子悖论、佯悖以及悖论的拟化形式等“伪悖论”区分开来,而且在一定程度上为解悖指明了方向。在悖论的属概念问题上学界的认识还存在差异。对此,张建军认为,悖论既不能归结为一个命题,也不是一个论证,因为悖论本身是被发现的,而关于悖论的论证是被发明的;把悖论的属概念归为“理论事实”,可表明悖论存在于人类

---

① 《辞海·哲学分册》,上海辞书出版社 1980 年版,第 453 页。

② 《中国大百科全书·哲学卷》,中国大百科全书出版社 1987 年版,第 33 页。

③ 张建军:《悖论与科学方法论》,载张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》,河北教育出版社 1998 年版,第 108 页。

④ 陈波:《逻辑哲学导论》,中国人民大学出版社 2000 年版,第 229 页。

⑤ 张家龙:《悖论》,载张清宇主编:《逻辑哲学九章》,江苏人民出版社 2004 年版,第 194 页。

的信念系统（而不是纯粹的客观世界）中，它的产生与特定认知共同体的某些背景知识有关。[①]

关于悖论的分类问题。众所周知，莱姆塞早期给出的悖论分类只包括逻辑—数学悖论和语义悖论两种类型。我国学者最初也是采用的这种分类。随着悖论研究的深入，这种分类方式已不能满足需要，一系列新型悖论的出现表明了这一点。通过对当代悖论研究的历史与现状的全面考察，张建军提出，依据所依赖的背景知识（即悖论的构成前提）之不同，悖论从广义上可分为狭义逻辑悖论、哲学悖论、具体理论悖论（科学悖论）三大类。其中，狭义逻辑悖论"由以导出的背景知识都是日常进行合理思维的理性主体所能普遍承认的公共信念或预设；而且均可通过现代逻辑语形学、语义学和语用学的研究，得到严格的塑述和刻画，其推导可以达到无懈可击的逻辑严格性"。[②] 这样的狭义悖论包括集合论—语形悖论、语义悖论、语用悖论（如认知悖论、合理行为悖论）三种类型。这种分类方式特别是狭义逻辑悖论的分类已为我国学界所广泛使用，为不同类型悖论的认识和把握提供了依据。

三、狭义逻辑悖论研究

作为国内悖论研究的重心，狭义逻辑悖论研究及其成果主要包括以下三个方面：

（一）集合论—语形悖论研究

从罗素悖论发现至哥德尔不完全性定理发表约三十年间，西方集合论—语形悖论研究达到鼎盛时期，此后，西方悖论研究的重心不再是集合论—语形悖论。国内学界对集合论—语形悖论的研究有如下两个特点：

---

① 参见张建军：《广义逻辑悖论研究及其社会文化功能论纲》，《哲学动态》2005 年第 11 期。在"A Study of the Definition of 'logical Paradox'"（载林正弘主编：《逻辑与哲学》，台北学富文化事业有限公司 2009 年版）一文中，张建军结合国内外悖论定义研究的新进展，就此做了进一步说明并据此阐发了悖论的相对性、根本性和可解性等重要性质。

② 张建军：《逻辑悖论研究引论》，南京大学出版社 2002 年版，第 21 页。

第一,对西方学界已有成果进行了更为深入的考察,详尽、准确、系统地评述了相关研究。逻辑悖论研究的一项重要的基础性工作,是深入考察和了解西方已有研究成果。就集合论—语形悖论来说,这项工作已做得较为充分,主要体现在张家龙的《数理逻辑发展史》,郑毓信的《数学哲学新论》,张建军的《科学的难题——悖论》、《逻辑悖论研究引论》等著作中。这些考察和分析,为进一步深化国内悖论研究奠定了坚实基础。

第二,拓展和深化了集合论—语形悖论的研究。

集合论—语形悖论的研究成果是当代逻辑悖论的重要背景,在其中,不少中国学者作出了自己的贡献。例如,张弘探讨了罗素悖论以及循环集悖论的推广;张清宇对罗素悖论、沈有鼎悖论、柯利悖论进行了概括总结,提出了"所有非 Z—类的类的悖论";朱梧槚、肖奚安建构的"中介公理集合论"系统亦可合理消解所有已知的集合论悖论;张建军基于哥德尔"集合的迭代概念",提出关于集合元素及其属性的"基本构架论",提出"良性隔离"与"恶性隔离"的区分,为公理化集合论解悖方案的"非特设性"做了有力的哲学辩护;等等。① 这些分析和讨论,推进、拓展并深化了集合论—语形悖论的研究。

(二)语义悖论研究

20 世纪 30 年代初哥德尔不完全性定理和塔尔斯基形式语言真理理论的发表,使得西方悖论研究的重心逐渐从集合论悖论过渡到以说谎者悖论为代表的语义悖论上来。受此影响,语义悖论一直是国内学界关注的热点。国内学界对语义悖论的研究有如下两个特点:

第一,探讨了语义悖论的成因并提出相应的解决方案。

语义悖论产生的根源何在?应如何消解?围绕语义悖论研究中的这两个核心问题,国内学者主要提出了以下几种观点:

观点Ⅰ:悖论的产生与自我指称、否定性概念以及总体和无限这三个因

---

① 张弘:《罗素(Russell)悖论的一种推广与循环集悖论的一种推广》,《北京工业大学学报》1985 年第 1 期;张清宇:《所有非 Z—类的类的悖论》,《哲学研究》1993 年第 10 期;朱梧槚、肖奚安:《集合论导引》,南京大学出版社 1991 年版,第 267—287 页;张建军:《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社 2002 年版,第 288—301 页。

素相关。[①]

观点Ⅱ:“所有的语义悖论都导源于一个错误,即悖论由以得出的前提表达式的逻辑结构固有地违反了逻辑规律。”[②]

观点Ⅲ:说谎者悖论产生的原因在于“复合命题谬误”(误认复合句为简单句),拒斥这一谬误即可消解它。[③]

观点Ⅳ:“所谓‘典型语义悖论’均源于一个虚假的预设,那就是相应的悖论性语句具有一个明确的含义。只要证伪其单义句预设,此类悖论即可消解。”[④]

观点Ⅴ:悖论产生的根本原因在于混淆了部分与整体的关系,只要避免这种错误就可以不产生悖论。[⑤]

观点Ⅵ:典型悖论命题产生的直接原因在于错误地用形式逻辑的原负命题合取式或等值式指称整体对象的正补事态,表达反映正补事态的正补命题,可用扬弃悖论的方法消解。[⑥]

观点Ⅶ:说谎者悖论和强化的说谎者悖论表明,语义悖论是由有穷值逻辑所造成,需运用无穷值逻辑消解悖论。[⑦]

观点Ⅷ:依据情境语义学的刻画可以表明,语义悖论的根源在于经典的罗素型命题观导致“世界相容性”与“世界完整性”的冲突,因出现不能进入“世界”的“语义事实”而产生语义悖论;代以含有情境因素的奥斯汀型命题观即可消解悖论。[⑧]

观点Ⅸ:通过克里普克框架可以表明,说谎者语句在一个框架上是矛盾的,当且仅当这个框架含有奇循环,即“恶性循环”;解决说谎者型语义悖论

---

① 陈波:《逻辑哲学导论》,中国人民大学出版社2000年版,第237页。

② 王军风:《辨析语义悖论》,《江汉论坛》1999年第10期。

③ 黄展骥:《矛盾、语义与自我指涉》,载张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》,河北教育出版社1998年版,第341页。

④ 张铁声:《“典型语义悖论”及其单义句预设》,《安徽大学学报》2006年第1期。

⑤ 马佩、李振江:《论悖论的本质》,《中州学刊》1992年第3期。

⑥ 赵总宽:《扬弃悖论命题的方法和标准》,《安徽大学学报》2006年第1期。

⑦ 熊明辉:《再论说谎者悖论的消解》,《广西大学学报》1999年第1期。

⑧ 张建军:《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社2002年版,第175—179页。

问题在于理解说谎者语句的相对矛盾性与框架中通达关系的循环特征的相关性,以区分“恶性循环”与“良性循环”。①

显然,在语义悖论的成因和消解研究方面,国内学界还处于多家争鸣的局面。虽然尚未达成共识,但学者们立足不同的研究视角,对语义悖论的成因、消解方法所作的探索,促进了悖论问题的研究,深化了人们对悖论的认识。例如,观点Ⅷ与观点Ⅸ作为学界“语境敏感”进路与“语境迟钝”进路的代表,应可展开进一步的深入讨论与争鸣。

第二,深入考察和分析了当代西方语义悖论研究中出现的诸多解决方案,揭示和论证了语义悖论研究从语境迟钝到语境敏感的发展脉动。

自20世纪初至今,西方语义悖论研究涌现出诸多解决方案,如罗素的分支类型论方案、塔尔斯基的语言层次理论、克里普克的真值间隙论方案以及近年西方悖论研究中出现的诸多语境迟钝方案、语境敏感方案、次协调逻辑解悖方案等等。国内学界对西方语义悖论研究取得的一系列重要成果非常关注,注重梳理与把握当代西方语义悖论研究的成就与问题成为国内语义悖论研究的一个重要特色。在这方面,张家龙、张建军、宋文淦、桂起权、陈波等学者都有贡献。通过对当代西方悖论研究脉络的考察,张建军揭示出纷繁复杂的悖论研究状况背后所隐涵的“回归自然语言,在语形、语义和语用的统一中深化和拓展悖论研究”这一主动脉。在语境迟钝方案、语境敏感方案、次协调逻辑解悖方案的梳理和评述中,深刻把握从语境迟钝方案到语境敏感方案的发展脉动。② 王建芳、贾国恒等深入考察了情境语义学解悖方案,并将它与传统解悖方案、次协调逻辑解悖方案进行了比较研究;③桂起权、杨武金、付敏等则着重对次协调逻辑解悖方案进行了评述

① 熊明:《说谎者悖论的恶性循环》,《哲学研究》2008年第11期。

② 张建军:《回归自然语言的语义学悖论》,《哲学研究》1997年第5期;《逻辑悖论研究引论》,南京大学出版社2002年版。

③ 王建芳:《语义悖论与情境语义学——情境语义学解悖方案研究》,中国社会科学出版社2009年版;贾国恒:《情境语义学及其解悖方案研究》,南京大学博士学位论文,2007年。

和分析。①

（三）语用悖论研究

与集合论—语形悖论、语义悖论的研究相比，我国学界的语用悖论研究尚处于起步阶段。

自20世纪60年代美国逻辑学家蒙塔古发现严格的“知道者悖论”以来，关于“认知悖论”的研究构成西方学界狭义逻辑悖论研究的一个持续性研究热点，但在我国学界直到90年代才引起关注。张建军最早评述了西方学界关于认知悖论的研究，系统考察了以知道者悖论、相信者悖论、否证者悖论为代表的认知悖论群落并且阐述了其独立于语义悖论的价值。② 此后，张建军又把美国学者孔斯发现的一个严格的“可辩护信念悖论”概括为“盖夫曼—孔斯”悖论，并指出只有将其中“可辩护”算子理解为“行为合理性”之“可辩护”，才能确认其推导前提的合理性，据此指认这是一个独立于认知悖论的“合理行为悖论”；同时，根据孔斯等人的研究成果，探讨了合理行为悖论与博弈论与决策论中长期探讨的纽科姆疑难、连锁店悖论、囚徒困境等问题的内在关联及建构严格的“合理行为悖论”悖论群落的问题，并把“认知悖论”和“合理行为悖论”统称为“语用悖论”，从而启动了国内学界的相关研究。③

近年来，学界有关语用悖论的探讨已逐步展开。如李大强对知道者悖论中“知道”的语义进行了分析，认为知道者悖论产生的根源在于“知道”一词的意义的模糊性。他给出了一个以“时间秩序”为核心的相对稳定的“知道模型”，试图为解悖提供新的语义基础。④ 沈跃春探讨了认知悖论的历史

① 桂起权：《次协调逻辑的悖论观》，《安徽大学学报》1992年第1期；杨武金：《论悖论的实质、根源和主要解决方案——从弗协调逻辑的观点看》，《中国人民大学学报》2006年第2期；付敏：《“真矛盾论”与悖论：普利斯特亚相容解悖方案研究》，南京大学博士学位论文，2009年。

② 参见张建军：《认知悖论研究的兴起》，《逻辑与语言学习》1994年第3期；《类说谎者认知悖论》，《哲学动态》1994年增刊。

③ 参见张建军：《两类新型逻辑悖论的提出及其意义》，《哲学动态》1996年第12期。

④ 李大强：《知道者悖论与“知道”的语义分析》，《自然辩证法通讯》2002年第5期。

发展及其多方面研究价值。[①] 张家龙在《逻辑哲学九章》之《悖论》章中专题评述了上述两大类悖论的来龙去脉,并将"合理行为悖论"改称为"合理行动悖论"。张建军在《逻辑悖论研究引论》中论证了关于解决语义悖论的语境敏感方案可以向语用悖论研究推广,并全面阐述了语用悖论研究的理论意义与实用价值。易永胜用新的逻辑工具分析了纽科姆难题的形成机理,指出以往的研究忽视了该难题形成的关键因素即参与者之间认知状态的相互影响和相互作用,用知识共享和博弈的概念来分析该悖论形成的原因及其消解途径。[②] 潘天群评述了决策逻辑研究种多中被称为"悖论"的疑难,探讨了其与逻辑悖论研究相关联的可能路径。[③] 李莉探讨了纽科姆难题的哲学意蕴,指出该难题挑战的是人类理性与自由意志,实际上在该疑难中的人和超级生物之间不能称为一个博弈,因为超级生物能够认识人行动的因果链条,故该疑难的严格塑述只能是悖论的"拟化形式"。[④] 李莉、张建军与孔斯合作阐明,博弈论中的连锁店疑难可改塑为一个严格的狭义逻辑悖论,并可以用情境敏感方案加以消解。[⑤] 雒自新评述了 21 世纪初叶西方学界关于知道者悖论研究的几项最新成果,并就其新的发展路径提出了自己的见解。[⑥]

基于运用 RZH 解悖标准为公理化集合论解悖方案和情境语义学解悖方案所做辩护,张建军得出了这样的结论:"经典集合论悖论和语义悖论实际上已经了结,当代逻辑悖论研究的重心应当转移到语用悖论和一般解悖方法论上来。"[⑦]尽管学界对这样的论断尚存在较大争论,但这有利于推动语用悖论的研究。

---

① 沈跃春:《认知悖论及其逻辑问题》,《中山大学学报》2003 年增刊。

② 易永胜:《Newcomb 悖论与认知变化》,《学术研究》2005 年第 4 期。

③ 潘天群:《决策逻辑中的悖论研究》,《安徽大学学报》2006 年第 5 期。

④ 李莉:《纽科姆难题的哲学意蕴》,《安徽大学学报》2008 年第 2 期。

⑤ "From the Logical Point of View: The Chain Store Paradox Revisited", in *Logic, Rationality, and Interaction*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

⑥ 雒自新:《"知道者悖论"研究新进展评述》,《哲学动态》2009 年第 7 期。

⑦ 参见张建军:《广义逻辑悖论研究及其社会文化功能论纲》,《哲学动态》2005 年第 11 期。

四、关于悖论的一般方法论研究

与逻辑悖论研究的前两个层面的蓬勃发展相比，当代西方学界关于悖论的发现、解决及其功能研究的一般方法论的系统研究相对滞后；尽管自当代悖论研究兴起以来有一些相关讨论，但直到2001年美国哲学家和逻辑学家雷歇尔才首开系统研究悖论方法论之先河。我国学界的"文化大革命"后的悖论研究中，则一直伴随着一些一般方法论方面的思考，这特别体现在一些与科学方法论相关的研究中。莫绍揆、徐利治、张家龙、林可济、朱梧槚、郑毓信、黄耀枢、沙青、章士嵘、桂起权、胡作玄、刘永振等学者，均结合悖论所导致的数学和科学"危机"的讨论，就悖论作为科学发展"杠杆"功能等有所探讨。张建军曾就此做了系统总结，把悖论的方法论功能概括为"特殊的反常问题"、"重要的证伪手段"和"难得的变革契机"等方面，并讨论了悖论的"发现机理"及解悖的一般路径问题。① 陈波则强调了悖论的相对性和可解性，指出悖论只能获得"相对的解决"："发现一个设法排除一个，遇到用已有的办法不能解决的新悖论，再设计更合理、更周全的方法去予以解决，如此循环往复，以至无穷。"②张家龙专题探讨了"悖论的方法论意义"，强调悖论绝不是谬论，而是"启发新理论产生的一个源泉"。③ 近年来，以下重要进展为悖论的方法论研究提供了新的条件：

1.明确了逻辑悖论的语用学性质，为悖论的方法论研究提供了新的基础。

罗素在谈论集合论悖论的发现时曾说："自亚里士多德以来，无论哪一派的逻辑学家，从他们所公认的前提似乎可推出一些矛盾来。这表明有些东西是有毛病的，但是指不出纠正的方法是什么。"④与罗素所言"公认的前提"类似，国内一些学者强调逻辑悖论是从"某些公认正确的背景知识"出发

---

① 参见张建军：《科学的难题——悖论》，浙江科技出版社1990年版，第293—298页；《悖论与科学方法论》，载张建军、黄展骥：《矛盾与悖论新论》，河北教育出版社1998年版；《逻辑悖论与科学理论创新》，载黄顺基等主编：《逻辑与知识创新》，中国人民大学出版社2001年版。

② 陈波：《逻辑哲学导论》，中国人民大学出版社2000年版，第256页。

③ 张清宇主编：《逻辑哲学九章》，江苏人民出版社2004年版，第231页。

④ 罗素：《我的哲学发展》，商务印书馆1982年版，第68页。

推导出来的。张建军指出,从国内学界通过对悖论定义的热烈讨论所达成的"三要素"共识,可以明确指认悖论是一种语用现象:任一悖论的出现都相对于特定认知共同体的特定背景知识,因此,"严格意义上的'逻辑悖论'既不是纯语形学概念,也不只是语义学概念,而是一个包容语形、语义因素的语用学概念。"①他认为,这个认识的获得,使得悖论的相对性、根本性与可解性等基本性质昭然若揭,可以与明确指认预设是语用学现象一样,开拓有关方法论研究的新局面。李恒威、黄华新认为:"悖论语用学性质的确认使得悖论所激发的整个研究领域'立体化',极其利于对逻辑悖论的统一性把握"。② 桂起权指出,在悖论的语用学概念的基础上,应进一步表明:"恰恰是'有毛病的背景知识'得到公认、得到默许,最终才会引出矛盾等价式来",解悖就在于把深藏于背景知识中的毛病挖掘出来并加以信念修正。③ 王习胜在系统考察国内外关于悖论的一般方法论研究历史的基础上指出:"逻辑悖论的语用学性质的确认,不仅为统一把握和恰当归置不同层面的逻辑悖论研究成果提供了可能,还直接为逻辑悖论方法论的深入研究提供了新颖的工具。"④

2.整合出解决逻辑悖论的一般标准,为方法论的零散研究提供了一种系统化路径。

什么样的解悖方案是合理的? 抑或说,一种良好的解悖方案应当满足怎样的条件? 在悖论研究史上,许多学者都对上述问题作过探讨,但相关研究还不够简洁和明晰。陈波曾在《逻辑哲学导论》中评述了罗素和哈克对解悖标准的讨论。在综合考量罗素、策梅罗、哈克提出的解悖条件的基础上,张建军在《逻辑悖论研究引论》中概括总结出更为明确的解悖标准——RZH 标准,指出悖论的解决需要满足三个条件:足够狭窄性、充分宽广性、

---

① 张建军:《论作为语用学概念的"逻辑悖论"——兼复马佩先生》,《江海学刊》2001 年第 6 期。

② 李恒威、黄华新:《逻辑悖论研究的语用学维度》,《哲学动态》2004 年第 1 期。

③ 桂起权等:《EPR 悖论、量子远程关联及其判决性实验》,《科学技术哲学研究》2009 年第 12 期。

④ 王习胜:《逻辑悖论方法论研究述要与思考》,《自然辩证法研究》2007 年第 5 期。

非特设性，并做了详细阐发。该标准的给出，不仅提供了判定一个逻辑悖论是否得到了相对解决可供参考的明晰标准，而且为厘清当代逻辑悖论研究的不同层面提供了帮助。在明确悖论的语用学性质和解悖标准的基础上，张建军、桂起权等学者还提出了相对于"背景知识"的"公认度"的"悖论度"、相对于解悖三标准特别是"非特设性"的"公认度"的"解悖度"等具有方法论意义的重要概念，为悖论的方法论研究提供了新的工具。

3.推广逻辑悖论的语义动力学分析方法，开拓了悖论的方法论研究的新方向。

周昌乐引入并评价了西方学者新近提出的一种分析逻辑悖论的新方法——语义动力学方法。然后在此基础上，分析了该方法在逻辑悖论研究中，特别是在悖论语义复杂性结构分析、为语义悖论提供科学分类依据的研究中，乃至在一般性互涉句群语义分析研究中的重要意义。最后运用悖论语义动力学方法的结果，针对悖论式禅境的性质分析，给出了一种实际应用，用以说明悖论语义动力学分析方法的普适性应用价值。①

此外，我国学者在广义逻辑悖论研究方面也取得了不少成果，但在总体上缺乏与狭义逻辑悖论研究的沟通与互动。我国逻辑学界在归纳悖论研究、道义悖论以及道德悖论研究所取得的重要推进，为这种沟通与互动研究提供了新的基础。

总之，直接建基于西方学界的最新成果之上，改革开放以来国内悖论研究在深度和广度方面不断推进。不过，逻辑悖论研究不仅是当代逻辑哲学研究的前沿领域，也是广泛涉及多学科的交叉研究领域，在不同领域的学者加强合作交流以合力攻关方面，我国学界的有关研究尚待加强。

---

① 参见周昌乐：《逻辑悖论的语义动力学分析及其意义》，《北京大学学报》2008年第1期。

初版参考文献

[1] M. O. L. Bacharach, A. Gerard-Varet, and P. Mongin(eds.). *Epistemic Logic and the Theory of Games and Decisions*. Kluwer Academic Publishers, 1997.

[2] S. J. Bartlett. *Reflexivity: A Source-Book in Self-Reference*. North-Holland Press, 1992.

[3] J. Barwise and J. Perry. *Situations and Attitudes*. MIT Press, 1980.

[4] J. Barwise and J. Etchemendy. *The Liar: An Essay on Truth and Circularity*. Oxford University Press, 1987.

[5] P. Benacerraf and H. Putnam(eds.). *Philosophy of Mathematics*. Prentice-Hall Inc., 1983.

[6] R. J. Butler(eds.). *Analytical Philosophy(First Series)*. B. Blackwell Press, 1962.

[7] J. Cargile. *Paradoxes: A Study in Form and Predication*. Cambridge University Press, 1979.

[8] K. Devlin. *Logic and Information*. Cambridge University Press, 1991.

[9] P. EngeL. *The Norm of Truth: An Introduction to the Philosophy of Logic*. Harvester Wheatsheaf, 1991.

[10] G. W. Erickson and J. A. Fossa(eds.). *Dictionary of Paradox*. University Press of America Inc., 1998.

[11] R. Fagin, J. Y. Moses, and M. Y. Vardi. *Reasoning about Knowledge*. MIT Press, 1994.

[12] P. Forrest. *The Dynamics of Belief: A Normative Logic*. Basil Blackwell Ltd, 1986.

[13] D. Gabbay and F. Guenthner(eds.). *Handbook of Philosophy Logic*. D. Reide Publishing Company, 1989.

[14] P. Gardenfors. *Knowledge in Flux: Modeling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, 1988.

[15] A. Grunbaum. *Modern Science and Zeno's Paradoxes*. Wesleyan University Press, 1967.

[16] A. Gupta and N. Belnap. *The Revision Theory of Truth*. The MIT Press, 1993.

[17] S. Hacck. *Philosophy of Logics*. The University of Chicago Press, 1978.

[18] S. Hacck. *Deviant Logic, Fuzzy Logic: Beyond the Formalism*. The University of Chicago Press, 1974.

[19] J. van Heijenoort(eds.). *From Frege to Gödel*. Harvard University Press, 1967.

[20] N. S. Hellerstein. *Diamond: A Paradox Logic*. World Scientific Co. Pte. Ltd., 1997.

[21] A. Heyting. *Intuitionism: An Introduction*. North-Holland Press, 1956.

[22] J. Hintikka. *Knowledge and Belief*. Cornell University Press, 1962.

[23] J. Hintikka. *The Logic of Epistemology and the Epistemology of Logic*. Kluwer Academic Publishers, 1989.

[24] H. P. Kainnz. *Paradox, Dialectic, and System*. The Pennsylvania State University Press, 1988.

[25] R. C. Koons. *Paradoxes of Belief and Strategic Rationality*. Cambridge University Press, 1992.

[26] A. Laux and H. Wansing(eds.). *Knowledge and Belief in Philosophy and Artificial Intelligence*. Akademie Verlag GmbH, 1995.

[27] W. Lenzen(eds.). *Recent Work in Epistemic Logic*. North-Holland Press, 1978.

[28] J. L. Mackie. *Truth Probability and Paradox*. Clarendon Press, 1973.

[29] R. L. Martin(eds.). *The Paradox of Liar*. Ridgeview Publishing Company, 1970.

[30] R. L. Martin(eds.). *Recent Essays on Truth and the Liar Paradox*. Oxford University Press, 1984.

[31] V. McGee. *Truth, Vagueness, and Paradox*. Hackett Press, 1991.

[32] D. H. Mellor(eds.). *Foundations*. Humanities Press, 1978.

[33] A. J. Minton and T. A. Shipka. *Philosophy: Paradox and Discovery*.

McGraw-Hill Inc.,1990.

[34] E. Nagel and J. R. Newman. *Gödel's Proof*. New York University Press, 1958.

[35] R. Nozick. *The Nature of Rationality*. Princeton University Press,1958.

[36] G. Priest. *In Contradiction*. Martinus Nijhoff Publishers,1987.

[37] G. Priest. *Beyond the Limits of Thought*. Cambridge University Press,1995.

[38] W. V. Quine. *Methods of Logic*. Harvard University Press,1959.

[39] W. V. Quine. *Ways of Paradox and Other Essays*. Random House,1966.

[40] N. Rescher and R. Brandom. *The Logic of Inconsistency*. Blackwell Publishers,1980.

[41] N. Rescher. *Paradoxes: Their Roots, Range, and Resolution*. Carus Publishing Company,2001.

[42] B. Russel. *The Principles of Mathematics*. Cambridge University Press, 1938.

[43] R. M. Sainsbury. *Paradoxes*. Cambridge University Press,1988.

[44] R. M. Sainsbury. *Logical Form: An Introduction to Philosophical Logic*. Blackwell Publishers,1991.

[45] W. C. Salmon. *Zeno's Paradoxes*. Bobbs-Merrill Pub.,1970.

[46] W. C. Salmon. *Space, Time and Motion: A Philosophical Introduction*. University of Minnesota Press,1980.

[47] G. N. Schlesinger. *The Range of Epistemic Logic*. Aberdeen University Press,1985.

[48] K. Simmons. *Universality and the Liar: An Essay on Truth and the Diagonal Argument*. Cambridge University Press,1993.

[49] R. M. Smullyan. *Gödel's Incompleteness Theorem*. Oxford University Press, 1992.

[50] R. M. Smullyan. *Diagonalization and Self-Reference*. Oxford University Press,1994.

[51] A. Tarski. *Logic, Semantics, Metamathematics*. Clarendon Press,1956.

[52] M. Y. Vardi. *Proceedings of the Second Conference on Theretical Aspects of Reasoning about Knowledge*. IBM Research Center,1998.

[53] Hao Wang. *From Mathematics to Philosophy*. Routledge and Kegan Paul Ltd.,1974.

[54] G. H. von Wright. *Philosophical Logic*. Basil Blackwell Publisher,1983.

[55] M. A. 阿尔贝勃著,朱熹豪、金观涛译:《大脑、机器和数学》,商务印书馆 1982

年版。

[56] J. 巴罗著，李新洲、徐建军、翟向华译：《不论——科学的极限和极限的科学》，上海科学技术出版社 2000 年版。

[57] I. M. 鲍亨斯基著，童世骏、邵春林、李福安译：《当代思维方法》，上海人民出版社 1987 年版。

[58] D. 戴维森著，牟博等译：《真理、意义、行动与事件》，商务印书馆 1993 年版。

[59] M. 戴维斯著，沈泓等译：《可计算性与不可解性》，北京大学出版社 1984 年版。

[60] J. 道本著，郑毓信、刘晓力译：《康托的无穷数学与哲学》，江苏教育出版社 1989 年版。

[61] K. 德福林著，李国伟、饶伟力译：《笛卡尔，拜拜！》，天下文化出版社 2000 年版。

[62] G. 弗雷格著，王路译：《弗雷格哲学论著选集》，商务印书馆 1994 年版。

[63] A. C. 格雷林著，邓生庆译：《哲学逻辑引论》，四川人民出版社 1992 年版。

[64] A. G. 汉密尔顿著，朱水林译：《数理逻辑》，华东师范大学出版社 1986 年版。

[65] 侯世达著，郭维德等译：《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成》，商务印书馆 1996 年版。

[66] J. 霍根著，孙雍君等译：《科学的终结》，远方出版社 1997 年版。

[67] M. 克莱因著，邓东皋等译：《古今数学思想》（第四册），上海科技出版社 1981 年版。

[68] M. 克莱因著，李宏魁等译：《数学确定性的丧失》，湖南科技出版社 1997 年版。

[69] S. C. 克林著，莫绍揆译：《元数学导论》（上、下卷），科学出版社 1984 年版。

[70] W. V. 奎因著，江天骥、宋文淦、张家龙、陈启伟译：《从逻辑的观点看》，上海译文出版社 1987 年版。

[71] W. V. 奎因著，邓生庆译：《逻辑哲学》，三联书店 1991 年版。

[72] W. V. 蒯英（奎因）著，刘福增译：《数理逻辑》，幼师出版社 1994 年版。

[73] S. 里德著，李小五译：《对逻辑的思考：逻辑哲学导论》，辽宁教育出版社 1998 年版。

[74] B. 罗素著，温锡增译：《我的哲学的发展》，商务印书馆 1982 年版。

[75] B. 罗素著，苑莉均译：《逻辑与知识》，商务印书馆 1996 年版。

[76] A. P. 马尔蒂尼主编，牟博等译：《语言哲学》，商务印书馆 1998 年版。

[77] R. B. 马库斯等著，康宏逵编译：《可能世界的逻辑》，上海译文出版社 1993 年版。

[78] W. 马奇舍夫斯基主编，张兆梅等译：《现代逻辑词典》，中国人民大学出版社 1992 年版。

[79] 末木刚博等著，孙中原、王风琴译：《逻辑学——知识的基础》，中国人民大学

出版社 1984 年版。

[80] W. 涅尔、M. 涅尔著,张家龙、洪汉鼎译:《逻辑学的发展》,商务印书馆 1985 年版。

[81] H. 普特南著,童世骏、李光程译:《理性、真理与历史》,上海译文出版社 1997 年版。

[82] C. 瑞德著,袁向东、李文林译:《希尔伯特》,上海科学技术出版社 1982 年版。

[83] A. 沙夫著,罗兰、周易译:《语义学引论》,商务印书馆 1979 年版。

[84] A. 塔尔斯基著,周礼全、吴允曾、晏成书译:《逻辑与演绎科学方法论》,商务印书馆 1961 年版。

[85] 王浩著,康宏逵译:《哥德尔》,上海译文出版社 1997 年版。

[86] H. 伊夫斯著,欧阳绛等译:《数学史上的里程碑》,北京科学技术出版社 1990 年版。

[87] J. 伊斯雷尔著,王路、叶翔译:《辩证法的语言和语言的辩证法》,商务印书馆 1990 年版。

[88] 蔡曙山:《言语行为和语用逻辑》,中国社会科学出版社 1998 年版。

[89] 陈波:《奎因哲学研究——从逻辑与语言的观点看》,三联书店 1998 年版。

[90] 陈波:《逻辑哲学导论》,中国人民大学出版社 2000 年版。

[91] 陈晓平:《归纳逻辑与归纳悖论》,武汉大学出版社 1994 年版。

[92] 陈中立:《真理过程论》,中国社会科学出版社 1984 年版。

[93] 崔清田主编:《今日逻辑科学》,天津教育出版社 1990 年版。

[94] 邓晓芒:《思辨的张力——黑格尔辩证法新探》,湖南教育出版社 1992 年版。

[95] 方立:《逻辑语义学》,北京语言文化大学出版社 2000 年版。

[96] 冯棉:《可能世界与逻辑研究》,华东师范大学出版社 1996 年版。

[97] 弓肇祥:《真理理论》,社会科学文献出版社 1999 年版。

[98] 桂起权:《当代数学哲学与逻辑哲学入门》,华东师范大学出版社 1991 年版。

[99] 桂起权:《科学的源流》,武汉大学出版社 1994 年版。

[100] 胡洪泽:《语言逻辑与认识论逻辑》,暨南大学出版社 1995 年版。

[101] 胡世华、陆钟万:《数理逻辑基础》(上、下册),科学出版社 1982 年版。

[102] 胡作玄:《哲人科学家——康托尔》,福建教育出版社 1993 年版。

[103] 蒋严、潘海华:《形式语义学引论》,中国社会科学出版社 1998 年版。

[104] 金顺福、汪馥郁主编:《辩证思维论》,北京燕山出版社 1996 年版。

[105] 李醒民:《论狭义相对论的创立》,四川教育出版社 1994 年版。

[106] 李浙生:《数学科学与认识论》,北京师范大学出版社 1992 年版。

[107] 梁庆寅、黄华新:《真理——科学探索的目标》,浙江科技出版社 1994 年版。

[108] 林德宏:《科学思想史》,江苏科技出版社 1985 年版。

[109] 林夏水主编:《数学哲学译文集》,知识出版社 1986 年版。

[110] 林正弘:《知识、逻辑、科学哲学》,东大图书有限公司 1985 年版。

[111] 刘培育选编:《金岳霖学术论文选》,中国社会科学出版社 1990 年版。

[112] 刘晓力:《理性的生命——哥德尔思想研究》,湖南教育出版社 2000 年版。

[113] 刘壮虎:《素朴集合论》,北京大学出版社 2001 年版。

[114] 陆汝钤:《数学、计算、逻辑》,湖南教育出版社 1993 年版。

[115] 罗翊重:《矛盾解悖反演概论》,云南科技出版社 1999 年版。

[116] 马佩:《马克思主义的逻辑哲学探析》,河南大学出版社 1992 年版。

[117] 莫绍揆:《莫绍揆文集》,南京大学出版社 1992 年版。

[118] 潘天群:《行动科学方法论导论》,中央编译出版社 1999 年版。

[119] 彭漪涟:《事实论》,上海社会科学院出版社 1996 年版。

[120] 任晓明、涂宏斌:《进化认识论与进化逻辑》,浙江科技出版社 1998 年版。

[121] 沙青:《逻辑科学方法论论纲》,天津人民出版社 1985 年版。

[122] 申先甲、林可济主编:《科学悖论集》,湖南科技出版社 1998 年版。

[123] 沈有鼎:《沈有鼎文集》,人民出版社 1992 年版。

[124] 涂纪亮主编:《语言哲学名著选辑》,三联书店 1988 年版。

[125] 涂纪亮:《现代西方语言哲学比较研究》,中国社会科学出版社 1996 年版。

[126] 王路:《弗雷格思想研究》,社会科学文献出版社 1996 年版。

[127] 王路:《走进分析哲学》,三联书店 1999 年版。

[128] 王维贤、李先焜、陈宗明:《语言逻辑引论》,湖北教育出版社 1989 年版。

[129] 王宪钧:《数理逻辑引论》,北京大学出版社 1998 年版。

[130] 王雨田主编:《现代逻辑科学导引》(上、下册),中国人民大学出版社 1987、1988 年版。

[131] 夏基松、郑毓信:《西方数学哲学》,人民出版社 1986 年版。

[132] 徐利治:《数学方法论选讲》,华中工学院出版社 1983 年版。

[133] 颜泽贤主编:《复杂系统演化论》,人民出版社 1993 年版。

[134] 杨百顺主编:《现代逻辑辞典》,湖北教育出版社 1995 年版。

[135] 杨熙龄:《奇异的循环——逻辑悖论探析》,辽宁人民出版社 1986 年版。

[136] 张家龙:《公理学、元数学与哲学》,上海人民出版社 1983 年版。

[137] 张家龙:《数理逻辑发展史》,社会科学文献出版社 1993 年版。

[138] 张建军:《科学的难题——悖论》,浙江科技出版社 1990 年版。

[139] 张建军、黄展骥:《矛盾与悖论研究》,黄河文化出版社 1992 年版。

[140] 张建军、黄展骥:《矛盾与悖论新论》,河北教育出版社 1998 年版。

[141] 张锦文、阎金童主编:《集合论发展史》,广西师范大学出版社 1993 年版。

[142] 张巨青主编:《科学理论的发现、验证与发展》,湖南人民出版社 1986 年版。

[143] 张巨青、吴寅华:《逻辑与历史——现代科学方法论的演变》,浙江科技出版社 1990 年版。

[144] 张清宇、郭世铭、李小五:《哲学逻辑研究》,社会科学文献出版社 1997 年版。

[145] 张尚水主编:《当代西方名哲学家评传》(第五卷:逻辑哲学卷),山东人民出版社 1996 年版。

[146] 张维迎:《博弈论与信息经济学》,上海三联书店 1996 年版。

[147] 赵总宽、陈慕泽、杨武金:《现代逻辑方法论》,中国人民大学出版社 1998 年版。

[148] 赵总宽主编:《逻辑学百年》,北京出版社 1999 年版。

[149] 郑毓信、林曾:《数学、逻辑与哲学》,湖北人民出版社 1987 年版。

[150] 郑毓信:《数学哲学新论》,江苏教育出版社 1990 年版。

[151] 中国社科院哲学所逻辑室编:《数理哲学译文集》,商务印书馆 1988 年版。

[152] 周北海:《模态逻辑导论》,北京大学出版社 1997 年版。

[153] 周斌武、张国梁:《语言学与现代逻辑》,复旦大学出版社 1996 年版。

[154] 周礼全:《黑格尔的辩证逻辑》,中国社会科学出版社 1989 年版。

[155] 周礼全主编:《逻辑——正确思维和成功交际的理论》,人民出版社 1994 年版。

[156] 周礼全主编:《逻辑百科辞典》,四川教育出版社 1994 年版。

[157] 朱水林主编:《逻辑语义学研究》,上海教育出版社 1992 年版。

[158] 朱水林:《哲人科学家——哥德尔》,福建教育出版社 1999 年版。

[159] 朱梧槚、肖奚安:《集合论导引》,南京大学出版社 1991 年版。

[160] 朱梧槚、肖奚安:《数学基础概论》,南京大学出版社 1996 年版。

[161] 朱志方:《社会决策论》,武汉大学出版社 1998 年版。

[162] 邹崇理:《逻辑、语言和蒙太格语法》,社会科学文献出版社 1995 年版。

新近参考文献

[1] JC Beall(ed.). *Liars and Heaps: New Essays on Paradox*. Oxford University Press, 2004.

[2] JC Beall and B. C. van Fraassen. *Possibilities and Paradox*. Oxford University Press, 2003.

[3] JC Beall and B. Armour-Garb(eds.). *Deflationism and Paradox*. Clarendon Press, 2005.

[4] JC Beall(ed.). *Revenge of the Liar: New Essays on the Paradox*. Oxford University Press, 2007.

[5] JC Beall. *Spandrels of Truth*. Oxford University Press, 2009.

[6] G. Chaitin, N. da Costa and F. A. Doria. *Gödel's Way: Exploits into an Undecidable World*. CRC Press, 2012.

[7] D. Christensen. *Putting Logic in Its Place: Formal Constraints on Rational Belief*. Oxford University Press, 2004.

[8] R. T. Cook. *Paradoxes*. Polity Press, 2013.

[9] N. da Costa and S. French. *Science and Partial Truth*. Oxford University Press, 2003.

[10] H. van Ditmarsch, W. van der Hoek and B. Kooi. *Dynamic Epistemic Logic*. Springer, 2007.

[11] H. D. Ebbinghaus, A. Kanamori and C. G. Fraser(eds). *Ernst Zermelo Collected Works*. Volume I. Springer, 2010.

[12] R. Fagin, J. Y. Halpern, Y. Moses and M. Y. Vardi(eds.). *Reasoning about Knowledge*. The MIT Press, 2003.

[13] H. Field. *Saving Truth from Paradox*. Oxford University Press, 2008.

[14] M. S. Green and J. N. Williams, *Moore's Paradox: New Essays on Belief, Rationality, and the First Person*. Oxford University Press, 2007.

[15] J. Hawthorne. *Knowledge and Lotteries*. Clarendon Press, 2004.

[16] V. F. Hendricks. *Mainstream and Formal Epistemology*. Cambridge University Press, 2006.

[17] D. Jacquette(ed.). *A Companion to Philosophical Logic*. Blackwell Publishers Ltd, 2002.

[18] D. Jacquette(ed.). *Philosophy of Logic*. North-Holland Publishing Company, 2006.

[19] J. L. Kvanvig. *The Knowability Paradox*. Clarendon Press, 2006.

[20] G. Link(ed.). *One Hundred Years of Russell's Paradox: Mathematics, Logic, Philosophy*. Walter de Gruyter, 2004.

[21] P. Maddy. *Defending the Axioms on the Philosophical Foundations of Set Theory*. Oxford University Press, 2011.

[22] T. Maudlin. *Truth and Paradox: Solving the Riddles*. Oxford University Press, 2004.

[23] J. P. Mazur. *Zeno's Paradox: Unraveling the Ancient Mystery Behind the Science of Space and Time*. Plume, 2008.

[24] D. Olin. *Paradox*, Acumen Publishing Limited, 2003.

[25] C. Parsons. *Mathematical Thought and Its Objects*. Cambridge University Press, 2008.

[26] R. Pettigrew and L. Horsten. *The Continuum Companion to Philosophical Logic*. Continuum International Publishing Group, 2011.

[27] G. Priest, JC Beall and B. P. Armour-Garb(eds.). *The Law of Non-Contradiction: New Philosophical Essays*. Oxford University Press, 2004.

[28] G. Priest. *In Contradiction: A Study of the Transconsistent* (2nd). Oxford University Press, 2006.

[29] G. Priest. *Doubt Truth to Be a Liar*. Clarendon Press, 2006.

[30] N. Rescher. *Epistemic Logic: A Survey of the Logic of Knowledge*. University of Pittsburgh Press, 2005.

[31] R. M. Sainsbury. *Paradoxes*(3rd). Cambridge University Press, 2009.

[32] J. Salerno(ed.). *New Essays on the Knowability Paradox*. Oxford University Press, 2009.

[33] S. Shapiro(ed.). *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and*

Logic. Oxford University Press, 2005.

[34] J. Woods. *Paradox and Paraconsistency*: *Conflict Resolution in the Abstract Science*. Cambridge University Press, 2003.

[35] M. 达米特著，任晓明、李国山译：《形而上学的逻辑基础》，中国人民大学出版社 2004 年版。

[36] D. 戴维森著，牟博译：《真理、意义与方法》，商务印书馆 2008 年版。

[37] D. 戴维森著，王路译：《真与谓述》，上海译文出版社 2007 年版。

[38] M. 戴维斯著，张卜天译：《逻辑的引擎》，湖南科技出版社 2005 年版。

[39] J. 范本特姆著，刘奋荣、余俊伟等译：《逻辑、信息和互动》，科学出版社 2008 年版。

[40] J. 范本特姆著，刘新文、郭美云等译：《逻辑、语言和认知》，科学出版社 2009 年版。

[41] J. 范本特姆著，张清宇、刘新文等译：《模态对应理论》，科学出版社 2010 年版。

[42] J. 范本特姆著，郭佳宏、刘奋荣等译：《逻辑、认识论和方法论》，科学出版社 2013 年版。

[43] L. 格勃尔编，张清宇等译：《哲学逻辑》，中国人民大学出版社 2008 年版。

[44] R. 戈德斯坦著，唐璐译：《不完备性：哥德尔的证明和悖论》，湖南科技出版社 2008 年版。

[45] S. 哈克著，罗毅译：《逻辑哲学》，商务印书馆 2003 年版。

[46] S. 哈克著，陈波等译：《证据与探究：走向认识论的重构》，中国人民大学出版社 2004 年版。

[47] R. N. 吉尔、J. 比克尔、R. F. 莫尔丁著，邱惠丽、张成岗译：《理解科学推理》，科学出版社 2010 年版。

[48] J. J. 卡茨著，苏德超、张离海译：《意义的形而上学》，上海译文出版社 2010 年版。

[49] M. 克莱因著，张祖贵译：《西方文化中的数学》，复旦大学出版社 2004 年版。

[50] W. G. 莱肯著，陈波、冯艳译：《当代语言哲学导论》，中国人民大学出版社 2011 年版。

[51] G. H. 冯·赖特著，陈波、胡泽洪、周祯祥译：《知识之树》，三联书店 2003 年版。

[52] P. 利普顿著，郭贵春、王航赞译：《最佳说明的推理》，上海科技教育出版社 2007 年版。

[53] J. D. 麦考莱著，王维贤、徐颂列、黄华新译：《语言的逻辑分析：语言学家关心的逻辑问题》，浙江大学出版社 2011 年版。

[54] R. 蒙太古著，朱水林、徐国定、王善平译：《形式哲学》，上海译文出版社 2012

年版。

[55] E. 内格尔、J. R. 纽曼著,陈东威、连永君译:《哥德尔证明》,中国人民大学出版社 2008 年版。

[56] E. 内格尔著,徐向东译:《科学的结构:科学说明的逻辑问题》,上海译文出版社 2002 年版。

[57] W. H. 牛顿—史密斯编,成素梅、殷杰译:《科学哲学指南》,上海科技教育出版社 2006 年版。

[58] R. 诺齐克著,葛四友、陈昉译:《合理性的本质》,上海译文出版社 2012 年版。

[59] W. 庞德斯通著,李大强译:《推理的迷宫:悖论、谜题及知识的脆弱性》,北京理工大学出版社 2005 年版。

[60] H. 普特南等编,朱水林等译:《数学哲学》,商务印书馆 2003 年版。

[61] J. R. 塞尔著,刘叶涛译:《意向性:论心灵哲学》,上海人民出版社 2007 年版。

[62] P. 苏佩斯著,成素梅译:《科学结构的表征与不变性》,上海译文出版社 2011 年版。

[63] R. 索伦森著,贾红雨译:《悖论简史:哲学和心灵的迷宫》,北京大学出版社 2007 年版。

[64] F. 塔西奇著,蔡仲、戴建平译:《后现代思想的数学根源》,复旦大学出版社 2005 年版。

[65] H. 外尔著,齐民友译:《数学与自然科学之哲学》,上海科技教育出版社 2007 年版。

[66] 王浩著,邢滔滔、郝兆宽、汪蔚译:《逻辑之旅:从哥德尔到哲学》,浙江大学出版社 2009 年版。

[67] 余永平著,彭孟尧译:《罗素早期的逻辑哲学》,学富文化出版社 2003 年版。

[68] 蔡曙山、邹崇理:《自然语言形式理论研究》,人民出版社 2010 年版。

[69] 陈波:《逻辑哲学》,北京大学出版社 2005 年版。

[70] 陈波、韩林合主编:《逻辑与语言:分析哲学经典文选》,东方出版社 2005 年版。

[71] 陈波主编:《逻辑学读本》,中国人民大学出版社 2009 年版。

[72] 陈道德:《二十世纪意义理论的发展与语言逻辑的兴起》,中国社会科学出版社 2007 年版。

[73] 陈嘉明:《知识与确证》,上海人民出版社 2003 年版。

[74] 陈嘉映:《语言哲学》,北京大学出版社 2003 年版。

[75] 陈慕泽、余俊伟:《逻辑与批判性思维》,中国人民大学出版社 2010 年版。

[76] 陈晓平:《贝叶斯方法与科学合理性:对休谟问题的思考》,人民出版社 2010 年版。

[77] 陈亚军:《从分析哲学走向实用主义——普特南哲学研究》,东方出版社 2002

年版。

[78] 戴牧民等:《公理集合论导引》,科学出版社 2011 年版。

[79] 杜国平:《经典逻辑与非经典逻辑基础》,高等教育出版社 2005 年版。

[80] 顿新国:《归纳悖论研究》,人民出版社 2012 年版。

[81] 弓肇祥:《认知逻辑新发展》,北京大学出版社 2003 年版。

[82] 桂起权、陈自立、朱福喜:《次协调逻辑与人工智能》,武汉大学出版社 2002 年版。

[83] 桂起权、沈健:《物理学哲学研究》,武汉大学出版社 2012 年版。

[84] 郭贵春、贺天平主编:《现代西方语用哲学研究》,科学出版社 2006 年版。

[85] 郝旭东:《弗协调认知逻辑研究》,华东师范大学出版社 2010 年版。

[86] 何华灿、何智涛:《统一无穷理论》,科学出版社 2011 年版。

[87] 何向东主编:《广义模态逻辑及其应用》,人民出版社 2005 年版。

[88] 胡龙彪:《中世纪逻辑、语言与意义理论》,光明日报出版社 2009 年版。

[89] 胡泽洪:《逻辑的哲学反思》,中央编译出版社 2004 年版。

[90] 黄华新:《逻辑与自然语言理解》,吉林人民出版社 2005 年版。

[91] 黄敏:《分析哲学导论》,中山大学出版社 2009 年版。

[92] 黄顺基、苏越、黄展骥主编:《逻辑与知识创新》,中国人民大学出版社 2002 年版。

[93] 霍书全:《多值逻辑的方法和理论:非正规多值逻辑研究》,科学出版社 2009 年版。

[94] 贾国恒:《情境语义学研究》,中国社会科学出版社 2012 年版。

[95] 贾可春:《罗素意义理论研究》,商务印书馆 2005 年版。

[96] 江怡:《分析哲学教程》,北京大学出版社 2009 年版。

[97] 金顺福:《概念逻辑》,社会科学文献出版社 2010 年版。

[98] 鞠实儿等:《面向知识表示与推理的自然语言逻辑》,经济科学出版社 2009 年版。

[99] 李大强:《悖论的基础分析》,吉林人民出版社 2005 年版。

[100] 李恒威:《"生活世界"复杂性及其认知动力模式》,中国社会科学出版社 2007 年版。

[101] 李小五:《模态逻辑》,中山大学出版社 2005 年版。

[102] 林正弘主编:《逻辑与哲学》,学富文化出版社 2009 年版。

[103] 刘奋荣:《动态偏好逻辑》,科学出版社 2010 年版。

[104] 刘叶涛:《克里普克名称理论研究》,人民日报出版社 2006 年版。

[105] 马雷:《冲突与协调:科学合理性新论》,商务印书馆 2006 年版。

[106] 马亮:《卡尔纳普意义理论》,社会科学文献出版社 2006 年版。

[107] 马希文:《逻辑、语言、计算》,商务印书馆 2003 年版。

[108] 米建国:《意义、真理与信念:语言哲学论文集》,学富文化出版社 2004 年版。

[109] 潘天群:《社会决策的逻辑结构研究》,中国社会科学出版社 2003 年版。

[110] 潘天群:《博弈思维》,北京大学出版社 2005 年版。

[111] 彭漪涟、马钦荣主编:《逻辑学大辞典》(修订本),上海辞书出版社 2010 年版。

[112] 任晓明、桂起权:《非经典逻辑系统发生学研究》,南开大学出版社 2011 年版。

[113] 沙青、张小燕、张燕京:《分析性理性与辩证理性的裂变》,河北大学出版社 2002 年版。

[114] 宋文坚:《逻辑学的传入与研究》,福建人民出版社 2005 年版。

[115] 唐晓嘉、郭美云主编:《现代认知逻辑的理论与应用》,科学出版社 2010 年版。

[116] 王建芳:《语义悖论与情境语义学:情境语义学解悖方案研究》,中国社会科学出版社 2009 年版。

[117] 王克喜:《语言与逻辑》,中国书籍出版社 2013 年版。

[118] 王路:《"是"与"真":形而上学的基石》,人民出版社 2003 年版。

[119] 王路:《逻辑与哲学》,人民出版社 2007 年版。

[120] 王天思:《悖论问题的认识论分析》,上海人民出版社 2012 年版。

[121] 王文方:《这是个什么样的世界?》,三联书店 2006 年版。

[122] 王文方:《语言哲学》,三民书局 2011 年版。

[123] 王习胜:《泛悖论与科学理论创新机制研究》,北京师范大学出版社 2013 年版。

[124] 王习胜、张建军:《逻辑的社会功能》,北京大学出版社 2010 年版。

[125] 文卫平、方立:《动态意义理论》,中国社会科学出版社 2008 年版。

[126] 吴格明:《逻辑与批判性思维》,语文出版社 2003 年版。

[127] 武宏志、周建武主编:《批判性思维:论证逻辑视角》,中国人民大学出版社 2010 年版。

[128] 夏素敏:《道义悖论研究初探》,中国社会科学出版社 2012 年版。

[129] 熊立文:《现代归纳逻辑的发展》,人民出版社 2004 年版。

[130] 徐利治:《论无限:无限的数学与哲学》,大连理工大学出版社 2008 年版。

[131] 徐向东:《怀疑论、知识与辩护》,北京大学出版社 2006 年版。

[132] 杨武金:《辩证法的逻辑基础》,商务印书馆 2008 年版。

[133] 杨渝玲:《情境分析:经济学的科学逻辑》,中国社会科学出版社 2011 年版。

[134] 叶闯:《理解的条件:戴维森的解释理论》,商务印书馆 2006 年版。

[135] 余俊伟:《道义逻辑研究》,中国社会科学出版社 2005 年版。

[136] 郁慕镛、张义生主编:《逻辑、科学、创新:思维科学新论》,吉林人民出版社 2002 年版。

[137] 翟玉章:《奎因学述》,世界知识出版社 2012 年版。
[138] 张光鉴、张铁声:《相似论与悖论研究》,天马图书有限公司 2003 年版。
[139] 张家龙:《模态逻辑与哲学》,中国社会出版社 2003 年版。
[140] 张家龙主编:《逻辑学思想史》,湖南教育出版社 2004 年版。
[141] 张留华:《皮尔士哲学的逻辑面向》,上海人民出版社 2012 年版。
[142] 张清宇:《弗协调逻辑》,中国社会出版社 2003 年版。
[143] 张清宇主编:《逻辑哲学九章》,江苏人民出版社 2004 年版。
[144] 张清宇主编:《数理逻辑》,中国社会科学出版社 2010 年版。
[145] 张盛彬:《认识逻辑学:关于"转识成智"的逻辑研究》,人民出版社 2008 年版。
[146] 张燕京:《达米特意义理论研究》,中国社会科学出版社 2006 年版。
[147] 张一兵:《启蒙的自反与幽灵式的在场》,黑龙江大学出版社 2007 年版。
[148] 张一兵:《实践塑形与社会历史构境》,江苏人民出版社 2013 年版。
[149] 张志林:《因果观念与休谟问题》,中国人民大学出版社 2010 年版。
[150] 赵希顺:《选择公理》,人民出版社 2003 年版。
[151] 周昌乐:《意义的转绎:汉语隐喻的计算语义》,东方出版社 2009 年版。
[152] 周章买:《公共知识的逻辑分析》,中国社会科学出版社 2012 年版。
[153] 朱梧槚:《数学无穷观的逻辑基础》,大连理工大学出版社 2008 年版。
[154] 朱梧槚:《数学无穷与中介的逻辑基础》,科学出版社 2012 年版。
[155] 邹崇理:《逻辑、语言和信息》,人民出版社 2002 年版。

索　　引

C

D

E

F

G

H

J

O

P

Q

R

S

T

W

X

Y

[General Information]
书名=逻辑悖论研究引论 （修订本）
作者=张建军著
页数=358
SS号=13482367
DX号=
出版日期=2014.02
出版社=人民出版社